УДК 621.805.08: 004.021

А.Н. Горитов, М.Ф. Молокова

Расчёт динамических характеристик манипулятора

Проектирование роботов, решение задач управления манипулятором, анализ кинематической структуры приводят к необходимости изучения динамических процессов, происходящих во время функционирования робота. В статье рассмотрена модификация системы моделирования РАУМС. Модификация системы позволяет выполнять расчёты динамических характеристик исследуемых объектов, а также включает в себя модификацию модели компонентов и внедрение в систему блока по расчёту динамических характеристик манипулятора. Реализованный алгоритм основан на методе Лагранжа–Эйлера и позволяет решать прямую и обратную задачу динамики. Результат выполнения расчётов представлен в виде таблицы и графика изменения динамических характеристик в момент времени. В результате разработки модуля были расширены возможности моделирования в плане анализа динамических характеристик робота.

Ключевые слова: робот-манипулятор, прямая задача динамики, обратная задача динамики, метод Лагранжа–Эйлера, система РАУМС.
doi: 10.21293/1818-0442-2017-20-4-113-116

Современные роботы – это сложные устройства, сочетающие в себе точную механику, электроприводную технику и цифровое управление [1].

Большое разнообразие возможных конструкций роботов-манипуляторов и сложность их математического описания придают особую актуальность проблеме моделирования функционирования роботов (имитационное моделирование) при выполнении заданных операций. Потребности в моделировании возникают как на этапе проектирования, так и при создании и эксплуатации этих устройств.

Проведенный системный анализ проблемы моделирования позволяет выявить цель, направления, задания и задачи, подлежащие исследованию [2].

Одной из важных задач, выделенных на основе системного анализа, является анализ динамических характеристик функционирования робота-манипулятора. Изучение динамических процессов в приводах робота позволяет определить динамические нагрузки, воздействующие на звенья кинематической цепи в процессе их перемещения [3]. После этого при реализации заданных движений манипулятора можно определить усилия в приводах, это позволяет провести расчёты и выбрать необходимые приводы.

При динамическом анализе роботов рассматривают два класса задач: динамический анализ движения и динамический силовой анализ [4, 5]. При решении первой задачи вычисляются ускорения и силы реакций по заданным внешним силам и моментам двигателей. После этого путем интегрирования ускорения вычисляются скорости и ускорения. Во второй задаче задаётся необходимое движение робота, а затем находятся неизвестные силы, обеспечивающие необходимое перемещение.

При работе в системе проектирования РАУМС (расчёт и анализ управляемых механических систем) [6] возникла необходимость реализации задачи динамики. Особенностью РАУМС в отличие от других программ является возможность выполнения задач, учитывая рабочую среду, в которой проводятся исследования основного объекта.

Цель работы – разработать алгоритмы формирования и решения систем уравнений, позволяющих решить прямую и обратную задачу динамики манипулятора.

Прямая задача динамики

В робототехнике предложено несколько методов математического описания движения роботов. Эти методы основаны на использовании классических принципов и уравнений механики: Лагранжа–Эйлера [7, 8], Ньютона–Эйлера [9], Гаусса [10]. Метод Лагранжа–Эйлера позволяет получить удобную для анализа форму уравнений движения. Метод Ньютона–Эйлера не подходит для решения поставленной задачи в связи с большим объемом вычислений, связанным с необходимостью вычисления матрицы вторых производных. Метод Гаусса является итерационным методом решения получаемых линейных уравнений. По числу арифметических операций этот метод нельзя назвать экономным. Так как для нас важна не только точность решения, но и время расчётов и форма уравнения, то для расчётов использовался метод Лагранжа–Эйлера.

Запишем уравнение Лагранжа–Эйлера для поиска динамических характеристик (1):

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right]-\frac{\partial L}{\partial q_i}=\tau_i. \quad (1)$$

В уравнении (1) L – функция Лагранжа, $L=K-P$, K – полная кинетическая энергия манипулятора, P – полная потенциальная энергия манипулятора, q_i – обобщённые переменные манипулятора, $\dot{q}_i$ – первая производная по времени обобщённых переменных, τ_i – обобщённые силы или моменты, создаваемые в i сочленении для реализации заданного движения i -го звена.

Уравнение (2) описывает динамику движения робота в векторном виде:

$$\tau_i=\sum_{k=1}^{n} D_{i,k}\ddot{q}(t)_k+\sum_{k=1}^{n}\sum_{m=1}^{n} h_{i,k,m}\dot{q}(t)_k\,\dot{q}(t)_m-c_i, \quad (2)$$

где τ_i – обобщённые силы в i-м сочленении для реализации движения i-го звена, $D_{i,k}$ определяется формулой (3), устанавливает связь сил и моментов которые действуют в сочленениях с ускорениями присоединённых переменных, $h_{i,k,m}$ – определяется равенством (4) и (5), устанавливает связь сил и моментов, которые действуют в сочленениях со скоростями изменения присоединенных переменных, c_i определяется равенством (6), вычисляет силу тяжести, воздействующую на звенья манипулятора, $\ddot{q}(t)_k$ – обобщённое ускорение, $\dot{q}(t)_m$ – обобщённая скорость, n – количество звеньев робота-манипулятора.

Коэффициенты D_{ik} определяются равенством

$$D_{ik} = \sum_{j=\max(i,k)}^{n} Tr(\mathbf{U}_{jk}\mathbf{U}_{j}\mathbf{U}_{ji}^{T}), \quad i,k = 1, 2, ..., n. \qquad (3)$$

Коэффициенты h_{ikj} определяются равенством

$$h_{ikj} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^{n} Tr(\mathbf{U}_{jkm}\mathbf{J}_{j}\mathbf{U}_{ji}^{T}), \quad i,k,m = 1,2,...,n, \qquad (4)$$

$$h_i = \sum_{k=1}^{n}\sum_{m=1}^{n} h_{ikm}\dot{q}_k(t)\dot{q}_m(t) \quad i = 1,2,...,n, \qquad (5)$$

где $\mathbf{U}_{ji}^{j}$ – матрица, описывает изменения положения i-го звена, возникающие при движении в j-м сочленении манипулятора; J_j – матрица моментов инерции j-го звена; Tr – след полученной матрицы. Коэффициенты c_i определяются равенством

$$c_i = \sum_{j=i}^{n}(-m_j g \mathbf{U}_{ji}^{j}\mathbf{r}_j) \quad i = 1,..., n, \qquad (6)$$

где m_j – масса j-го звена; $\mathbf{U}_{ji}^{j}$ – матрица описывает изменения положения i звена, возникающие при движении в j сочленении манипулятора; $\mathbf{r}_j$ – вектор центра масс i звена в собственной системе отсчёта, g – сила тяжести [7].

Обратная задача динамики

Для решения обратной задачи динамики уравнение (2) примет следующий вид:

$$\ddot{q}(t)_i = \frac{(\tau i - \sum_{k=1}^{n}\sum_{m=1}^{n} h_{ikm}\dot{q}_k\dot{q}_m - c_i)}{\sum_{k=1}^{n} D_{i,k}}, \quad i = \overline{1,n}. \qquad (7)$$

Значения обобщённой переменной и её производной вычисляются следующим образом:

$$\dot{q}(t+\Delta t)_i = \dot{q}(t)_i + \ddot{q}(t)_i \cdot \Delta t, \quad i = \overline{1,n}, \qquad (8)$$

$$q(t+\Delta t)_i = q(t)_i + \dot{q}(t)_i \cdot \Delta t, \quad i = \overline{1,n}, \qquad (9)$$

где Δt – изменение времени.

Общий алгоритм решения прямой и обратной задачи динамики изображён на рис. 1.

Более подробный алгоритм нахождения обобщённых сил изображён на рис. 2.

Более подробный алгоритм определения характера движения для звеньев изображён на рис. 3.

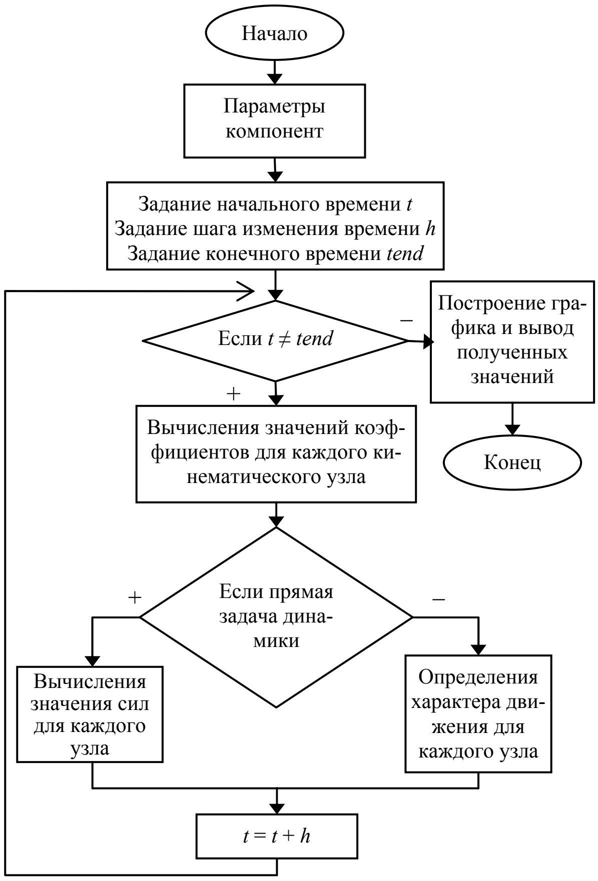

Рис. 1. Общий алгоритм решения задачи динамики

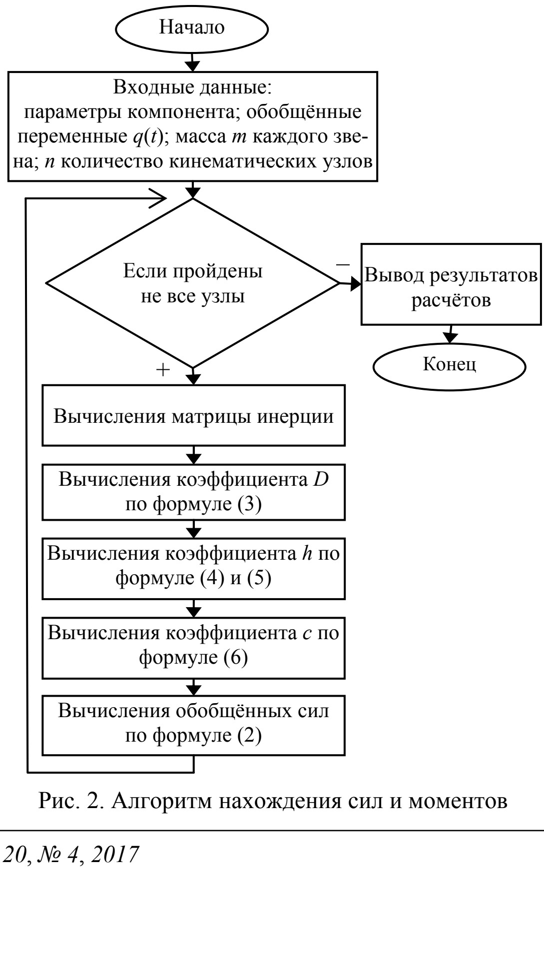

Рис. 2. Алгоритм нахождения сил и моментов

Описание исследуемого объекта в системе РАУМС строится на основе его компонентного представления. Формирование уравнения Лагранжа–Эйлера потребовало модификации программных модулей. Они были дополнены блоками формирования матрицы инерции, разработаны модели компонентов – силы и моменты силы. Для включения в систему моделирования разработанные модели были преобразованы в соответствии с общей структурой модели компонента [11]. Кроме того разработано два новых модуля: один, отвечающий за решения прямой задачи динамики, и второй, отвечающий за решение обратной задачи динамики. Результаты выполненных расчётов выводятся в виде таблицы и в виде графика.

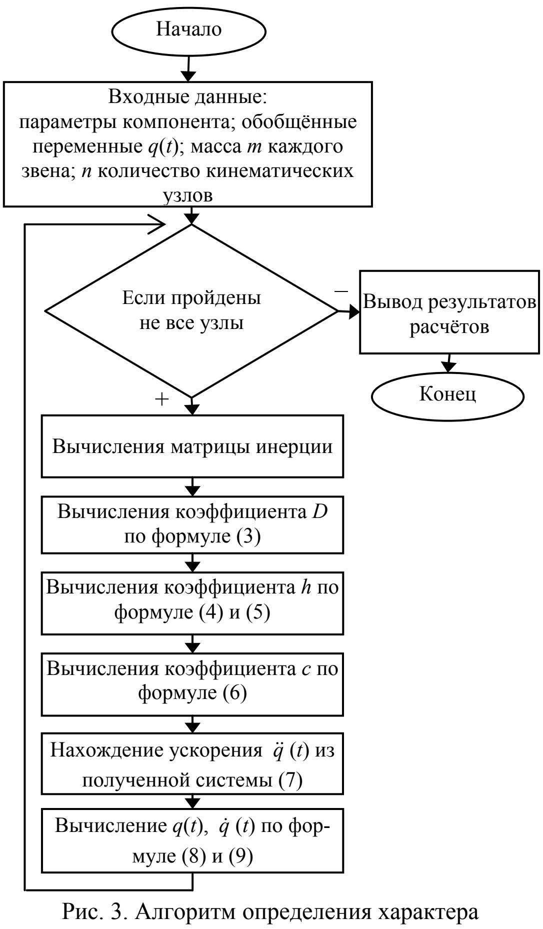

Рис. 3. Алгоритм определения характера движения звеньев

Заключение

На основе метода Лагранжа–Эйлера разработан алгоритм формирования уравнений Лагранжа–Эйлера для произвольного манипулятора. Реализован метод решения уравнения Лагранжа–Эйлера в рамках системы РАУМС. Это позволяет анализировать динамические характеристики манипулятора с учетом объектов внешней среды.

Выполнена модификация модулей системы РАУМС для того, чтобы обеспечить формирование и решение уравнения Лагранжа–Эйлера.

Разработанный модуль позволяет для произвольного робота манипулятора автоматически составлять уравнения и решать как прямую, так и обратную задачу динамики; находить обобщённые силы, которые необходимо задать для перемещения звеньев манипулятора по заданной траектории при решении прямой задачи динамики; вычислить траекторию движения, скорость и ускорения каждого звена манипулятора при решении обратной задачи динамики.

Литература

1. Кориков А.М. О развитии понятия «мехатроника» // Доклады ТУСУРа. – 2010. – Т. 1(21), № 2. – С. 199–202.

2. Горитов А.Н. Моделирование адаптивных мехатронных систем / А.Н. Горитов, А.М. Кориков. – Томск: В-Спектр, 2007. – 292 с.

3. Булгаков А.Г. Промышленные роботы. Кинематика, динамика, контроль и управление. Сер.: Библиотека инженера / А.Г. Булгаков, В.А. Воробьев. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2007. – 488 с.

4. Sam-Sang You. Dynamics and controls for robot manipulators with open and closed kinematic chain mechanisms. – Iowa State University, 1994. – 157 p.

5. Юревич Е.И. Основы робототехники. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.

6. Горитов А.Н. Моделирование манипуляционных робототехнических систем в условиях неполной информации о внешней среде. – Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2005. – 276 с.

7. X.-J. Liu. Kinematics, Dynamics and Dimensional Synthesis of a Novel 2-DoF Translational Manipulator / X.-J. Liu, Q.-M. Wang, J. Wang // Journal of Intelligent and Robotic Systems. – 2004. – Vol. 41, No. 4. – P. 205–224.

8. Da-quan Li. Dynamics Modeling, Control System Design and Simulation of Manipulator Based on Lagrange Equation / Da-quan Li, Hua-jie Hong and Xian-liang Jiang // Mechanism and Machine Science. – 2016. – P. 1129–1141.

9. Фу К. Робототехника / К. Фу, Р. Гонсалис, К. Ли. – М.: Мир, 1989. – 624 с.

10. Фролова К.В. Механика промышленных роботов: учеб. пособие для вузов: в 3 кн. – Кн. 1: Кинематика и динамика. – М.: Высш. шк., 1988. – 304 с.

11. Горитов А.Н. Структура модели компонента системы автоматизированного моделирования робототехнических комплексов // Программные продукты и системы: Приложение к журналу «Проблемы теории и практики управления». – 2001. – № 2. – С. 20–22.

Горитов Александр Николаевич
Д-р техн. наук, профессор каф. автоматизированной системы управления (АСУ) ТУСУРа
Тел: +7 (382-2) 70-15-36
Эл.почта: ang@asu.tusur.ru

Молокова Мария Федоровна
Магистрант каф. АСУ ТУСУРа
Тел.: +7-913-852-24-07
Эл. почта: masha_molokova@mail.ru

Goritov A.N., Molokova M.F.

Calculation of the dynamic characteristics of the manipulator

Designing robots, solving manipulator control problems, analyzing the kinematic structure leads to the need to study the dynamic processes that occur during the operation of the robot. In the report, the modification of the RAUMS simulation system is considered. Modification of the system allows performing calculations of the dynamic characteristics of the objects under study. It also includes the modification of the component model and the integration into the system of the unit for calculating the dynamic characteristics of the manipulator. The implemented algorithm is based on the Lagrange–Euler method and allows solving the direct and inverse problem of dynamics. The result of the calculations is presented in a table and a graph of the change in the dynamic characteristics at the time. As a result of the development of the module, the modeling capabilities were expanded, in terms of analysis of the dynamic characteristics of the robot.

Keywords: Robot - manipulator, direct problem of dynamics, inverse dynamic problem, Lagrange–Euler method, RAUMS system.