

УДК 6221.396.41

А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко, С.Г. Михальченко, Д.С. Муликов

## Метод коммутационно-разрывных и модуляционных функций при анализе процессов в преобразователях частоты

Рассматривается использование метода коммутационных функций при анализе установившихся процессов в преобразователях частоты с промежуточным звеном постоянного тока на основе активного выпрямителя и автономного инвертора напряжения с широтно-импульсной модуляцией. Получены выражения, описывающие формирование линейных и фазных напряжений, а также выпрямленного напряжения звена постоянного тока в базисе коммутационных функций. С помощью модуляционных функций установлены связь тока нагрузки с потребляемыми из сети токами.

**Ключевые слова:** коммутационно-разрывная функция, модуляционная функция, преобразователь частоты, активный выпрямитель, звено постоянного тока, автономный инвертор.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2017-20-3-203-209

Трехфазный преобразователь частоты с двухсторонним обменом энергией между питающей сетью и нагрузкой (чаще всего двигательной) в общем случае включает синхронизированный с питающей сетью трехфазный активный выпрямитель (АВ) с входными индуктивностями; конденсаторы промежуточного звена постоянного тока; автономный инвертор напряжения (АИН) и нагрузку с выходными индуктивностями и противофазным напряжением. Анализ установившихся режимов работы такой системы может быть проведен с использованием имитационного моделирования или с использованием построенной численно-аналитической модели, с последующим интегрированием нелинейных дифференциальных уравнений, например в среде Matlab Simulink, OrCAD и т.п. В первом случае результаты получаются менее обозримыми, поэтому метод требует тщательного анализа физических процессов, что встречает известные трудности при исследовании трехфазных преобразователей. Численно-аналитическое описание электромагнитных процессов в таких структурах может быть облегчено, если для исходной формализации привлекаются коммутационные и модуляционные функции [1, 2].

Анализ публикаций [1–6] показывает, что процессы преобразования электрической энергии достаточно подробно изучены в АИН с привлечением аппарата модуляционных функций  $MF(t)$  [2]. В работах [3, 4] используется аналитический подход к описанию хаотизированной динамики и установившихся процессов АВ с использованием метода коммутационно-разрывных функций  $KF(t)$ . Такой подход требует выделения всех участков непрерывности структуры для формирования пространства состояний многофазной структуры, что делает его малоприменимым для инженерных расчетов. В работе [5] анализируются процессы передачи энергии из сети переменного тока в нагрузку трехфазным активным выпрямителем с релейным управлением. Здесь также используются коммутационные функции, но в отрыве от  $MF(t)$ . В статье [7] сделана попытка формализовать описание АИН с применением  $KF(t)$  и модуляционных функций с ШИМ. В целом информация об эффективности применения  $KF(t)$  при описании процессов в  $m$ -фазных структурах разрознена и фрагментами освещена в отдельных публикациях.

В рамках настоящей работы представлено описание процессов преобразования  $m$ -фазного переменного напряжения в постоянное с последующим преобразованием постоянного напряжения ЗПТ в трехфазное переменное напряжение. В основу положено использование коммутационных  $KF(t)$  и модуляционных  $MF(t)$  функций. Упрощенная схема замещения силовой цепи преобразователя частоты приведена на рис. 1, где приняты следующие обозначения:  $E_A, E_B, E_C$  – напряжения питающей сети;  $U_A, U_B, U_C$  – напряжения, действующие между землей и стойками АВ;  $L_A, L_B, L_C$  – индуктивности входных дросселей АВ;  $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$  – потенциалы в точках присоединения фаз;  $C_1, C_2$  – емкости конденсаторов промежуточного звена постоянного тока;  $U_U, U_V, U_W$  – напряжения трех фаз нагрузки АИ;  $L_U, L_V, L_W$  – индуктивности нагрузки;  $E_U, E_V, E_W$  – противофазные напряжения нагрузки  $\varphi_U, \varphi_V, \varphi_W$  – потенциалы в точках присоединения фаз нагрузки.

Здесь приняты следующие допущения: ключевые элементы 1–12 представлены идеальными; потери в индуктивностях отсутствуют; процессы в преобразователях будем рассматривать относительно нулевого потенциала, а процессы в фазах выпрямителя и нагрузки – относительно земли.

**Предварительные замечания.** В настоящее время для управления частотно-регулируемыми электроприводами используется векторная широтно-импульсная модуляция (ШИМ), суть которой в управлении ключами  $m$ -фазных преобразователей сводится к формированию шести базовых векторов  $V1$ – $V6$  и двух нулевых  $V7(0+)$  и  $V8(0-)$ , алгоритм формирования которых показан в таблице.

Схемы замещения АВ достаточно подробно рассмотрены в [7], а АИН – в [2, 5, 6].

Основной отличительной особенностью работы ведомого сетью АВ от работы АИН заключается в роли нулевых векторов. В автономном инверторе одновременное замкнутое состояние верхних или нижних ключей (формирование нулевого вектора) означает одновременное формирование нулевых напряжений, прикладываемых к нагрузке (к обмоткам статора электрической машины), и рассеивание энергии в нагрузке.

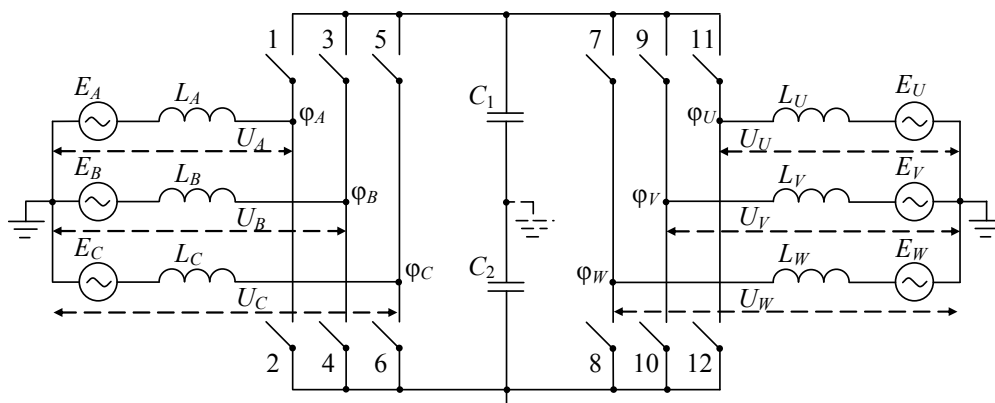


Рис. 1. Схема замещения преобразователя частоты

### Формирование шести базовых векторов $V_1$ – $V_6$ и двух нулевых $V_7(0+)$ и $V_8(0-)$

Сектор, рад	Период ШИМ						Вектор
$0 \dots \frac{\pi}{3}$	$\bar{V}_8$	$V_1$	$V_2$	$\bar{V}_7$	$V_2$	$V_1$	$\bar{V}_8$
	$(1-\gamma_A)/2$			$\gamma_A$			$(1-\gamma_A)/2$
	$(1-\gamma_B)/2$			$\gamma_B$			$(1-\gamma_B)/2$
	$(1-\gamma_C)/2$			$\gamma_C$			$(1-\gamma_C)/2$
$\frac{\pi}{3} \dots \frac{2\pi}{3}$	$\bar{V}_8$	$V_3$	$V_2$	$\bar{V}_7$	$V_2$	$V_3$	$\bar{V}_8$
	$(1-\gamma_A)/2$			$\gamma_A$			$(1-\gamma_A)/2$
	$(1+\gamma_B)/2$			$\gamma_B$			$(1-\gamma_B)/2$
	$(1-\gamma_C)/2$			$\gamma_C$			$(1-\gamma_C)/2$
$\frac{2\pi}{3} \dots \pi$	$\bar{V}_8$	$V_3$	$V_4$	$\bar{V}_7$	$V_4$	$V_3$	$\bar{V}_8$
	$(1-\gamma_A)/2$			$\gamma_A$			$(1-\gamma_A)/2$
	$(1-\gamma_B)/2$			$\gamma_B$			$(1-\gamma_B)/2$
	$(1-\gamma_C)/2$			$\gamma_C$			$(1-\gamma_C)/2$
$\pi \dots \frac{4\pi}{3}$	$\bar{V}_8$	$V_5$	$V_4$	$\bar{V}_7$	$V_4$	$V_5$	$\bar{V}_8$
	$(1-\gamma_A)/2$			$\gamma_A$			$(1-\gamma_A)/2$
	$(1-\gamma_B)/2$			$\gamma_B$			$(1-\gamma_B)/2$
	$(1-\gamma_C)/2$			$\gamma_C$			$(1-\gamma_C)/2$
$\frac{4\pi}{3} \dots \frac{5\pi}{3}$	$\bar{V}_8$	$V_5$	$V_6$	$\bar{V}_7$	$V_6$	$V_5$	$\bar{V}_8$
	$(1-\gamma_A)/2$			$\gamma_A$			$(1-\gamma_A)/2$
	$(1-\gamma_B)/2$			$\gamma_B$			$(1-\gamma_B)/2$
	$(1-\gamma_C)/2$			$\gamma_C$			$(1-\gamma_C)/2$
$\frac{5\pi}{3} \dots 2\pi$	$\bar{V}_8$	$V_1$	$V_6$	$\bar{V}_7$	$V_6$	$V_1$	$\bar{V}_8$
	$(1-\gamma_A)/2$			$\gamma_A$			$(1-\gamma_A)/2$
	$(1-\gamma_B)/2$			$\gamma_B$			$(1-\gamma_B)/2$
	$(1-\gamma_C)/2$			$\gamma_C$			$(1-\gamma_C)/2$

В активном выпрямителе состояние ключей, при котором формируются нулевые векторы, сопровождается режимом накопления энергии во входных индуктивностях и одновременным приложением нулевого напряжения к конденсаторам ЗПТ.

Кроме того, в  $m$ -фазных мостовых структурах выпрямителей имеет место отрицательное напряжение, действующее на выходе выпрямителя относительно земли, которое условно принимают за нулевой потенциал. Тогда для разделения понятий о нулевом потенциале и земле, воспользуемся понятием «потенциала точки присоединения фазы» источника питания  $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$  и нагрузки  $\varphi_U, \varphi_V, \varphi_W$ , как показано на рис. 1. Землей будем называть общие точки соединения фаз трехфазного источника питания и трехфазной нагрузки, соединенные звездой.

#### Описание выпрямленного напряжения в промежуточном звене постоянного тока

Математическая модель коммутационной функции с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) выпрямительной стойки в точке присоединения входных индуктивностей  $\varphi_A$  формируется как сигнум-функция разностного уравнения задающего напряжения (или сигнала ошибки в замкнутой системе регулирования) и уравнения развертки:

$$KF_A(t) = \frac{1}{2} [\text{sign}(\xi_A) + 1], \quad (1)$$

где  $\xi_A = U_{3A}(t) - U_P(t)$  – разностное уравнение ШИМ, в котором задающее напряжение

$$U_{3A}(t) = U_{\text{ОП}} \cdot [\sin(\omega_C t \pm \theta) + 1] / 2, \quad (2)$$

а однополярное треугольное развертывающее напряжение ШИМ

$$U_P(t) = U_{\text{ОП}} \left( 1 - f_a(t) + 2f_a(t) \left[ \frac{t}{a} - E_1 \left( \frac{t}{a} \right) \right] \right). \quad (3)$$

Здесь  $f_a(t) = (-1)^{E_1(2t/a)}$  – функция прямоугольного синуса;  $E_1(t/a)$  – целочисленная функция Антье, а

$$\begin{cases} KF_B(t) = \frac{1}{2} \text{sign} \left( \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \pm \theta \right) - \left( 1 - f_a(t) + 2f_a(t) \left[ \frac{t}{a} - E_1 \left( \frac{t}{a} \right) \right] + 1 \right) \right), \\ KF_C(t) = \frac{1}{2} \text{sign} \left( \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \pm \theta \right) - \left( 1 - f_a(t) + 2f_a(t) \left[ \frac{t}{a} - E_1 \left( \frac{t}{a} \right) \right] + 1 \right) \right). \end{cases} \quad (4')$$

В этих выражениях угол сдвига  $\theta$  модуляционных функций относительно фазных напряжений питающей сети  $E_A, E_B, E_C$  определяет формирование векторов  $U_{3A}(t), U_{3B}(t)$ , и  $U_{3C}(t)$ , содержащих синусную и косинусную составляющие.

Косинусная составляющая каждого вектора фазного напряжения необходима для формирования тока, синфазного с источником напряжения  $E$  соответствующей фазы, как показано в работе [7].

Поскольку

$$\frac{1}{2} [\text{sign}(\xi) + 1] = \begin{cases} 1, & \text{при } \xi > 0, \\ 0, & \text{при } \xi < 0, \end{cases}$$

то и коммутационные функции соответствующих выпрямительных стоек  $KF_A(t), KF_B(t)$  и  $KF_C(t)$  будут

$\frac{t}{a} - E_1 \left( \frac{t}{a} \right)$  – функция дробной части;  $a$  – период

ШИМ;  $U_{\text{ОП}}$  – амплитуда развертывающего напряжения;  $\omega_C$  – частота напряжения питающей сети АВ, далее встретится частота напряжения нагрузки  $\omega_H$ .

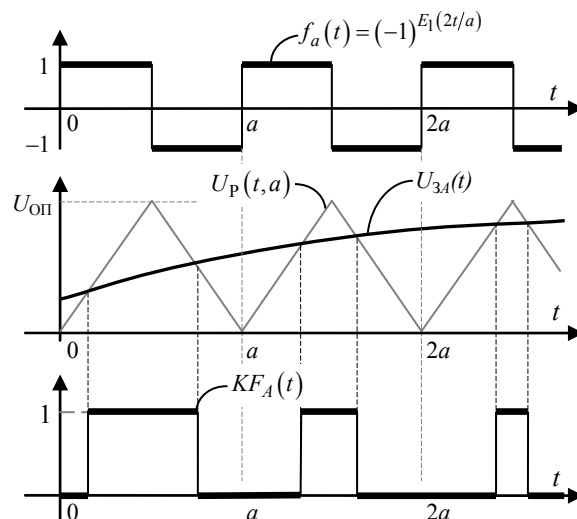


Рис. 2. Диаграммы, поясняющие формирование развертывающего напряжения и коммутационной функции

Таким образом, коммутационная функция фазы А выпрямителя имеет вид

$$KF_A(t) = \frac{1}{2} \text{sign} \left( \sin(\omega t \pm \theta) - \left( 1 - f_a(t) + 2f_a(t) \left[ \frac{t}{a} - E_1 \left( \frac{t}{a} \right) \right] + 1 \right) \right). \quad (4)$$

Подобно (4), исходя из того, что

$$U_{3B}(t) = U_{\text{ОП}} \cdot [\sin(\omega t + 2\pi/3 \pm \theta) + 1] / 2$$

$$\text{и } U_{3C}(t) = U_{\text{ОП}} \cdot [\sin(\omega t - 2\pi/3 \pm \theta) + 1] / 2,$$

описываются коммутационные функции других фаз:

отражать характер изменения сигналов задающих токи фаз при широтно-импульсной модуляции, как показано на рис. 3, с учетом сдвига фаз модулирующего воздействия.

Напряжения, действующие на ключах выпрямительной и инверторной стоек полностью определяются напряжением промежуточного звена постоянного тока – напряжением  $U_0$  на конденсаторах  $C_1$  и  $C_2$ . В свою очередь,  $U_0$  равно выпрямленному линейному напряжению точек присоединения входных индуктивностей выпрямителя:  $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ . Найдем значения этих потенциалов при  $i = A, B, C$ :

$$\{\varphi_i = U_0 \cdot KF_i(t) = U_0 \cdot [\text{sign}(\xi_i) + 1] / 2. \quad (5)$$

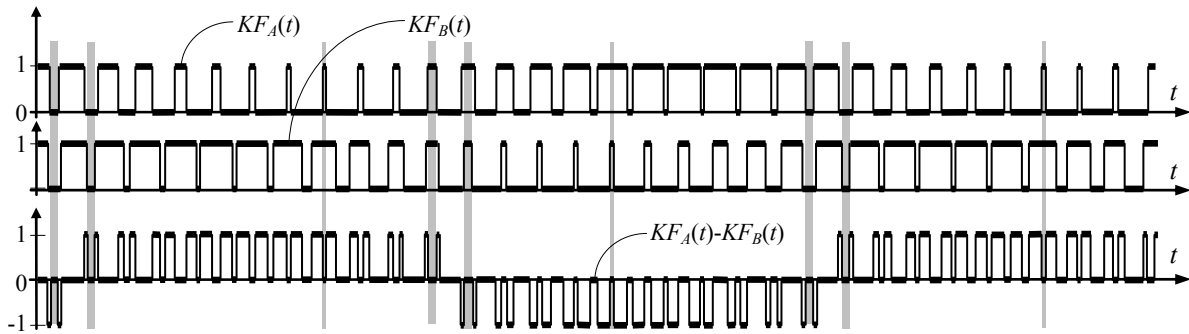


Рис. 3. Диаграммы коммутационных функций стоек фаз  $A$  и  $B$  выпрямителя и коммутационная функция линейного напряжения  $KF_A - KF_B$

Также можно записать выражения для линейных напряжений как разности (5):

$$\begin{cases} U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = U_0 \cdot (KF_A(t) - KF_B(t)), \\ U_{BC} = \varphi_B - \varphi_C = U_0 \cdot (KF_B(t) - KF_C(t)), \\ U_{CA} = \varphi_C - \varphi_A = U_0 \cdot (KF_C(t) - KF_A(t)). \end{cases} \quad (6)$$

Исходя из выражения (6), получим зависимость коммутационной функции выпрямителя  $KF_{Ud}$ , как полусумму модулей разностей коммутационных функций соответствующих фаз:

$$KF_{Ud} = \frac{1}{2} (|KF_A - KF_B| + |KF_B - KF_C| + |KF_C - KF_A|). \quad (7)$$

Это позволяет записать выражение для выпрямленного напряжения  $U_d$  относительно отрицательного потенциала, принятого за нулевой уровень, как полусумму модулей линейных напряжений:

$$U_d = \frac{1}{2} (|\varphi_A - \varphi_B| + |\varphi_B - \varphi_C| + |\varphi_C - \varphi_A|). \quad (8)$$

Величина напряжения  $U_0$ , действующего на конденсаторе  $C_1$ , равна среднему значению  $U_d$  (см. рис. 4).

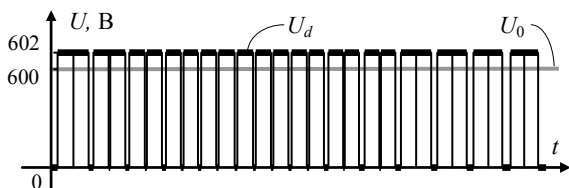


Рис. 4. Выпрямленное напряжение  $U_d$  и напряжение  $U_0$ , действующее на конденсаторе  $C_1$

Следует иметь в виду, что интервалы времени, на которых формируются нулевые значения линейного напряжения, образованы в процессе модуляции не только включением нижних ключей 2, 4, 6 выпрямителя, но и одновременным замкнутым состоянием пары верхних ключей, когда разность потенциалов между ними равна нулю.

#### Формирование фазных напряжений АИН через его коммутационные функции

Фазные токи нагрузки определяются фазными напряжениями, которые действуют в точках присоединения фаз нагрузки относительно потенциала земли. Учтем также и то, что положительная полу-волна коммутационной функции, описывающей характер изменения выходного напряжения инвертора

относительно земли, формируется последовательно управляющих импульсов верхних ключей 7, 9 и 11, а отрицательная – управляющими импульсами нижних ключей 8, 10 и 12.

В свою очередь потенциалы  $\varphi_U, \varphi_V, \varphi_W$  точек присоединения фаз нагрузки (см. рис. 1) определяются коммутационными функциями  $KF_U(t), KF_V(t)$  и  $KF_W(t)$  инвертора, умноженными на величину выпрямленного напряжения  $U_0$ .

$$\{\varphi_j = U_0 \cdot KF_j(t) = U_0 (\text{sign}(\zeta_j) + 1) / 2, \quad (9)$$

где  $j = U, V, W$ .

Коммутационные функции строятся аналогично (4)–(4') как  $KF_j(t) = (\text{sign}(\zeta_j) + 1) / 2$ , на базе разностных функций модулирующего воздействия фазы нагрузки и развортывающего напряжения  $U_p(t)$ :

$$\begin{cases} \zeta_U(t) = U_{\text{ОП}} \sin(\omega_H t) - U_p(t), \\ \zeta_V(t) = U_{\text{ОП}} \sin(\omega_H t + 2\pi/3) - U_p(t), \\ \zeta_W(t) = U_{\text{ОП}} \sin(\omega_H t - 2\pi/3) - U_p(t), \end{cases} \quad (10)$$

где  $\omega_H$  – частота выходного напряжения инвертора.

Модуляционные функции выглядят так:

$$\begin{cases} MF_U(t) = U_0 \sin(\omega_H t), \\ MF_V(t) = U_0 \sin(\omega_H t + 2\pi/3), \\ MF_W(t) = U_0 \sin(\omega_H t - 2\pi/3). \end{cases} \quad (11)$$

Линейные напряжения инвертора строятся аналогично (6) как разности потенциалов в точках приложения фаз (12):

$$\begin{cases} U_{UV} = \varphi_U - \varphi_V = U_0 (\text{sign}(\zeta_U) - \text{sign}(\zeta_V)) / 2, \\ U_{VW} = \varphi_V - \varphi_W = U_0 (\text{sign}(\zeta_V) - \text{sign}(\zeta_W)) / 2, \\ U_{WU} = \varphi_W - \varphi_U = U_0 (\text{sign}(\zeta_W) - \text{sign}(\zeta_U)) / 2. \end{cases} \quad (12)$$

Механизм формирования фазных напряжений показан на рис. 5, где для наглядности приведены мгновенные значения напряжения только фазы  $U$ :

$$U_U = \frac{2\varphi_U - (\varphi_V + \varphi_W)}{3} = U_0 \cdot KF_{\Sigma U}(t). \quad (13)$$

В формуле (13) введено понятие суммарной коммутационной функции  $KF_{\Sigma U}(t)$ , поскольку фазные напряжения определяются чередующимися последовательно-параллельными соединениями сопротивлений нагрузки инвертора на периоде выходного напряжения.

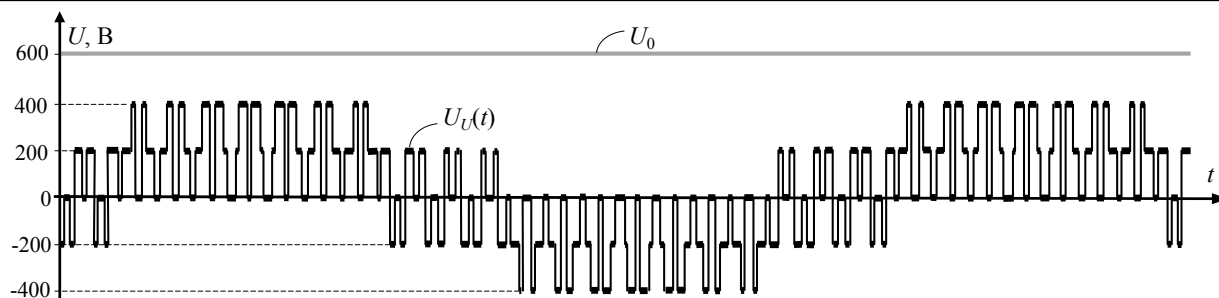


Рис. 5. Диаграммы, поясняющие формирование  $KF_U(t)$  фазных напряжений

Можно видеть, что огибающая напряжения, действующего на средней точке инверторной стойки  $\varphi_U$  относительно земли, определяется схемой подключения индуктивностей нагрузки  $L_U, L_V, L_W$  к напряжению  $U_0$ . На интервалах передачи энергии в нагрузку индуктивности двух фаз включены параллельно, а третьей фазы – последовательно с ними, поэтому максимальное значение этого напряжения равно  $2U_0/3$ .

Аналогично формуле (13) получим выражения, описывающие мгновенные значения напряжений других фаз через соответствующие суммарные коммутационные функции  $KF_{\Sigma V}(t)$  и  $KF_{\Sigma W}(t)$ :

$$\begin{cases} U_V = U_0 \cdot KF_{\Sigma V}(t) = \frac{2\varphi_V - (\varphi_W + \varphi_U)}{3}, \\ U_W = U_0 \cdot KF_{\Sigma W}(t) = \frac{2\varphi_W - (\varphi_U + \varphi_V)}{3}, \end{cases} \quad (13')$$

где суммарные коммутационные функции определяются через (10) следующими выражениями:

$$\begin{cases} KF_{\Sigma U}(t) = \frac{\text{sign}(\zeta_U) - (\text{sign}(\zeta_V) + \text{sign}(\zeta_W))/2}{3}, \\ KF_{\Sigma V}(t) = \frac{\text{sign}(\zeta_V) - (\text{sign}(\zeta_W) + \text{sign}(\zeta_U))/2}{3}, \\ KF_{\Sigma W}(t) = \frac{\text{sign}(\zeta_W) - (\text{sign}(\zeta_U) + \text{sign}(\zeta_V))/2}{3}. \end{cases} \quad (14)$$

#### Приведение токов нагрузки к звену постоянного тока

Пусть под действием напряжений (13) с частотой напряжения нагрузки  $\omega_H$  протекают токи, смещенные по фазе на угол  $\psi$  по отношению к напряжениям своей фазы, как показано на рис. 6.

Следовательно, токи трех фаз  $U, V, W$  равны:

$$\begin{cases} I_U(t) = I_m \cdot \sin(\omega_H t + \psi), \\ I_V(t) = I_m \cdot \sin(\omega_H t + 2\pi/3 + \psi), \\ I_W(t) = I_m \cdot \sin(\omega_H t - 2\pi/3 + \psi), \end{cases} \quad (15)$$

$I_m$  – амплитудное значение фазного тока.

Показанная на рис. 6 модуляционная функция  $MF_U(t)$  фазы  $U$  представляет собой сумму верхней полуволны, формируемой верхними ключами 7, 9, 11:

$$MF_{U+}(t) = \frac{1}{2} [\sin(\omega_H t + 1)], \quad (16)$$

и нижней полуволны, формируемой нижними ключами 8, 10, 12 АИН:

$$MF_{U-}(t) = \frac{1}{2} [\sin(\omega_H t) - 1]. \quad (16')$$

Приведенные к промежуточному звену постоянного тока значения положительной и отрицательной полуволны тока фазы  $U$  определяются произведением тока нагрузки (15) на модуляционные функции (16), (16'), а его результирующее значение будет равно

$$\begin{aligned} I_{U0}(t) &= I_m \sin(\omega_H t + \psi) \cdot \frac{1}{2} [\sin(\omega_H t) + 1] = \\ &= \frac{I_m}{2} \sin(\omega_H t + \psi) + \frac{I_m}{4} \cos \psi - \frac{I_m}{4} \cos(2\omega_H t + \psi). \end{aligned} \quad (17)$$

Аналогично для других фаз:

$$\begin{cases} MF_{V\pm}(t) = \frac{1}{2} [\sin(\omega_H t + 2\pi/3) \pm 1]; \\ MF_{W\pm}(t) = \frac{1}{2} [\sin(\omega_H t - 2\pi/3) \pm 1]. \end{cases} \quad (16'')$$

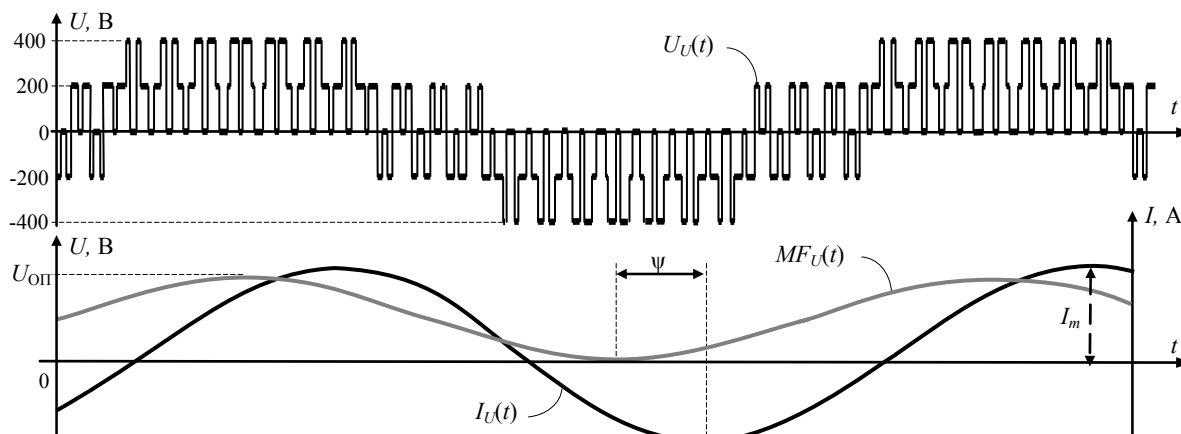


Рис. 6. Напряжение инвертора  $U_U(t)$ , модулирующая функция  $MF_U(t)$  и ток нагрузки  $I_U(t)$  фазы  $U$

Для фаз  $V$  и  $W$  аналогично:

$$\begin{cases} I_{V0}(t) = \frac{I_m}{2} \sin\left(\omega_H t + \frac{2\pi}{3} + \psi\right) + \frac{I_m}{4} \cos\psi - \\ - \frac{I_m}{4} \cos\left(2\omega_H t + \frac{2\pi}{3} + \psi\right); \\ I_{W0}(t) = \frac{I_m}{2} \sin\left(\omega_H t - \frac{2\pi}{3} + \psi\right) + \frac{I_m}{4} \cos\psi - \\ - \frac{I_m}{4} \cos\left(2\omega_H t - \frac{2\pi}{3} + \psi\right). \end{cases} \quad (17')$$

Можно видеть, что при суммировании трёхфазной системы токов  $I_{U0}(t)$ ,  $I_{V0}(t)$ ,  $I_{W0}(t)$  гармоники с частотой нагрузки  $\omega_H$  и с удвоенной частотой  $2\omega_H$  образуют симметричную систему токов, сумма которых тождественно равна нулю. Поэтому приведенное значение тока не зависит от времени:

$$I_{0\Sigma} = I_{U0}(t) + I_{V0}(t) + I_{W0}(t) = \frac{3}{4} I_m \cos\psi. \quad (18)$$

Таким образом, реализуется автономным инвертором межфазный обмен реактивной энергией нагрузки, а из звена постоянного тока потребляется только активная составляющая тока нагрузки.

#### Приведение тока $I_{0\Sigma}$ к потребляемым из сети токам

Для приведения тока (18) к входу АВ необходимо определить модуляционные функции фаз выпрямителя также с учетом того, что положительная и отрицательная полуволны потребляемого из сети тока формируются верхними и нижними ключами АВ на каждом периоде ШИМ:

$$\begin{cases} MF_{A+}(t) = [\sin(\omega_C t) \pm 1]/2, \\ MF_{B+}(t) = [\sin(\omega_C t + 2\pi/3) \pm 1]/2, \\ MF_{C+}(t) = [\sin(\omega_C t - 2\pi/3) \pm 1]/2. \end{cases} \quad (19)$$

Ток, потребляемый фазой  $A$ , определим как произведение (19) на  $I_{0\Sigma}$ :

$$I_{A\pm}(t) = \frac{1}{2} I_{0\Sigma} \sin(\omega_C t) \pm \frac{1}{2} I_{0\Sigma}. \quad (20)$$

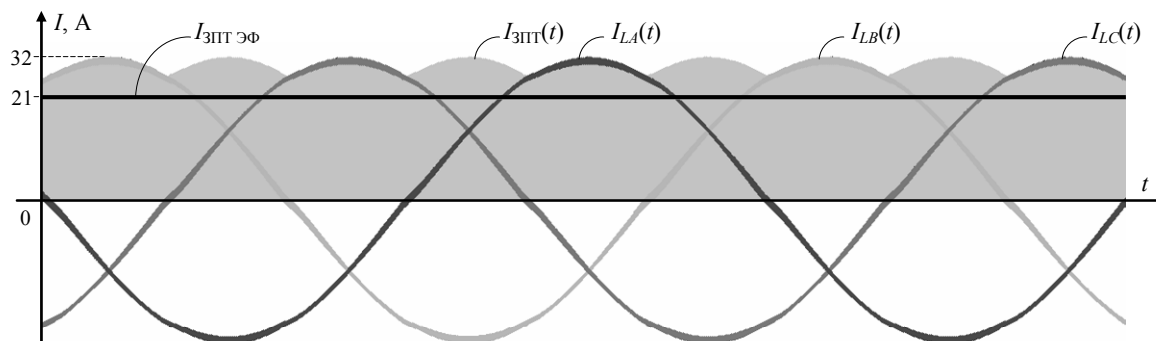


Рис. 8. Токи индуктивностей фаз АВ, мгновенное значение тока  $I_{ЗПТ}(t)$  и его эффективное значение  $I_{ЗПТ \text{ эф}}$

#### Заключение

1. В базе коммутационно-разрывных функций получены выражения, описывающие фазные и линейные напряжения, действующие на элементах

Просуммировав положительную и отрицательную полуволны тока фазы  $A$ , получим

$$I_{LA}(t) = I_{0\Sigma} \sin(\omega_C t). \quad (21)$$

С учетом (19) токи потребляемые фазами  $B$  и  $C$ , будут равны

$$\begin{cases} I_{LB}(t) = I_{0\Sigma} \sin(\omega_C t + 2\pi/3), \\ I_{LC}(t) = I_{0\Sigma} \sin(\omega_C t - 2\pi/3). \end{cases} \quad (21')$$

Отметим особенности проводимости ключей АВ и АИН. На рис. 7 показано, что верхняя полуволна тока фазы  $A$  активного выпрямителя  $I_{A+}(t)$  формируется коммутацией транзистора ключа 2 и диода ключа 1, а нижняя полуволна  $I_{A-}(t)$  – коммутацией транзистора ключа 1 и диода ключа 2. Проводимость диодов и транзисторов ключей АВ прямо противоположна проводимости диодов и транзисторов соответствующих стоек АИН, так как структура АВ соответствует преобразователю повышающего типа, а АИН – понижающего.

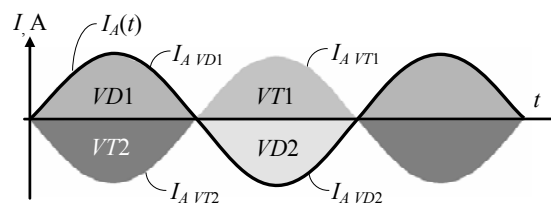


Рис. 7. Проводимость диодов и транзисторов АВ

На рис. 8 приведены диаграммы токов фаз активного выпрямителя и ток, потребляемый звеном постоянного тока. Здесь обозначено:  $I_{ЗПТ}$ ,  $I_{ЗПТ \text{ эф}}$  – мгновенные значения тока в звене постоянного тока и его эффективное значение соответственно;  $I_{LA}(t)$ ,  $I_{LB}(t)$ ,  $I_{LC}(t)$  – токи входных индуктивностей.

Отметим, что режим непрерывных токов АВ достигается тогда, когда токи входных индуктивностей  $I_{LA}(t)$ ,  $I_{LB}(t)$  и  $I_{LC}(t)$  равны или превышают эффективное значение тока  $I_{ЗПТ \text{ эф}}$  с учетом размаха пульсаций этих токов.

схемы замещения ПЧ с промежуточным звеном постоянного тока.

2. В базе модуляционных функций получены выражения, устанавливающие связь токов много-

фазной нагрузки с током в звене постоянного тока и потребляемыми трехфазным преобразователем частоты токами.

#### Литература

1. Михальченко Г.Я. Математические модели импульсных систем преобразования энергии / Г.Я. Михальченко, С.Г. Михальченко. – Томск: Изд-во ТУСУРа, 2013. – 160 с.
2. Шрейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты. – Екатеринбург: Полиграфист, 2000. – 654 с.
3. Андриянов А.И. Математическая модель транзисторных управляемых выпрямителей в режиме рекуперации электроэнергии / А.И. Андриянов, Е.А. Саченко // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2016. – №2 (31). – С. 26–42.
4. Huang M. Low-Frequency Hopf Bifurcation and Its Effects on Stability Margin in Three-Phase PFC Power Supplies Connected to Non-Ideal Power Grid / M. Huang, C.K. Tse, S.C. Wong, C. Wan, X. Ruan // Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on. Dec. 2013. – Vol. 60, No. 12. – P. 3328–3340.
5. Колмаков Н.М. Анализ гистерезисного управления по напряжению автономного инвертора напряжения / Н.М. Колмаков, И.А. Баховцев, А.Г. Гарганеев // Доклады ТУСУРа. – 2016. – Т. 19, № 2. – С. 84–89.
6. Правикова А.А. Математическая модель системы электропитания телеуправляемого подводного аппарата с передачей энергии по кабель-тросу на переменном токе / А.А. Правикова, В.М. Рулевский, Д.Ю. Ляпунов, В.Г. Букреев // Доклады ТУСУРа. – 2017. – Т. 20, № 1. – С. 131–135.
7. Михальченко Г.Я. Установившиеся режимы работы преобразователя частоты с активным выпрямителем / Г.Я. Михальченко, Д.С. Муликов // Доклады ТУСУРа. – 2016. – Т. 19, № 2. – С. 79–83.

#### Кобзев Анатолий Васильевич

Д-р техн. наук, профессор  
каф. промышленной электроники (ПрЭ) ТУСУРа  
Тел.: +7 (382-2) 41-44-75  
Эл. почта: kav@ie.tusur.ru

#### Михальченко Геннадий Яковлевич

Д-р техн. наук, профессор каф. ПрЭ  
Тел.: +7 (382-2) 41-32-32  
Эл. почта: kpe-tusur@yandex.ru

#### Михальченко Сергей Геннадьевич

Д-р техн. наук, профессор, зав. каф. ПрЭ  
Тел.: +7 (382-2) 41-44-59  
Эл. почта: kpe-tusur@yandex.ru

#### Муликов Дмитрий Сергеевич

Аспирант каф. ПрЭ  
Тел.: +7-923-404-21-54  
Эл. почта: dmul@mail.ru

Kobzev A.V., Mikhachenko G.Ya.,  
Mikhachenko S.G., Mulikov D.S.

#### Method of switching-discontinuous and modulation functions in the analysis of processes in frequency converters

The switching function method in the analysis of steady-state processes in frequency converters with an intermediate DC link based on an active rectifier and an autonomous voltage inverter with pulse-width modulation is considered. Expressions describing the formation of linear and phase voltages, as well as rectified DC link voltage in the basis of commutation functions are obtained. With the help of modulation functions, the correlation of the load current with the network currents is established.

**Keywords:** switching-discontinuous function, modulation function, frequency converter, active rectifier, DC link, autonomous inverter.