

УДК 62-503.51

А.А. Вороненкова, В.В. Тютиков

Аналитический синтез и анализ вариантов системы управления объектом с запаздыванием

Выполнен синтез вариантов САУ объектом с запаздыванием. Проведены исследования параметрической грубости синтезированных САУ при вариациях параметров объекта управления и чувствительности к случайным внешним возмущениям. Определен наиболее рациональный вариант построения системы управления.

Ключевые слова: запаздывание, синтез, система, регулятор, вариация, возмущение.

doi: 10.21293/1818-0442-2016-19-4-108-111

Объекты, описываемые математическими моделями с запаздыванием, встречаются во многих отраслях промышленности. В частности, это характерно для теплоэнергетики. Традиционно в качестве управляющих устройств при создании САУ такими объектами применяются типовые ПИ-регуляторы. Их основные преимущества – простота реализации и настройки, а основным требованием к САУ является обеспечение параметрической грубости при вариациях параметров и качество обработки внешних возмущений.

С развитием микропроцессорных систем управления сложность управляющего устройства перестает быть сдерживающим фактором. Целью настоящей работы является исследование возможности снижения параметрической грубости САУ и повышение качества обработки внешних возмущений на основании использования более сложных регуляторов.

На рис. 1 представлена модель САУ объектом с запаздыванием (газовый тракт котла), состоящая из ПИ-регулятора и объекта управления (ОУ) в основном канале (расход пылеугольного топлива) и канала возмущения (расход воздуха). Здесь U – сигнал задания, $R_{x1}(\tau), R_{x2}(\tau), R_Y(\tau), f_1, f_2$ – сигналы возмущений, Y – выходной сигнал. Коэффициенты регулятора соответствуют типовой настройке по критерию минимума интегрального квадратичного показателя (дисперсии).

В процессе эксплуатации более всего вариациям подвержены коэффициент усиления объекта K и время запаздывания τ_3 . Графики переходных процессов $Y(t)$ в САУ при ступенчатом воздействии f_2 , равном 10% от номинального значения, для расчетных значений параметров ОУ и их изменений показаны соответственно на рис. 2, а, б.

Также в ходе моделирования исследовалось влияние случайных процессов (рис. 2, в) со следующими характеристиками: $R_{x1}(\tau) = R_{x2}(\tau) = R_x(\tau)$ – дифференцируемые процессы с осциллирующей корреляционной функцией

$$R_x(\tau) = \sigma^2 \cdot e^{-\alpha \cdot |\tau|} \left[\cos(\omega_0 \tau) - \frac{\alpha}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \tau) \right]$$

при $\sigma^2 = 25$; $\alpha = 0,15$ 1/с; $\omega_0 = 0,35$ рад/с и $\sigma^2 = 0,9$; $\alpha = 0,08$ 1/с; $\omega_0 = 0,15$ рад/с соответственно; $R_Y(\tau)$ – дифференцируемый Марковский процесс 2-го порядка с корреляционной функцией

$$R_Y(\tau) = \frac{\sigma^2}{\alpha - 1} \cdot \left[\alpha e^{-\beta \cdot |\tau|} - e^{-\alpha \cdot \beta \cdot |\tau|} \right]$$

при $\sigma^2 = 0,09$; $\alpha = 3$; $\beta = 4$ 1/с.

Поскольку измерению подлежит только выходная координата, синтезируем астатический полиномиальный регулятор (ПР) [1–3] для заданного объекта (рис. 3). Для этого введем дополнительный интегратор по выходной координате.

Передаточная функция замкнутого контура САУ имеет вид

$$H_{\text{пер.}}(s) = \frac{B^*(s)}{A^*(s) \cdot C(s)} = \frac{B^*(s)}{1 + \frac{B^*(s) \cdot R(s)}{A^*(s) \cdot C(s)}} = \frac{B^*(s)}{A^*(s) \cdot C(s) + B^*(s) \cdot R(s)} = \frac{B^*(s)}{D(s)},$$

где $A^*(s), B^*(s)$ – заданные полиномы объекта; $D(s)$ – желаемый полином, причем

$$D(s) = A^*(s) \cdot C(s) + B^*(s) \cdot R(s).$$

Если $\deg A^*(s) = n$, то $\deg R(s) = n - 1$, $\deg C(s) = \deg R(s)$, $\deg D(s) = \deg A(s) + \deg C(s)$, где $\deg(*)$ – степень полинома.

В качестве желаемого полинома выберем стандартный полином Ньютона с известными нормированными коэффициентами a_i , определяющими характер процессов в системе, и величиной среднегеометрического корня (СГК) Ω_0 , задающей время протекания переходных процессов:

$$D(s) = s^n + a_{n-1} \cdot \Omega_0 \cdot s^{n-1} + a_{n-2} \cdot \Omega_0^2 \cdot s^{n-2} + \dots + \Omega_0^n,$$

обеспечивающий апериодический переходный процесс.

Для получения коэффициентов ПР решается система алгебраических уравнений, получаемая из

$$D(s) = A^*(s) \cdot C(s) + B^*(s) \cdot R(s)$$

приравниванием коэффициентов при соответствующих степенях s .

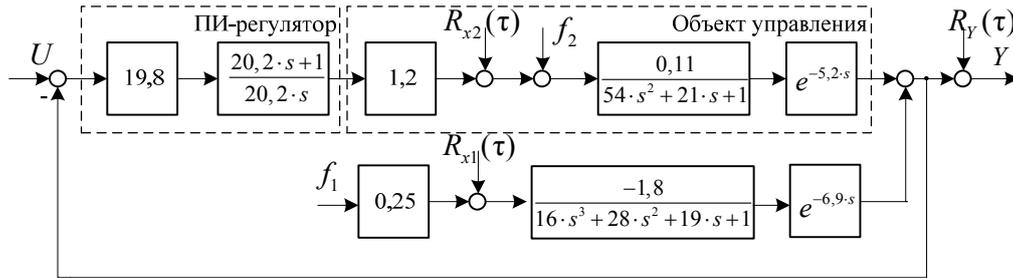


Рис. 1. Модель типовой САУ

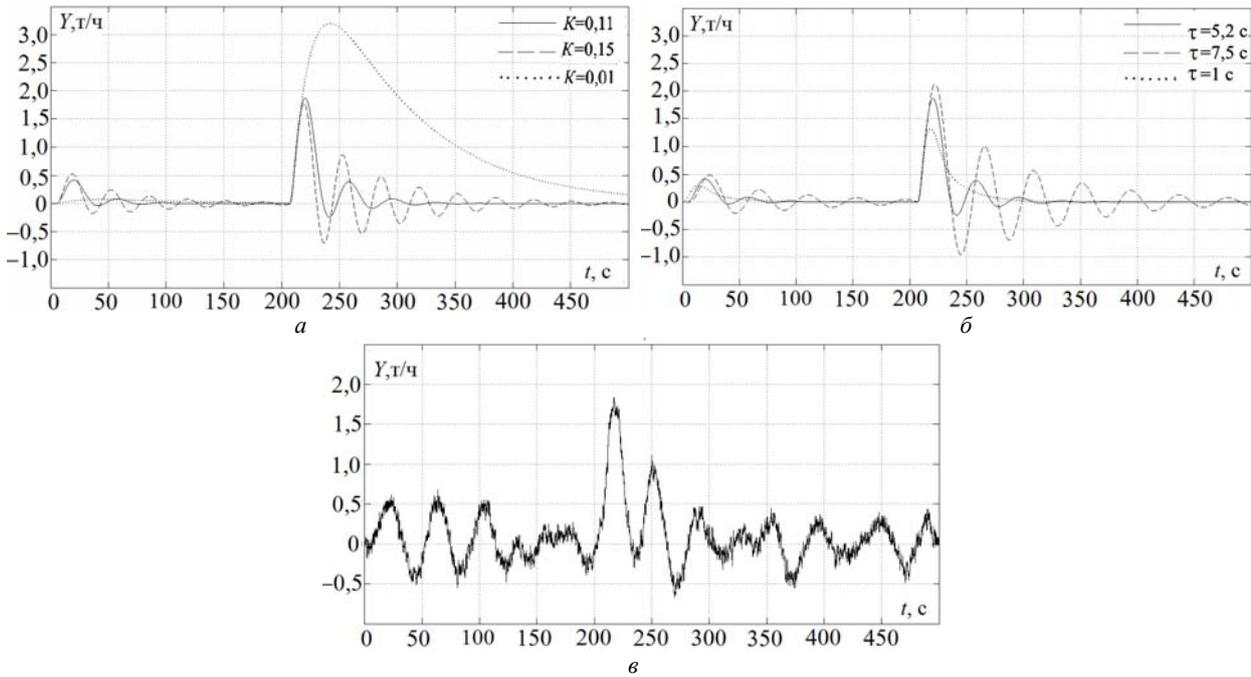


Рис. 2. Результаты моделирования типовой САУ

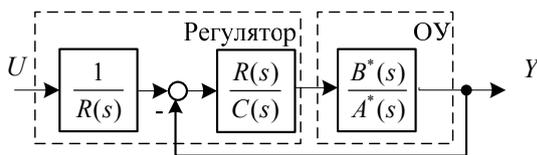


Рис. 3. Модель САУ с ПР

Вариант 1. Для корректного синтеза ПР представим звено чистого запаздывания в виде отношения полиномов с помощью аппроксимации Паде 3-го порядка [4]:

$$H_{n=3}(s) = \frac{-s^3 + \frac{12}{\tau_3} \cdot s^2 - \frac{60}{\tau_3^2} \cdot s + \frac{120}{\tau_3^3}}{s^3 + \frac{12}{\tau_3} \cdot s^2 + \frac{60}{\tau_3^2} \cdot s + \frac{120}{\tau_3^3}}$$

где τ_3 – время запаздывания.

Для исходного объекта ($\tau_3 = 5,2$ с) получаем следующие передаточные функции звена запаздывания и объекта:

$$H_{e1}(s) = \frac{-s^3 + 2,3 \cdot s^2 - 2,2 \cdot s + 0,85}{s^3 + 2,3 \cdot s^2 + 2,2 \cdot s + 0,85}$$

$$H_1(s) = 1,2 \cdot \frac{0,11}{54 \cdot s^2 + 21 \cdot s + 1} \cdot \frac{-s^3 + 2,3 \cdot s^2 - 2,2 \cdot s + 0,85}{s^3 + 2,3 \cdot s^2 + 2,2 \cdot s + 0,85} \cdot \frac{1}{s} = \frac{-0,002 \cdot s^3 + 0,006 \cdot s^2 - 0,005 \cdot s + 0,002}{s^6 + 2,69 \cdot s^5 + 3,11 \cdot s^4 + 1,75 \cdot s^3 + 0,37 \cdot s^2 + 0,02 \cdot s} = \frac{B^*(s)}{A^*(s)}$$

Степени полиномов регулятора и значение СГК будут следующими:

$$\deg R(s) = 5, \deg C(s) = 5, \deg D(s) = 11, \Omega_{01} = 0,4.$$

Тогда

$$R_1(s) = 7,24 \cdot s^5 + 10,62 \cdot s^4 + 5,33 \cdot s^3 + 1,86 \cdot s^2 + 0,39 \cdot s + 0,02,$$

$$C_1(s) = s^5 + 1,71 \cdot s^4 + 1,09 \cdot s^3 + 0,58 \cdot s^2 + 0,12 \cdot s + 0,03.$$

Результаты моделирования САУ с астатическим ПР при изменении K , τ_3 и влиянии случайных процессов показали, что колебательность и время переходных процессов значительно снизились при практически неизменном влиянии случайных процессов. При этом порядок регулятора получился высоким, что, очевидно, приведет к трудностям при его настройке в реальных условиях.

Вариант 2. Для решения проблемы высокой сложности регулятора уменьшим порядок при аппроксимации Паде звена запаздывания до первого:

$$H_{e2}(s) = \frac{-2,6 \cdot s + 1}{2,6 \cdot s + 1}$$

Передаточная функция объекта при этом

$$H_2(s) = 1,2 \cdot \frac{0,11}{54 \cdot s^2 + 21 \cdot s + 1} \cdot \frac{-2,6 \cdot s + 1}{2,6 \cdot s + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{-0,002 \cdot s + 0,001}{s^4 + 0,77 \cdot s^3 + 0,17 \cdot s^2 + 0,01 \cdot s}$$

Степени полиномов регулятора будут следующими:

$$\deg R(s) = 3, \deg C(s) = 3, \deg D(s) = 7, \Omega_2 = 0,28.$$

Полиномы регулятора примут вид

$$R_2(s) = 27,55 \cdot s^3 + 21,76 \cdot s^2 + 4,96 \cdot s + 0,25,$$

$$C_2(s) = s^3 + 1,16 \cdot s^2 + 0,54 \cdot s + 0,19.$$

Результаты моделирования САУ с таким регулятором показали, что она стала значительно более чувствительна к изменениям параметров объекта, а степень влияния случайных процессов несколько уменьшилась. При этом сложность регулятора осталась достаточно высокой.

Вариант 3. Оценим возможность дальнейшего упрощения регулятора. Передаточная функция ОУ

$$H_0(s) = \frac{0,11}{54 \cdot s^2 + 21 \cdot s + 1} = \frac{0,11}{(3 \cdot s + 1) \cdot (18 \cdot s + 1)}$$

имеет моды, значительно (в 6 раз) отличающиеся по величине. Отбросим «быструю» составляющую:

$$H_0^*(s) = \frac{0,11}{18 \cdot s + 1}$$

Передаточная функция объекта со звеном запаздывания, представленная аппроксимацией Паде 1-го порядка, примет вид

$$H_3(s) = 1,2 \cdot \frac{0,11}{18 \cdot s + 1} \cdot \frac{-2,6 \cdot s + 1}{2,6 \cdot s + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{-0,01 \cdot s + 0,003}{s^3 + 0,44 \cdot s^2 + 0,02 \cdot s}$$

Степени полиномов и значения их коэффициентов будут следующими:

$$\deg R(s) = 2, \deg C(s) = 2, \deg D(s) = 5, \Omega_3 = 0,28,$$

$$R_3(s) = 4,94 \cdot s^2 + 2,34 \cdot s + 0,14,$$

$$C_3(s) = s^2 + 0,61 \cdot s + 0,19.$$

На рис. 4 показаны графики переходных процессов, получившиеся в результате моделирования САУ исходным объектом с передаточной функцией $H_0(s)$.

Сравнение графиков переходных процессов, приведенных на рис. 4 и 2, показывает, что использование полиномиального регулятора второго порядка в сравнении с типовым ПИ-регулятором позволяет значительно повысить грубость САУ.

Так, при увеличении коэффициента усиления ОУ и времени запаздывания от номинального значения время переходного процесса в системе с ПР меньше, чем в системе с ПИ-регулятором, более чем в 2 раза.

Выводы

1. В работе исследованы возможности использования современных аналитических методов для

синтеза регуляторов объектами с запаздыванием, подверженным параметрическим и внешним возмущениям.

2. Применение полиномиального метода позволило аналитически синтезировать регуляторы различной степени сложности, выбирая порядки передаточных функций аппроксимации Паде звена запаздывания и объекта управления.

3. Повышение степени полинома числителя передаточной функции полиномиального регулятора, в сравнении с типовым решением практически не влияет на помехоустойчивость САУ.

4. Применение регулятора второго порядка (вариант 3) позволяет значительно повысить параметрическую грубость САУ в сравнении с типовым решением.

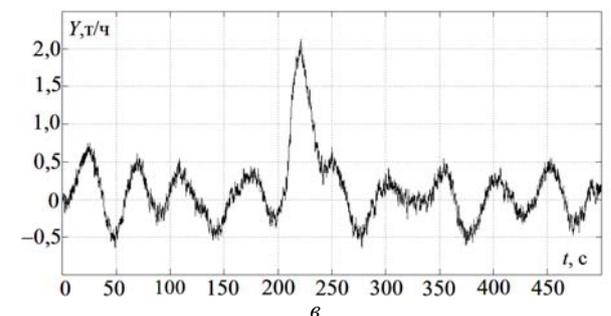
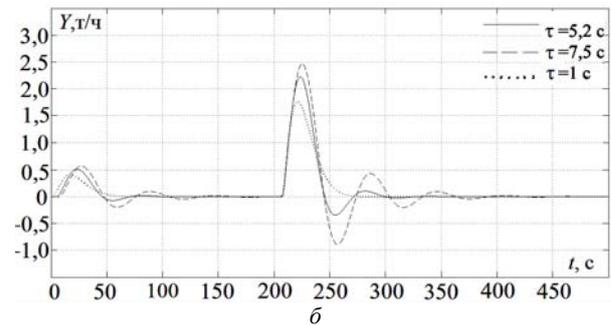
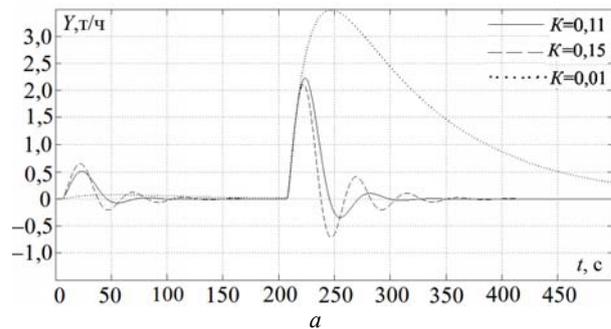


Рис. 4. Результаты моделирования САУ (вариант 3)

Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда (проект № 14-19-00972).

Литература

1. Волгин Л.Н. Оптимальное дискретное управление динамическими системами / под ред. П.Д. Крутько. – М.: Наука, 1986. – 240 с.
2. Тютиков В.В. Робастное модальное управление технологическими объектами / В.В. Тютиков, С.В. Тарарькин. – Иваново: ИГЭУ, 2006. – 256 с.

3. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 360 с.

4. Аппроксимации Паде / Дж. Бейкер, П. Грейвс-Моррис: пер. с англ. Е.А. Рахманова, С.П. Суетина; под ред. А.А. Гончара. – М.: Мир, 1986. – 502 с.

Вороненкова Анна Алексеевна

Магистрант каф. электроники и микропроцессорных систем Ивановского государственного энергетического университета (ИГЭУ)

Тел.: +7-920-358-02-88

Эл. почта: neta_o@mail.ru

Тютиков Владимир Валентинович

Д-р техн. наук, профессор, проректор по НР ИГЭУ

Тел.: (483-2) 38-57-75

Эл. почта: tvv@ispu.ru

Voronenkova A.A., Tyutikov V.V.

Analytical synthesis and options' analysis of a control system for an object with delay

The synthesis of automated control systems (ACS) options for an object with delay is performed. Research of parametric roughness of ACS with the parameters variations of the controlled object and of its sensitivity to random external perturbations is carried out. The most rational variant of control system is defined.

Keywords: delay, synthesis, system, controller, variation, perturbation.