

УДК 621.314.58

**А.А. Правикова, В.М. Рулевский, Д.Ю. Ляпунов, В.Г. Букреев**

## Математическая модель системы электропитания телеуправляемого подводного аппарата с передачей энергии по кабель-тросу на переменном токе

Рассматривается математическая модель системы электропитания (СЭП) телеуправляемого подводного аппарата с передачей энергии по кабель-тросу на переменном токе. Для разработки математической модели СЭП используется метод пространства состояний, позволяющий записать дифференциальные уравнения в форме Коши. Приведена сравнительная оценка результатов моделирования разомкнутой системы с экспериментальными данными, отмечается адекватность модели и возможность ее применения для дальнейших исследований.

**Ключевые слова:** телеуправляемый подводный аппарат, система электропитания, коммутационная функция, математическая модель, пространство состояний.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2017-20-1-131-135

Телеуправляемые подводные аппараты (ТПА) широко используются для исследования глубин Мирового океана, а также проведения широкого круга научно-исследовательских и практических задач. Согласно [1] по своему назначению ТПА подразделяются на поисковые, обследовательские, рабочие, исследовательские и многоцелевые (двойного применения). Эффективность выполнения задач ТПА во многом определяется системой электропитания (СЭП). Энергообеспечение ТПА осуществляется по кабель-тросу от судна-носителя. Согласно обзору вариантов построения СЭП ТПА [2] передача энергии по кабель-тросу на переменном токе повышенной частоты обеспечивает увеличение удельной мощности СЭП ТПА и повышение ее надежности.

Целью данной работы является разработка математической модели СЭП ТПА с передачей энергии по кабель-тросу на переменном токе в пространстве состояний и подтверждение адекватности разработанной модели.

### Математическая модель системы

Программы для исследования систем силовой электроники делятся на две группы в зависимости от математической модели. Первая группа – это программы с описанием моделей в виде дифференциальных уравнений (MathCad, Matlab и др.), вторая – программы с моделями в виде схем замещения (PSpice, Simulink и др.), далее – имитационные модели. Разработка и исследование имитационной модели СЭП ТПА в программе Matlab/Simulink приведены в [3].

СЭП ТПА состоит из бортовой части, расположенной на судне-носителе, и подводной, расположенной на борту подводного аппарата, энергоснабжение между ними осуществляется посредством кабель-троса. Принципиальная электрическая схема СЭП ТПА с передачей энергии по кабель-тросу на переменном токе приведена на рис. 1, где  $U_s$  – напряжение источника питания;  $L_s$ ,  $R_s$ ,  $C_s$  – индуктивность, сопротивление и емкость входной цепи;  $i_L(t)$  – ток дросселя;  $U_{CS}(t)$  – напряжение входной емкости;

$i_{in}(t)$  – входной ток инвертора;  $L_a$ ,  $R_a$ ,  $C_a$  – индуктивность, сопротивление и емкость фильтра;  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$ ,  $i_c(t)$  – выходные токи инвертора;  $U_{CA}(t)$ ,  $U_{CB}(t)$ ,  $U_{CC}(t)$  – фазные напряжения на емкости фильтра;  $U_{cAC}(t)$ ,  $U_{cBA}(t)$ ,  $U_{cCB}(t)$  – линейные напряжения на выходе фильтра;  $i_{ac}(t)$ ,  $i_{ba}(t)$ ,  $i_{cb}(t)$  – фазные токи на выходе фильтра автономного инвертора напряжения (АИН);  $i_{a1}(t)$ ,  $i_{b1}(t)$ ,  $i_{c1}(t)$  – линейные токи на выходе фильтра АИН;  $TV1$  – повышающий трансформатор;  $L_k$ ,  $R_k$ ,  $C_k$  – индуктивность, сопротивление и емкость кабель-троса соответственно;  $i_{ak}(t)$ ,  $i_{bk}(t)$ ,  $i_{ck}(t)$  – линейные токи кабель-троса;  $U_{CKA}(t)$ ,  $U_{CKB}(t)$ ,  $U_{CKC}(t)$  – напряжения на емкости кабель-троса;  $TV2$  – понижающий трансформатор;  $i_{ak1}(t)$ ,  $i_{bk1}(t)$ ,  $i_{ck1}(t)$  – линейные токи в первичной обмотке трансформатора  $TV2$ ;  $i_{a2}(t)$ ,  $i_{b2}(t)$ ,  $i_{c2}(t)$  – линейные входные токи выпрямителя;  $U_{a2}(t)$ ,  $U_{b2}(t)$ ,  $U_{c2}(t)$  – фазные входные напряжения выпрямителя;  $L_d$ ,  $C_d$  – индуктивность и емкость фильтра выпрямителя;  $i_d(t)$  – ток индуктивности фильтра выпрямителя;  $U_d(t)$  – выпрямленное напряжение;  $i_n(t)$ ,  $U_{Cd}(t)$  – ток и напряжение нагрузки;  $R_n$  – сопротивление нагрузки.

Для математического описания системы в пространстве состояний необходимо проведение процедуры составления дифференциальных уравнений.

Основным функциональным элементом СЭП с передачей энергии на переменном токе повышенной частоты по кабель-тросу является АИН. АИН представляет собой нелинейную импульсную систему, аналитическое описание которой возможно с использованием коммутационных функций. Способом управления, который был выбран для данной системы, является «симплексная» ШИМ. Данный способ представляет собой ШИМ с предмодуляцией третьей гармоникой, в котором при коэффициенте модуляции меньше единицы сигнал предмодуляции вычисляется так, чтобы ключи одной из фаз дважды за период выходной частоты находились в пассивном состоянии.

Расчет сигнала предмодуляции  $nn(t)$  задающего напряжения описан в [4].

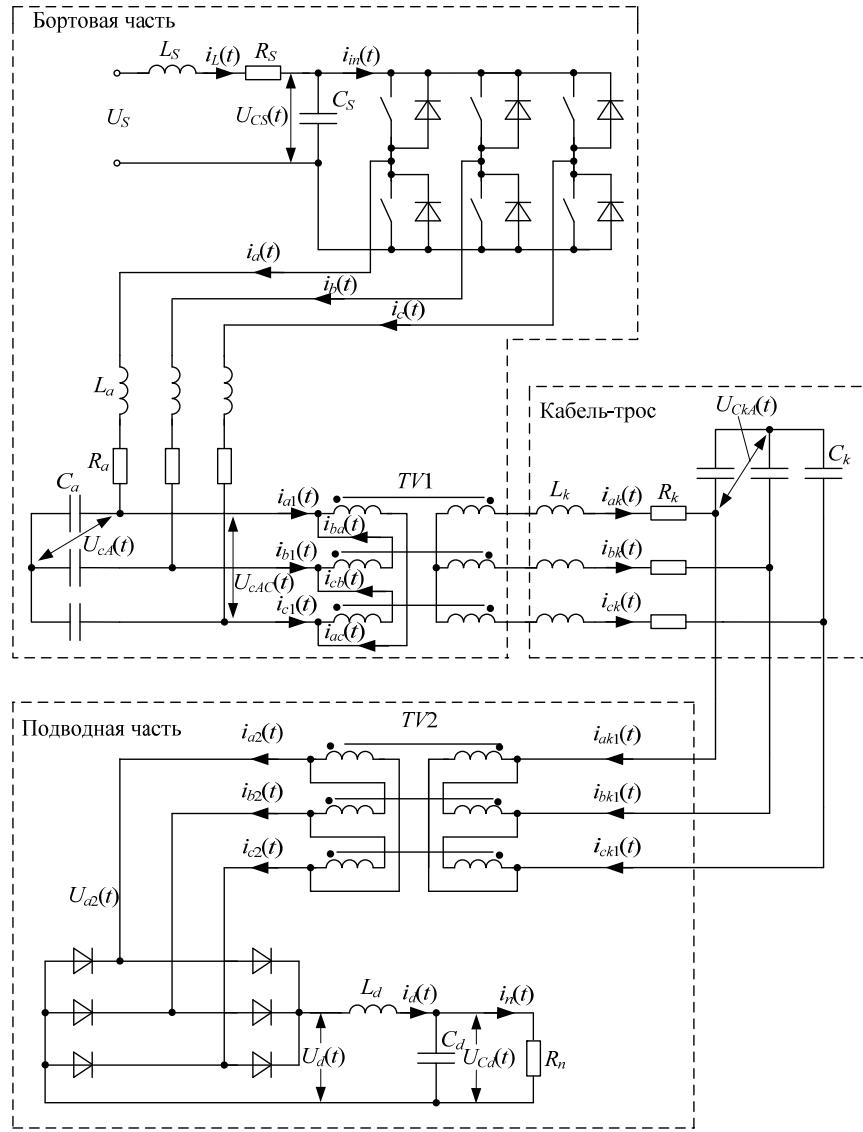


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема силовой части системы электропитания телекоммуникационного подводного аппарата с передачей энергии по кабель-тросу на переменном токе

Задающее напряжение фазы формируется по следующему закону:

$$U_a(t) = \frac{K_m}{\cos(\pi/6)} U_{\text{эт}a}(t) + nn(t), \quad (1)$$

где  $K_m$  – коэффициент модуляции;  $U_{\text{эт}a}(t) = \sin(\omega t)$  – эталонное напряжение фазы;  $nn(t)$  – сигнал предмодуляции.

Законы формирования импульсов управления АИН описываются уравнениями коммутационно-разрывных функций.

Коммутационная функция фазы определяется соотношением

$$K_{fa}(\xi_a) = \begin{cases} 1 & \text{при } \xi_a(t) \geq 0 \\ -1 & \text{при } \xi_a(t) < 0 \end{cases} \quad (2)$$

где  $\xi_a(t)$  – разностная функция фазы.

Разностная функция каждой фазы определяется как разница задающего напряжения фазы и пилообразного напряжения:

$$\xi_a(t) = U_a(t) - U_p(t), \quad (3)$$

где  $U_p(t)$  – функция пилообразного напряжения [5].

$$U_p(t) = 2 \cdot \left( -\frac{1}{2} + \frac{t}{t_{\text{шим}}} - \left\lfloor \frac{t}{t_{\text{шим}}} \right\rfloor \right), \quad (4)$$

где  $t_{\text{шим}}$  – период широтно-импульсной модуляции;

$\left\lfloor \frac{t}{t_{\text{шим}}} \right\rfloor$  – операция округления вещественного числа до ближайшего целого в меньшую сторону.

Коммутационные функции верхних ключей АИН определяются по формулам:

$$K_1(\xi_a) = \begin{cases} 1 & \text{при } \xi_a \geq 0, \\ 0 & \text{при } \xi_a < 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$K_3(\xi_b) = \begin{cases} 1 & \text{при } \xi_b \geq 0, \\ 0 & \text{при } \xi_b < 0, \end{cases} \quad (6)$$

$$K_5(\xi_c) = \begin{cases} 1 & \text{при } \xi_c \geq 0, \\ 0 & \text{при } \xi_c < 0. \end{cases} \quad (7)$$

Общая коммутационная функция напряжения нулевой последовательности [6] определяется по формуле

$$K_f(t) = \frac{1}{3} \cdot (K_1(\xi_a) + K_3(\xi_b) + K_5(\xi_c)) - \frac{1}{2}. \quad (8)$$

Напряжение нулевой последовательности определяется как

$$U_O(t) = U_{CS}(t) \cdot K_f(t). \quad (9)$$

Дифференциальные уравнения входного фильтра АИН имеют вид

$$\dot{i}_L(t) = -\frac{1}{L_S} U_{CS}(t) - \frac{R_S}{L_S} i_L(t) + \frac{1}{L_S} U_S(t), \quad (10)$$

$$\dot{U}_{CS}(t) = \frac{1}{C_S} (i_L(t) - i_{in}(t)), \quad (11)$$

где входной ток АИН определяется по формуле

$$i_{in}(t) = i_a(t) \cdot K_1(\xi_a) + i_b(t) \cdot K_3(\xi_b) + i_c(t) \cdot K_5(\xi_c). \quad (12)$$

Дифференциальные уравнения АИН получены по законам Кирхгофа и закону Ома для участка цепи (см. рис. 1):

$$\dot{i}_a(t) = \frac{1}{L_a} U_{A0} + \frac{1}{L_a} \cdot U_O(t) - \frac{R_a}{L_a} i_a(t) - \frac{1}{L_a} U_{cA}(t), \quad (13)$$

$$U_{A0} = \frac{1}{2} \cdot K_{fa}(\xi_a) \cdot U_{CS}(t), \quad (14)$$

$$\dot{U}_{cA}(t) = \frac{1}{C_a} (i_a(t) - i_{a1}(t)). \quad (15)$$

Линейное напряжение фильтра АИН

$$U_{cAC}(t) = U_{cA}(t) - U_{cc}(t). \quad (16)$$

Для математического описания второй части системы (см. рис. 1), а именно кабель-троса и подводной части СЭП, предлагается перейти к электрической схеме, представленной на рис. 2. Соединения

обмоток трансформаторов  $TV1$ ,  $TV2$  преобразуются к соединениям звезда–звезда. Трансформаторы при математическом описании представляют собой идеальные трансформаторы с коэффициентами преобразования  $K_{p1}$  и  $K_{p2}$  [7].

Перейдем к эквивалентной схеме без идеальных трансформаторов (рис. 3), при этом сохраняя неизменным входное сопротивление схемы. Для этого все сопротивления цепи, которые находились за трансформаторами, следует умножить на квадраты коэффициентов преобразования.

Дифференциальные уравнения для эквивалентной расчетной схемы можно записать как

$$\frac{dU_{ac}(t)}{dt} = \frac{U_{cAC}(t) - R_k \cdot K_{p1}^2 \cdot i_{ac}(t) - U_{CkA}(t)}{L_k \cdot K_{p1}^2}, \quad (17)$$

$$\frac{dU_{CkA}(t)}{dt} = \frac{K_{p1}^2}{C_k} (i_{ac}(t) - i_{a2}(t)). \quad (18)$$

Трехфазный мостовой выпрямитель представлен функцией, где выпрямленное напряжение  $U_d$  на интервалах, равных одной шестой части периода, определяется разностью фазных напряжений обмоток трансформатора  $TV2$  [8]:

Интервал 1:

$$U_{CkA}(t) > U_{CkB}(t) \& U_{CkA}(t) \geq U_{CkC}(t) \& U_{CkB}(t) \leq U_{CkC}(t),$$

$$U_d(t) = U_{CkA}(t) - U_{CkB}(t).$$

Интервал 2:

$$U_{CkA}(t) \geq U_{CkB}(t) \& U_{CkA}(t) > U_{CkC}(t) \& U_{CkB}(t) \leq U_{CkC}(t),$$

$$U_d(t) = U_{CkA}(t) - U_{CkC}(t).$$

Интервал 3:

$$U_{CkB}(t) \geq U_{CkA}(t) \& U_{CkB}(t) > U_{CkC}(t) \& U_{CkC}(t) \leq U_{CkA}(t),$$

$$U_d(t) = U_{CkB}(t) - U_{CkC}(t).$$

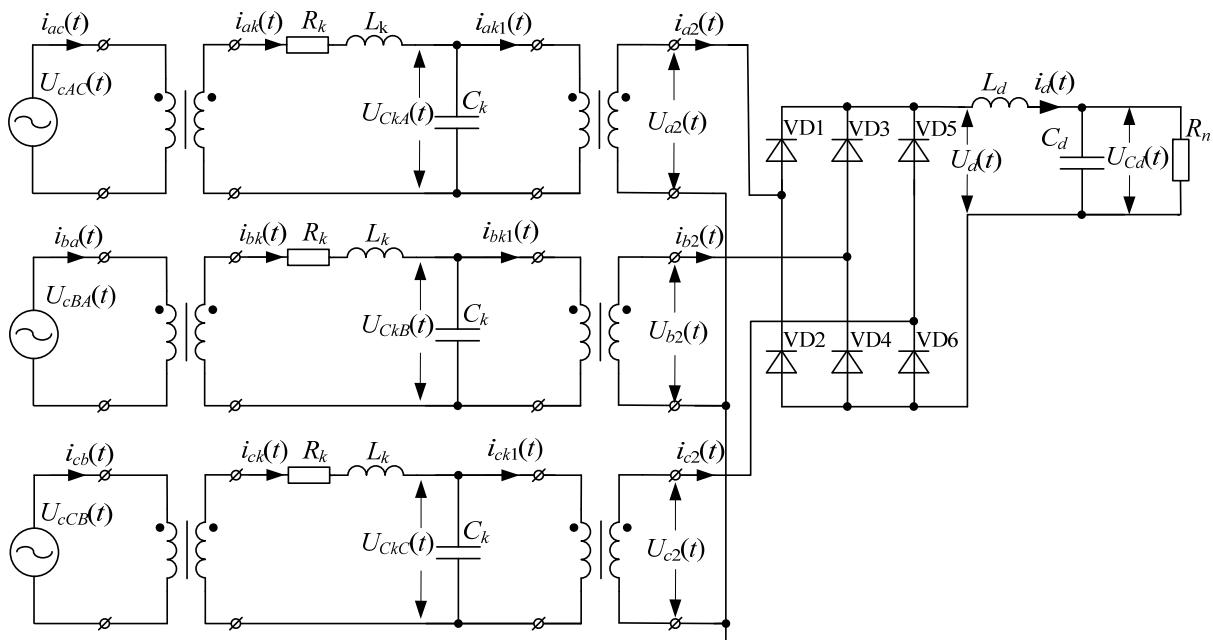


Рис. 2. Принципиальная электрическая схема кабель-троса и подводной части системы электропитания

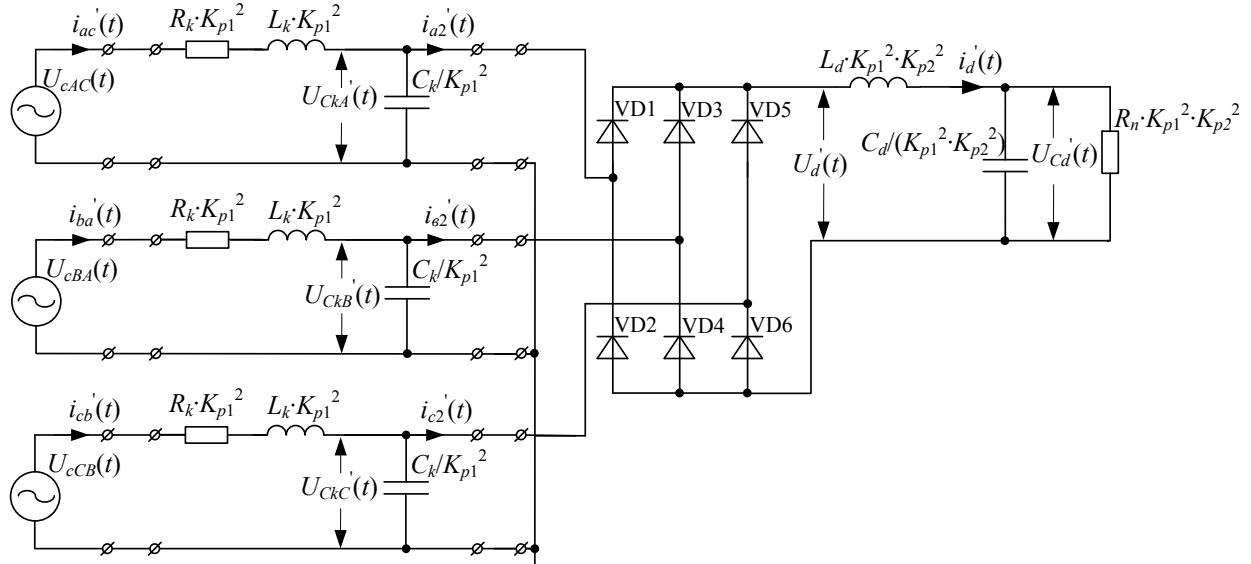


Рис. 3. Эквивалентная расчетная схема кабель-троса и подводной части системы электропитания

Интервал 4:

$$U_{CkB}'(t) \geq U_{CkC}'(t) \quad \& \quad U_{CkB}'(t) > U_{CkA}'(t) \quad \& \quad U_{CkA}'(t) \leq U_{CkC}'(t),$$

$$U_d'(t) = U_{CkB}'(t) - U_{CkA}'(t).$$

Интервал 5:

$$U_{CkC}'(t) \geq U_{CkB}'(t) \quad \& \quad U_{CkC}'(t) > U_{CkA}'(t) \quad \& \quad U_{CkB}'(t) \leq U_{CkA}'(t),$$

$$U_d'(t) = U_{CkC}'(t) - U_{CkB}'(t).$$

Интервал 6:

$$U_{CkC}'(t) \geq U_{CkA}'(t) \quad \& \quad U_{CkC}'(t) > U_{CkB}'(t) \quad \& \quad U_{CkA}'(t) \leq U_{CkB}'(t),$$

$$U_d'(t) = U_{CkC}'(t) - U_{CkA}'(t).$$

На каждом из шести интервалов ток проводят два диода разных фаз моста – один катодной и один анодной группы. Коммутационные функции фаз моста определены на каждом интервале и приведены в таблице.

#### Коммутационные функции фаз моста

Интервал	$K_{fRa}(t)$	$K_{fRb}(t)$	$K_{fRc}(t)$
1	1	-1	0
2	1	0	-1
3	0	1	-1
4	-1	1	0
5	0	-1	1
6	-1	0	1

Входной ток фазы выпрямителя определен по формуле

$$i_{a2}'(t) = K_{fRa}(t) \cdot i_d'(t). \quad (19)$$

Дифференциальные уравнения выходной цепи выпрямителя определяются как

$$\frac{di_d'(t)}{dt} = \frac{U_d'(t) - U_{Cd}'(t)}{L_d' K_{p1}^2 K_{p2}^2}, \quad (20)$$

$$\frac{dU_{Cd}'(t)}{dt} = \frac{K_{p1}^2 K_{p2}^2}{C_d} (i_d'(t) - \frac{U_{Cd}'(t)}{R_n K_{p1}^2 K_{p2}^2}). \quad (21)$$

Токи и напряжения исходной трехфазной схемы определяются по формулам:

$$i_{ac}(t) = i_{ac}'(t), \quad (22)$$

$$i_{ak}(t) = K_{p1} \cdot i_{ac}(t), \quad (23)$$

$$i_{ak1}(t) = K_{p1} \cdot i_{a2}(t), \quad (24)$$

$$i_{a2}(t) = K_{p2} \cdot i_{ak1}(t), \quad (25)$$

$$U_{a2}(t) = \frac{U_{CkA}'(t)}{K_{p1} \cdot K_{p2}}, \quad (27)$$

$$i_{a1}(t) = i_{ac}(t) - i_{ba}(t), \quad (28)$$

$$U_{Cd}(t) = \frac{U_{Cd}'(t)}{K_{p1} \cdot K_{p2}}, \quad (29)$$

$$i_n(t) = \frac{U_{Cd}(t)}{R_n}. \quad (30)$$

#### Результаты моделирования

Система дифференциальных уравнений (1)–(30) была решена в среде Matlab с использованием метода Эйлера. Зависимость выходного  $U_{Cd}(t)$  напряжения системы электропитания ТПА представлена на рис. 4, а.

При моделировании процессов в СЭП принимались допущения: ключи АИН идеальны, переключения происходят мгновенно, диоды идеальны, процессы коммутации в выпрямителе не оказывают влияния на форму выходного напряжения и тока, пассивные элементы идеальны, трансформаторы представляются пропорциональным звеном.

При проведении вычислительных экспериментов принимались следующие параметры системы:  $f_{\text{шм}} = 48$  кГц – частота коммутаций АИН;  $f = 1$  кГц – частота выходного напряжения АИН;  $U_S = 510$  В;  $R_S = 0,5$  Ом;  $L_S = 1,46$  мГн;  $C_S = 5$  мФ;  $R_a = 0,5$  Ом;  $L_a = 0,4$  мГн;  $C_a = 6$  мКФ;  $R_k = 14,7$  Ом;  $L_k = 1,042$  мГн;  $C_k = 0,833$  мКФ;  $K_{p1} = 0,36$ ;  $K_{p2} = 4,49$ ;  $L_d = 10$  мГн;  $C_d = 1680$  мКФ;  $R_n = 5$  Ом.

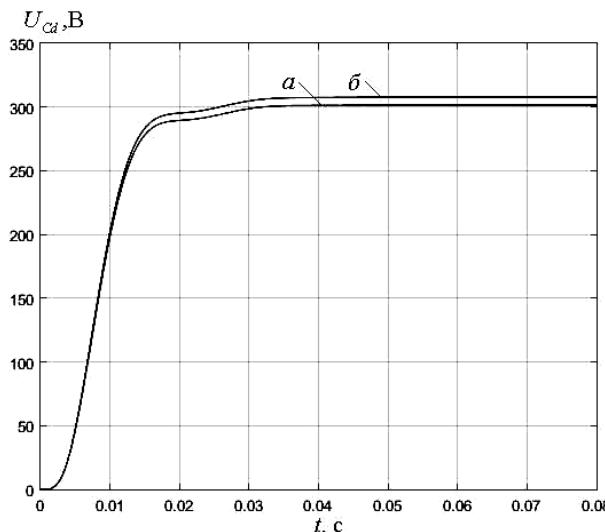


Рис. 4. Выходное напряжение системы электропитания:  
а – математическая модель, б – имитационная модель

Для сравнения характеристик выходного напряжения (см. рис. 4, а, б) математической модели системы электропитания использовались результаты имитационного моделирования в среде Matlab / Simulink, представленные в публикации [3].

#### Выводы

Результаты, полученные при математическом моделировании разомкнутой СЭП, позволяют сделать заключение об устойчивости протекающих процессов, в том числе напряжения на нагрузке. Количественные оценки длительности переходного процесса и точности стабилизации соответствуют расчетным и экспериментальным данным. Разработанная математическая модель в пространстве состояний может быть использована для задач синтеза регуляторов системы электропитания ТПА.

#### Литература

- ГОСТ Р 56960–2016. Аппараты необитаемые подводные. Классификация / Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. – М.: Стандартинформ, 2016. – 4 с.
- Рулевский В.М. Системы электропитания подводных аппаратов / Ю.Н. Дементьев, О.В. Бубнов // Изв. Том. политехн. ун-та. – 2004. – Т. 307, № 5. – С. 120–123.
- Рулевский В.М. Математическое моделирование системы электропитания телеуправляемого необитаемого подводного аппарата с передачей энергии по кабель-тросу на переменном токе в пакете Matlab/Simulink [Электронный ресурс] / В.М. Рулевский, Д.Ю. Ляпунов // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – №2. – Режим доступа: <http://science-education.ru/ru/article/view?id=20930>, свободный (дата обращения: 19.12.2016).
- Чаплыгин Е.Е. Спектральное моделирование преобразователей с широтно-импульсной модуляцией: учеб. пособие. – М.: Изд-во МЭИ, 2009. – 56 с.
- Кобзев А.В. Нелинейная динамика полупроводниковых преобразователей / А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко,

А.И. Андриянов, С.Г. Михальченко. – Томск: Том. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2007. – 224 с.

6. Зиновьев Г.С. Основы силовой электроники: учеб. пособие для бакалавров. – 5-е изд., испр. и доп. – М.: Юрайт, 2015. – 667 с.

7. Зевеке Г.В. Основы теории цепей: учеб. для вузов / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – 4-е изд., перераб. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.

8. Мелешин В.И. Транзисторная преобразовательная техника. – М.: Техносфера, 2006. – 632 с.

#### Правикова Александра Александровна

Аспирант каф. компьютерных систем в управлении и проектировании ТУСУРа,  
м.н.с. НИИ автоматики и электромеханики  
(НИИ АЭМ) ТУСУРа  
Тел.: +7-913-886-76-16  
Эл. почта: bezruchenko@niiuem.tomsk.ru

#### Рулевский Виктор Михайлович

Канд. техн. наук, директор НИИ АЭМ ТУСУРа  
Тел.: +7 (382-2) 56-00-59  
Эл. почта: rulevsky@niiuem.tomsk.ru

#### Ляпунов Данил Юрьевич

Канд. техн. наук, доцент каф. электропривода  
и электророборудования  
Национального исследовательского  
Томского политехнического университета (НИ ТПУ)  
Тел.: +7 (382-2) 56-00-59  
Эл. почта: lyapdy@gmail.com

#### Букреев Виктор Григорьевич

Д-р техн. наук, профессор каф. электропривода  
и электророборудования НИ ТПУ  
Тел.: +7 (382-2) 56-00-59  
Эл. почта: bukreev@tpu.ru

Pravikova A.A., Rulevskiy V.M.,  
Lyapunov D.Y., Bukreev V.G.

**Mathematical model of electric power supply system for  
remotely operated unmanned underwater vehicle with AC  
electric power transmission line**

A mathematical model of an electric power supply system for a remotely operated unmanned underwater vehicle with an AC electric power transmission line is considered. The state-space method is used to design the mathematical model of the power system. The state-space method allows writing differential equations in the Cauchy form. The comparative result of evaluating the mathematical model and the simulation model of the open loop system is shown. The adequacy of the developed model and its applicability for the future research is proved.

**Keywords:** electric power supply system, remotely operated unmanned underwater vehicle, switching function, mathematical model.