УДК 621.791.75.039.053Ж62-408.64

С.В. Щербинин

Планирование траекторий электромехатронных манипуляторов

Рассмотрен способ планирования траекторий мультикоординатных электроктромехатронных манипуляторов, полученный с помощью нелинейных преобразований пространства. Траектории манипулятора должны быть ортогональны проекциям циркулярных рациональных кривых.

Ключевые слова: мультикоординатный манипулятор, траектория.

Плавное изменение скоростей и ускорения звеньев манипулятора является важной задачей в управлении их перемещением. В этом случае будет обеспечено качественное перемещение деталей манипулятора без перегрузок и поломок. Это возможно, если в качестве траекторий принять дуги циркулярных рациональных кривых или близких к ним по свойствам пространственных кривых.

Рассмотрим один из способов получения профиля с заданными дифференциальными характеристиками с помощью кубических преобразований плоскости, имеющих пучок слабоинвариантных окружностей.

Пучок окружностей опишется уравнением

$$a_3x^2 + a_3y^2 + a_1x - a_2y - c(y-1) = 0, \tag{1}$$

где $a_3x^2 + a_3y^2 + a_1x - a_2y - c(y-1) = 0$, $a_2 = x_1 + y_1^2 + a_1x_1$, $a_3 = y_1$, $a_4 = a_1a_3$, $a_1 = -2x_1$.

Произвольная точка $A(x_A, y_A)$ выделяет из пучка окружность m^2 при коэффициенте c, определяемом выражением

$$c = \frac{a_3x_A^2 + a_3y_A^2 + a_4x_A - a_2y_A}{y_A - 1}. \tag{2}$$

Прямая F_0A, описываемая уравнением

$$y = \frac{(x - x_0)y_A}{x_A - x_0}, \tag{3}$$

пересекает m^2 еще в одной точке A', которая является образом точки A в кубической инволюции J_3. Определив координаты этой точки и опустив индексы, получаем операторы прямого преобразования:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{(x - x_0)(a_3x^2 + a_3y^2 + a_4x + a_4x_0y + a_3x_0^2y - a_2y - a_4x_0 - a_3x_0^2)}{a_3(y-1)(x^2 + y^2 - 2x_0x + x_0^2)}, \\ y' &= \frac{y(a_3x^2 + a_3y^2 + a_4x + a_4x_0y + a_3x_0^2y - a_2y - a_4x_0 - a_3x_0^2)}{a_3(y-1)(x^2 + y^2 - 2x_0x + x_0^2)}. \end{aligned} \tag{4}$$

Подставляя значения x', y' из (4) в уравнение прямой $Ax' + By' + 1 = 0$, получаем уравнение кривой третьего порядка.

Выведены операторы преобразования для случая, когда центр преобразования совмещен с началом координат, а пучок окружностей задан двумя точками $F_1(x_1, y_1)$, $F_2(x_2, y_2)$. Операторы прямого преобразования имеют вид

$$x' = -x \cdot \frac{x^2 + y^2 + a_3x + a_1y}{(a_4x + a_2y + 1)(x^2 + y^2)}, \qquad y' = -y \cdot \frac{x^2 + y^2 + a_3x + a_1y}{(a_4x + a_2y + 1)(x^2 + y^2)}, \tag{5}$$

где $a_i\,(i = 1\ldots4)$ − коэффициенты.

На рис. 1 показан график такой кривой.

На рис. 2 показано управление формой траекторией манипулятора с помощью плоскопараллельного перемещения прообраза.

На рис. 3 представлена кривая, образом которой является окружность.

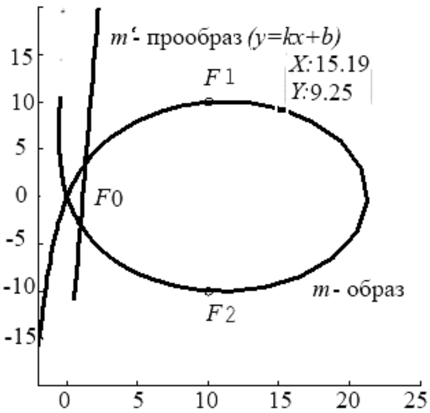

Рис. 1. График кубической циркулярной рациональной кривой (прообраз – прямая линия)

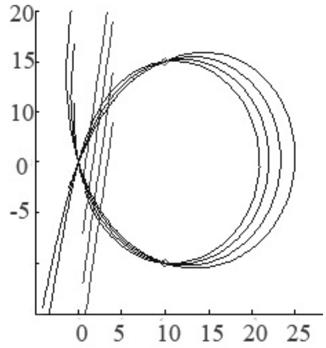

Рис. 2. Управление формой кривой при плоскопараллельном перемещении прообраза

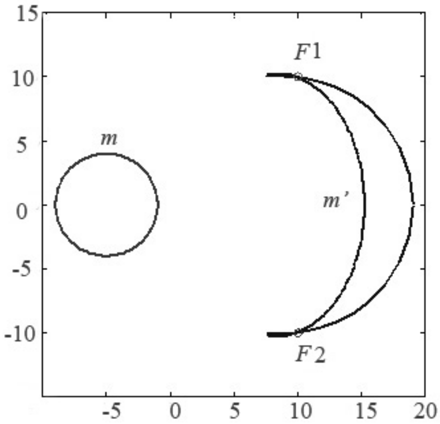

Рис. 3. График кубической циркулярной рациональной кривой (прообраз окружность)

Рассмотрим пучок слабоинвариантных окружностей в базисной точке $F_1(x_1, y_1)$ с фиксированной горизонтальной касательной f_1 в этой точке. В качестве центра преобразования выберем точку $F_0(x_0, 0)$. Пусть наша кривая проходит через начало координат и имеет в этой точке вертикальную касательную.

Пучок окружностей опишется уравнением

$$a_3x^2 + a_3y^2 + a_1x - a_2y - c(y-1) = 0\,, \tag{6}$$

где $a_3x^2 + a_3y^2 + a_1x - a_2y - c(y-1) = 0$ $a_2 = x_1 + y_1^2 + a_1x_1$, $a_3 = y_1$, $a_4 = a_1a_3$, $a_1 = -2x_1$.

Произвольная точка $A(x_A, y_A)$ выделяет из пучка окружность m^2 при коэффициенте c, определяемом выражением

$$c = \frac{a_3x_A^2 + a_3y_A^2 + a_4x_A - a_2y_A}{y_A - 1}. \tag{7}$$

Прямая F_0A описываемая уравнением

$$y = \frac{(x - x_0)y_A}{x_A - x_0}, \tag{8}$$

пересекает m^2 еще в одной точке A', которая является образом точки A в кубической инволюции J_3. Определив координаты этой точки и опустив индексы, получаем операторы прямого преобразования:

$$x' = \frac{(x - x_0)(a_3x^2 + a_3y^2 + a_4x + a_4x_0y + a_3x_0^2y - a_2y - a_4x_0 - a_3x_0^2)}{a_3(y-1)(x^2 + y^2 - 2x_0x + x_0^2)},$$

$$y' = \frac{y(a_3x^2 + a_3y^2 + a_4x + a_4x_0y + a_3x_0^2y - a_2y - a_4x_0 - a_3x_0^2)}{a_3(y-1)(x^2 + y^2 - 2x_0x + x_0^2)}. \tag{9}$$

Подставляя значения x', y' из (8) в уравнение прямой $Ax' + By' + 1 = 0$, получаем уравнение кривой третьего порядка.

Искомая кривая в начале координат должна иметь вертикальную касательную. Тогда производная по x в этой точке должна быть равна 0.

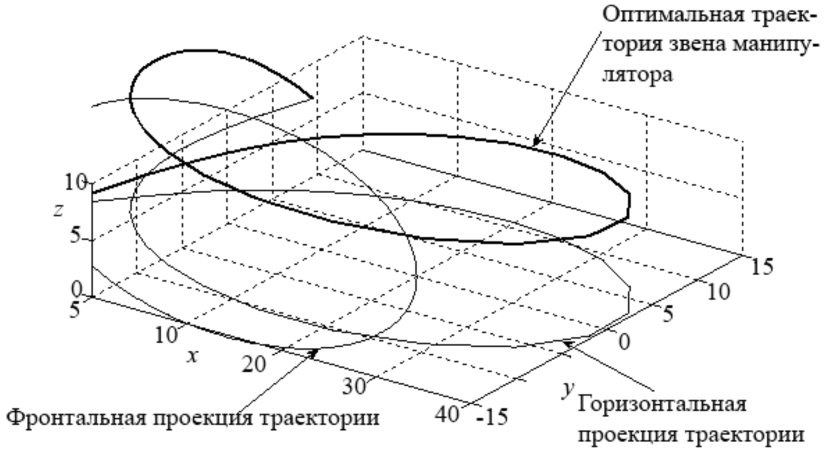

Рис. 4. Пространственная траектория с плавным изменением дифференциальных характеристик

Решив совместно систему уравнений (7) и (8),

$$\frac{d}{dx}\left[A\frac{(x-x_0)(a_3x^2+a_3y^2+a_4x+a_4x_0y+a_3x_0^2y-a_2y-a_4x_0-a_3x_0^2)}{a_3(y-1)(x^2+y^2-2x_0x+x_0^2)}+\right.$$
$$\left.+B\frac{y(a_3x^2+a_3y^2+a_4x+a_4x_0y+a_3x_0^2y-a_2y-a_4x_0-a_3x_0^2)}{a_3(y-1)(x^2+y^2-2x_0x+x_0^2)}+1\right]=0 \qquad (10)$$

и приравняв x и y к нулю, определим коэффициенты A и B. Таким образом, определим положение прообраза, при котором полученная кривая будет удовлетворять всем перечисленным выше исходным требованиям.

Для построения пространственных траекторий манипулятора, предлагается рассматривать ортогональные проекции этих траекторий в виде циркулярных рациональных кривых. На рис. 4 траектория манипулятора состоит из двух плоских проекций, каждая из которых представляет собой циркулярную рациональную кривую.

Для получения траектории манипулятора, обеспечивающей плавное перемещение звеньев, требуется выполнить их ортогональные проекции в виде циркулярных рациональных кривых.

Литература

1. Фокс А. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве: пер. с англ. / А. Фокс, М. Пратт. – М.: Мир, 1982. – 304 с.

2. Щербинин С.В. Конструирование гиперповерхностей с помощью нелинейных преобразований / С.В. Щербинин, И.Ф. Боровиков // Электронный журнал «Прикладная геометрия». – 2003. – Вып. 5, № 11. – С. 1–12. – Режим доступа: www.mai.ru/~apg

Щербинин Сергей Васильевич
Канд. техн. наук, доцент отделения каф. «ЮНЕСКО» ТУСУРа
Эл. почта: Sherb@mail.ru
Тел. (382-2) 41-38-64

Shcherbinin S.V.
Planning trajectories elektromehatronnyh manipulators

The way of planning trajectories multi coordinate elektro-mechatronic manipulators obtained by non-linear transformations of the space is considered. The trajectory of the manipulator must be orthogonal projections of circular rational curves.
Keywords: multikoordinate manipulator, trajectory.