УДК 681.586.773

Б.М. Кербель

Свойства пьезокерамических резонансных датчиков как элементов систем автоматического управления и регулирования

Обсуждаются вопросы получения передаточной функции пьезокерамических резонансных датчиков, основанных на использовании пьезокерамических трансформаторов (ПКТ), работающих на резонансной частоте. В общем случае динамические параметры ПКТ описываются нелинейными уравнениями, имеющими амплитудно-пространственно-временной характер. Поэтому анализ динамических процессов в ПКТ с учетом влияния внешней среды, многосвязности, нелинейности и распределенности его параметров представляет значительные математические трудности. Показано, что передаточная функция может быть с достаточной для практических целей точностью оценена экспериментальными и экспериментально-аналитическими методами.

Ключевые слова: пьезоэлектрический преобразователь, пьезокерамический трансформатор, динамические свойства, передаточная функция.

Пьезокерамические резонансные датчики (ПКРД) строятся на основе пьезоэлектрических преобразователей, оформленных в виде пьезокерамических трансформаторов (ПКТ) [1]. Конструктивно ПКТ представляет собой пьезокерамическую пластину (пьезоэлемент) с двумя парами электродов, к одной из которых подключен возбуждающий генератор, к другой – измерительный прибор. Измеряемое усилие прикладывается к пьезоэлементу через силопередающие элементы, которые выполняются либо из электроизоляционного материала, либо из металла. Переменное электрическое напряжение создает механические колебания пьезоэлемента (обратный пьезоэффект). Вследствие этого на второй паре электродов за счет прямого пьезоэффекта возникает переменное напряжение, амплитуда которого зависит от величины действующего на пьезоэлемент усилия. Выходной сигнал представляет собой амплитудно-модулированные электрические колебания с несущей частотой, равной частоте возбуждающего напряжения, и огибающей, определяемой величиной изменения измеряемого усилия.

В большом многообразии датчиков, применяемых для измерений, контроля и регулирования, ПКРД обладают особыми свойствами, использование которых позволяет наиболее полно удовлетворять требования к проектированию многих устройств атомной техники.

Проведенный анализ измерительных и связанных с ними управленческих задач в атомной отрасли показал [2], что во многих случаях требуется измерение параметров с высокой чувствительностью, малой инерционностью и отсутствием (условным) перемещений чувствительного элемента, причем очень часто эти свойства должны сочетаться у измерительного преобразователя одновременно. Сочетание высокой жесткости измерительного узла с большой чувствительностью делают эти датчики незаменимыми при измерениях таких технологических параметров, где недопустимы деформации и перемещения чувствительных элементов, например в маятниковых угломерах. В конструкции этих датчиков могут вовсе отсутствовать упругие элементы, и тогда роль чувствительного элемента играет непосредственно сам пьезопреобразователь.

Однако, с точки зрения создания систем автоматики, регулирования и управления, совершенно необходимо, кроме описанных выше статических характеристик, знать динамические свойства датчика.

Динамические свойства ПКТ характеризуются многообразием форм связей электрических, механических и тепловых эффектов в его объемной структуре. Динамика процессов в ПКТ обусловливается рядом факторов. К одной группе факторов можно отнести явления, связанные с конечной скоростью распространения различного рода возмущающих воздействий (скорость распространения механических возмущений, электромагнитного поля, тепловых процессов). Поскольку скорость распространения электромагнитных волн в пьезокерамике оказывается значительной, влиянием диэлектрической проницаемости пьезокерамических материалов на динамические свойства ПКТ можно пренебречь. Напротив, тепловые процессы в пьезоэлектриках относятся к наиболее инерционным и могут рассматриваться по отношению к другим как квазистационарные. Таким образом, основным из этой группы факторов, влияющих на динамику процессов в ПКТ, можно считать процесс распространения упругих механических колебаний.

К другой группе факторов следует отнести инерционность процессов на переменном токе, обусловленную резонансным режимом работы ПКТ. В связи с высокой добротностью пьезокерамики ($Q_м$=10^2...10^3) динамика электромеханических процессов определяется эквивалентной постоянной времени $T_э$, достигающей у ненагруженного ПКТ (в зависимости от значения резонансной частоты) значений 10^2...10^{-5} с.

В общем случае динамические параметры ПКТ описываются нелинейными уравнениями, имеющими амплитудно-пространственно-временной характер [3]. Поэтому анализ динамических процессов в ПКТ с учетом влияния внешней среды, многосвязности, нелинейности и распределенности его параметров представляет значительные математические трудности. В силу сложности определения динамических характеристик ПКТ расчетным путем определенную ценность приобретают экспериментальные и экспериментально-аналитические методы их оценки.

Формирование динамической модели ПКТ как звена со смешанной модуляцией проведено на основе общего выражения для коэффициента трансформации, распространенного для произвольной частоты, близкой к резонансной. При этом коэффициент трансформации приобретает комплексный вид и с учетом понятия «электромеханическая добротность» может быть записан в виде

$$\bar{K}_U(i\omega)=K_\Gamma Q_{ЭМ}/\sqrt{1+A^2}\left[1+jQ_{ЭМ}(\omega^2-\omega_p^2)/\omega\omega_p\right], \quad (1)$$

где $Q_{ЭМ}=\omega_p L_М/R\approx\omega_0 L_М/R=Q_М/\left[1+4k_{33}^2 Q_М A/\pi^2(1+A^2)\right]$, $A=X_{Э2}R_Н$, $K_\Gamma=2Lk_{33}^2/(\pi^2 a(1-k_{33}^2))$ – константа, зависящая от геометрии ПКТ, стандартных параметров (справочные данные) и качества поляризации пьезокерамического материала, а ω и $\omega_р$ – соответственно рабочая и резонансная частоты. Дальнейшие преобразования выражения для коэффициента трансформации могут быть проведены с учетом достаточно узкой полосы рабочих частот, для которых $\omega\approx\omega_р$. При этом коэффициент трансформации ПКТ для некоторого модулированного сигнала можно рассматривать как функцию отклонения его центральной и текущей частот:

$$\bar{K}_U(j\Omega)\approx K_\Gamma Q_{ЭМ}/\sqrt{1+A^2}\left[1+jT_{ЭМ}(\Delta\omega+\Omega)\right], \quad (2)$$

где $\Delta\omega+\Omega=\omega-\omega_p$ – отклонение текущей частоты модулированного сигнала от резонансной частоты ПКТ; $\Delta\omega$ – отклонение центральной частоты модулированного сигнала от резонансной частоты ПКТ; $T_{ЭМ}=2Q_{ЭМ}/\omega_р$ – эквивалентная постоянная времени ПКТ. Так как резонансная частота ПКТ непостоянна и зависит от нагрузочного режима, может быть полезным и следующее соотношение: $\Delta\omega=\Delta\omega_0+\Delta\omega_р$, где $\Delta\omega_0$ – отклонение центральной частоты модулированного сигнала от частоты свободных колебаний ПКТ; $\Delta\omega_р$ – отклонение резонансной частоты от частоты свободных колебаний, определяемое в соответствии с формулой

$$\omega_р=1/\sqrt{L_М C_Э}=\omega_0\sqrt{1-4k_{33}^2 A^2/\pi^2(1+A^2)}\ . \quad (3)$$

Проведенные экспериментально-аналитические исследования серийных образцов ПКТ [3] показали некоторые погрешности динамической модели (2), связанные с игнорированием пространственной распределенности процессов в объеме резонатора, а также конечной скоростью распространения в нем механических возмущений. Так, реакция ПКТ на возмущающее изменение какого-либо параметра входного модулированного сигнала появляется не сразу, а с некоторой задержкой, постоянной по величине и равной приблизительно двум-трем периодам рабочей частоты. Ввиду малости указанной задержки (она в 5–6 раз меньше минимального значения электромеханической постоянной времени) в модели ее можно не учитывать. В случаях же, когда подобное упрощение недопустимо, динамическую модель ПКТ (3) можно уточнить путем введения фиктивного звена чистого запаздывания. При этом уточненная модель принимает вид

$$\bar{K}_U(j\Omega)\approx K_\Gamma Q_{ЭМ}\exp(j\omega_р\tau_З)/\sqrt{1+A^2}\left[1+jT_{ЭМ}(\Delta\omega+\Omega)\right], \quad (4)$$

где $\tau_З$ – величина запаздывания.

ПКТ применяются в ПКРД в качестве преобразовательного элемента, трансформирующего напряжение на повышенной частоте. Подобные замкнутые системы автоматической стабилизации принято анализировать методами теории автоматического управления. С другой стороны, рассмотренная динамическая модель ПКТ ориентирована на известные методы анализа систем на несущей частоте переменного тока, осуществляющих минимальное искажение информации, заложенной в модулированном параметре.

В реальных ПКРД стабилизация амплитуды выходного напряжения ПКТ осуществляется целенаправленным модулированием одного параметра (амплитуды, частоты, фазы) входного сигнала ПКТ. Поэтому в [3] предложено создание матричной динамической модели, описывающей взаимосвязь между тремя основными параметрами входного и выходного модулированных высокочастотных сигналов ПКТ (рис. 1). При этом в целом система оказывается непрерывной, а объект управления – пьезотрансформатор – многомерным. При необходимости модель ПКТ можно усложнять путем введения дополнительных каналов возмущения (температура, механические внешние воздействия, старение и т.д.). При таком подходе к решению задачи анализа можно пользоваться хорошо отработанной теорией многосвязанных систем. Основной недостаток рассмотренной идеи обусловлен нелинейной взаимосвязью между уровнем входного сигнала и амплитудами спектральных составляющих сложномодулированного выходного сигнала ПКТ. Кроме того, процесс модуляции сам по себе является нелинейным процессом преобразования сигналов. Поэтому использование матричной модели ПКТ предполагает идти либо по пути чрезмерного усложнения задачи – анализа многосвязной нелинейной импульсной системы стабилизации, либо, наоборот, по пути ее упрощения – линеаризации имеющихся нелинейностей и сведения системы к многосвязной линейной и непрерывной. По инженерным соображениям второй путь более предпочтителен.

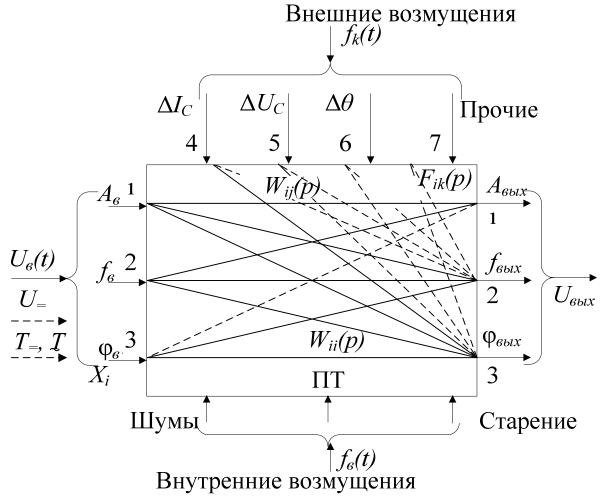

Рис. 1. Матричная динамическая модель ПКТ

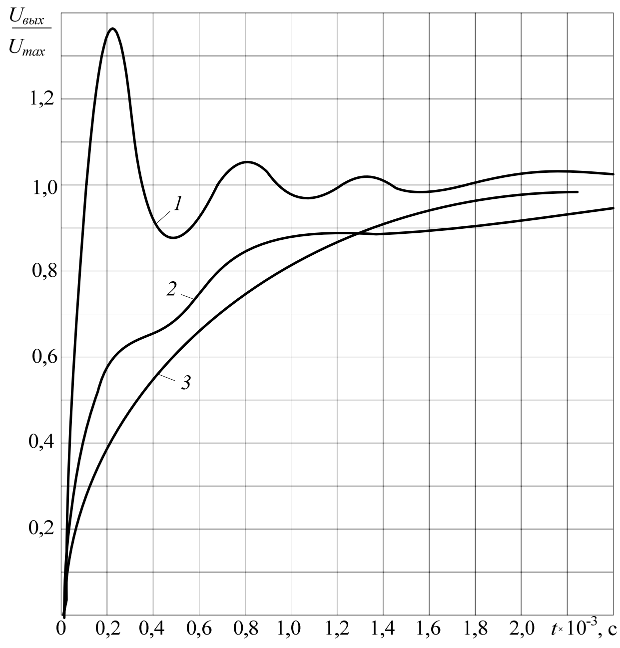

Рис. 2. Переходные процессы по каналу амплитуда-амплитуда

Математическое описание матричной динамической модели ПКТ представляет собой обобщенную систему уравнений вида

$$\mathbf{Y}_i(p) = \sum_{j=1}^{3} W_{ij}(p)\mathbf{X}_j(p),\ i = 1,2,3, \tag{5}$$

связывающую с помощью матрицы передаточных функций $\mathbf{W}_{ij}(p)$ векторы входных $\mathbf{X}_j(p)$ и выходных $\mathbf{Y}_i(p)$ координат.

Матрица передаточных функций в представлении ПКТ многомерным объектом управления имеет вид

$$\mathbf{A}_0(p)=\begin{vmatrix} \mathbf{W}_{11}(p) & \mathbf{W}_{12}(p) & \mathbf{W}_{13}(p) \\ \mathbf{W}_{21}(p) & \mathbf{W}_{22}(p) & \mathbf{W}_{23}(p) \\ \mathbf{W}_{31}(p) & \mathbf{W}_{32}(p) & \mathbf{W}_{33}(p) \end{vmatrix}, \tag{6}$$

где

$$\mathbf{W}_{11}(p)=K_U(\Delta\omega)[\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+(1+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}})]/[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭММ}}];$$

$$\mathbf{W}_{12}(p)=\mathbf{A}_0 K_U(\Delta\omega)\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}/[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}];$$

$$\mathbf{W}_{13}(p)=-\mathbf{A}_0 K_U(\Delta\omega)\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}\,p/[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}];$$

$$\mathbf{W}_{21}(p)=K_U(\Delta\omega)\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}\,p^2/\mathbf{A}_{0\text{вых}}[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}];$$

$$\mathbf{W}_{22}(p)=[\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+(1+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}})]/[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}];$$

$$\mathbf{W}_{23}(p)=p[\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+(1+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}})]/[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭММ}}];$$

$$\mathbf{W}_{31}(p)=K_U(\Delta\omega)\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}\,p^2/\mathbf{A}_{0\text{вых}}[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}];$$

$$\mathbf{W}_{32}(p)=[\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+(1+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}})]/p[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}];$$

$$\mathbf{W}_{33}(p)=[\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+(1+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}})]/[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}].$$

Нахождение вида уточненной передаточной функции можно проводить на основе следующей процедуры. На первом этапе по виду исследуемого элемента матрицы передаточных функций (6) разворачивается соответствующее ему дифференциальное уравнение, все элементы которого являются переменными и зависят от параметра A. Все эти коэффициенты следует разложить в ряд Маклорена по степеням ΔA с сохранением некоторого количества членов разложения. Далее необходимо учесть, что отклонение параметра A от установившегося значения пропорционально производной по времени огибающей выходного сигнала ПКТ:

$$\Delta A=AT_{\text{Н}}\,dA_{\text{вых}}(t)/A_{0\text{вых}}\,dt. \tag{7}$$

Полученное после подстановки (7) в дифференциальное уравнение соответствующего канала, оно в общем случае оказывается нелинейным. Решение такого уравнения наиболее удобно искать, используя метод возмущений [3]:

$$x(t)=x_0(t)+\mu x_1(t)+\mu^2 x_2(t)+..., \tag{8}$$

где μ – некоторый коэффициент; $x_0(t)$ – порождающее решение, находимое из исходного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами; $x_i(t)$ – поправки к порождающему решению. При $\mu < 1$ учет каждого из последующих членов суммы (8) повышает точность решения. Передаточная функция, соответствующая (8), также представляется в виде ряда, первый член которого соответствует исходной передаточной функции, а остальные носят смысл поправки. В частности, уточненная передаточная функция ПКТ, работающего на инерционную нагрузку, по каналу амплитуда-амплитуда после проведения преобразования примет вид [3]:

$$\mathbf{W}_{11\text{Н}}(p)=K_U(\Delta\omega)\Big[\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}})\Big]\Big\{\,1/\Big[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}\Big]+$$

$$+\mathbf{T}_{\text{Р}}C/\Big[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}\Big]^2+...+(\mathbf{T}_{\text{Р}}C)^i/\Big[(\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}\Big]^{i+1}+...\Big\}. \tag{9}$$

Здесь обозначено: $\mathbf{T}=R_{\text{н}}C_{\text{н}}\mathbf{A}$.

Коэффициент С определяется чувствительностью $K_U(\Delta\omega)$ и $\Delta\omega\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}$ к изменению нагрузки:

$$C=(1+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}})\,d\big[K_U(\Delta\omega)\big]/K_U(\Delta\omega)dA-\Delta\omega\mathbf{T}_{\text{ЭМ}}\,d(\Delta\omega\mathbf{T}_{\text{ЭМ}})/dA \tag{10}$$

и может быть рассчитан, исходя из следующего выражения:

$$C=-\Big\{\eta+\mathbf{A}^2(1-\eta+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}})+2\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}}\mathbf{A}^2(2Q_{\text{ЭМ}}+\Delta\omega^2\mathbf{T}^2_{\text{ЭМ}})/\Big[MQ_{\text{ЭМ}}(1+\mathbf{A}^2)-2\mathbf{A}^2\Big]\Big\}\mathbf{A}(1+\mathbf{A}^2), \tag{11}$$

полученного после вычисления чувствительности коэффициента трансформации и относительной расстройки и изменения параметра **A**.

В данном случае бесконечный функциональный ряд (9) при $|C\mathbf{T}/\mathbf{T}_{ЭМ}<1|$ сходится к выражению

$$\mathbf{W}_{11}(p)=K_U\,(\Delta\omega)\Big[(\mathbf{T}_{ЭМ}\,p+1)+\Delta\omega^2\,\mathbf{T}^2_{ЭМ})\Big]/\Big[(\mathbf{T}_{ЭМ}\,p+1)^2+\Delta\omega^2\,\mathbf{T}^2_{ЭМ}C\,\mathbf{A}\,\mathbf{T}_{Н}\,p\Big]. \qquad (12)$$

На рис. 2 приведен ряд кривых, характеризующих переходные процессы в ПКТ по каналу амплитуда-амплитуда [3, 4]. Первая кривая (расчетная) построена без учета влияния инерционности подключенного к выходу ПКТ выпрямителя с фильтром по модели (6), вторая экспериментальная, а третья рассчитана с учетом влияния инерционности нагрузки по передаточной функции (12).

Как видно из рис. 2 (кривая *2*), ПКРД в динамическом отношении приближается к идеальному усилительному звену, так как его собственная частота на несколько порядков выше рабочей частоты теплотехнических САР, верхняя граница рабочей частоты для которых равна 0,1–0,3 рад/с. Поэтому можно принять, что при прохождении через пьезопреобразователь сигнал не искажается ни по модулю, ни по фазе, т.е. пьезопреобразователь практически безынерционный [4].

Литература

1. Кербель Б.М. Вопросы конструирования пьезопреобразователей статических усилий // Доклады междунар. науч.-практ. конф. «Пьезотехника–94». – Томск: ТПУ, 1994. – С. 17–19.

2. Трофимов А.И. Техника измерения искривлений технологических каналов ядерных реакторов / А.И. Трофимов, Б.М. Кербель, М.Ю. Коробейников, С.Д. Степаниченко. – М.: Энергоиздат, 1981. – 80 с.

3. Пьезоэлектроника / А.А. Ерофеев, А.И. Проклин, В.Н. Уланов и др. – М.: Радио и связь, 1994. – 240 с.

4. Кербель Б.М. Переходный процесс пьезоэлектрического угломера в системе автоматизированного измерения характеристик осей технологических каналов ядерных реакторов / Б.М. Кербель, С.Н. Кладиев // Доклады междунар. науч.-практ. конф. «Пьезотехника–97». – Обнинск: ОИАТЭ, 1997. – С. 166–173.

Кербель Борис Моисеевич
Д-р техн. наук, профессор Северского технологического института НИЯУ МИФИ
Тел.: 8 (382-3) 78-02-03
Эл. почта: BMKerbel@mephi.ru

Kerbel B.M.
The properties of piezoelectric resonance sensors as elements of automatic control and regulation systems

We discuss the problems of obtaining the transfer function of the resonant piezoelectric sensors based on the use of piezoceramic transformers (PCT), operating at the resonant frequency. In general, the dynamics of the PCT are described by nonlinear equations having the amplitude-time-space character. Therefore, the analysis of dynamic processes in PBC due to the influence of the environment, multiple connection, nonlinearity and its distribution parameters presents considerable mathematical difficulties. It is shown that for practical purposes the transfer function can be sufficiently accurate estimated by experimental and experimental-analytical methods.
Keywords: piezoelectric transducer, piezoceramic transformer, dynamic properties, the transfer function.