

УДК 621.314; 621.316.06; 517.9

А.В. Кобзев, В.Д. Семенов, Е.К. Фединых

Применение метода коммутационных разрывных функций для построения математических моделей силовых преобразователей

Математическая модель силового транзисторного преобразователя построена с использованием метода коммутационных разрывных функций (КРФ) в пространстве переменных состояния. Модель сводится к структурной схеме преобразователя, в которой КРФ интерпретируется как множитель, а остальные элементы – в виде однонаправленных четырехполюсников, звеньев передачи тока или напряжения.

Ключевые слова: метод коммутационных разрывных функций, разрывные функции, двухтрансформаторный преобразователь напряжения, математическая модель преобразователя.

Метод коммутационных разрывных функций (КРФ) [1] имеет глубокую историческую ретроспективу, которая подробно описана в [2]. Развитие метода шло от замены ключевых преобразователей в статическом режиме переключателями функциями до включения коммутационных функций в систему дифференциальных уравнений, описывающих преобразователь, для изучения его динамики. При этом всякий раз преобразователь фигурировал в математической модели как некоторая функция, а остальные элементы преобразователя оставались двухполюсниками, что, на наш взгляд, усложняло анализ электромагнитных процессов и их физическое толкование. В данной работе на примере транзисторного двухтрансформаторного преобразователя показана методика построения математической модели с применением метода КРФ, позволяющая получить эту модель в пространстве переменных состояния, а структурная схема преобразователя, построенная на основе этой методики, позволяет установить все внутренние связи, определяющие динамические свойства и характеристики исследуемого преобразователя.

Двухтрансформаторный преобразователь напряжения (ДТПН) [3] в настоящее время активно изучается, развивается [3–7] и находит другие сферы применения [8, 9], поэтому построение удобной и легко применяемой на практике математической модели этого преобразователя является актуальной задачей.

Исследуемая схема ДТПН (рис. 1) на основе мостового инвертора выполнена на полностью управляемых ключах К1–К4 с фазовым управлением и идеальных трансформаторах TV1 и TV2. Индуктивности контуров намагничивания $L_{\mu 1}$, $L_{\mu 2}$ и сопротивления обмоток $r_{\mu 1}$, $r_{\mu 2}$ представлены в виде отдельных элементов схемы [6], чтобы ближе подойти к реальным электромагнитным процессам.

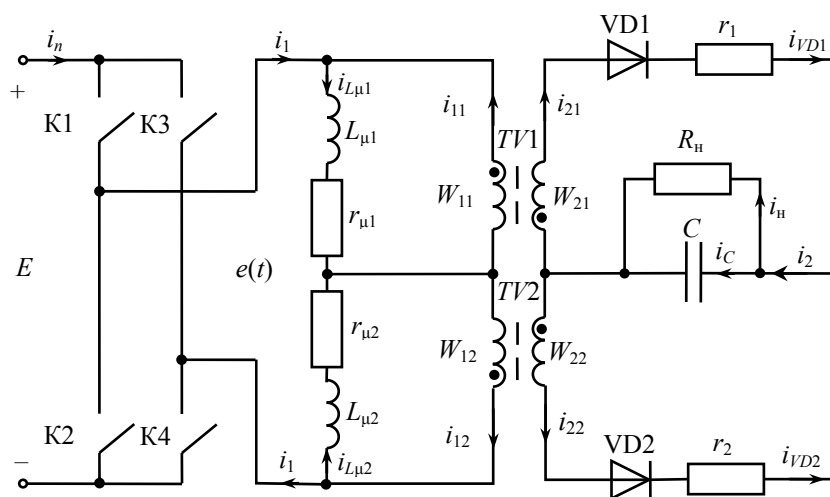


Рис. 1. Схема двухтрансформаторного преобразователя напряжения

С помощью КРФ удобно описывать процессы управления и модуляции в импульсно-модуляционных преобразователях. На рис. 2 показано, как с помощью «прямоугольного синуса» $f_a(t)$ [1] можно реализовать фазовое управление инвертором. При этом стойки инвертора управляются с помощью «прямоугольных синусов» со сдвигом фаз в сторону отставания $f_1(t+\tau)$ и опережения $f_1(t-\tau)$. В результате на выходе идеального инвертора будет сформировано напряжение, форма которого будет описываться функцией

$$f_1(t) = \frac{1}{2} \cdot f_a(t) \cdot [1 + f_1(t+\tau) \cdot f_1(t-\tau)],$$

которая представляет собой форму выходного напряжения.

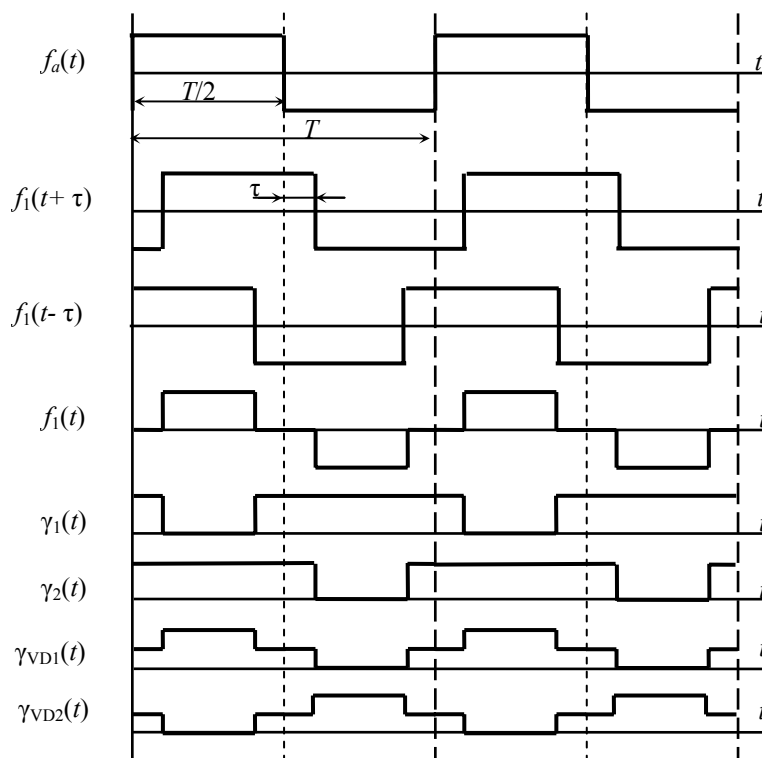


Рис. 2. Коммутационно-разрывные функции

Имея такую КРФ – $f_1(t)$, инвертор на ключах К1–К4, можно представить в виде силового четырехполюсника с информационным управляющим входом (рис. 3).

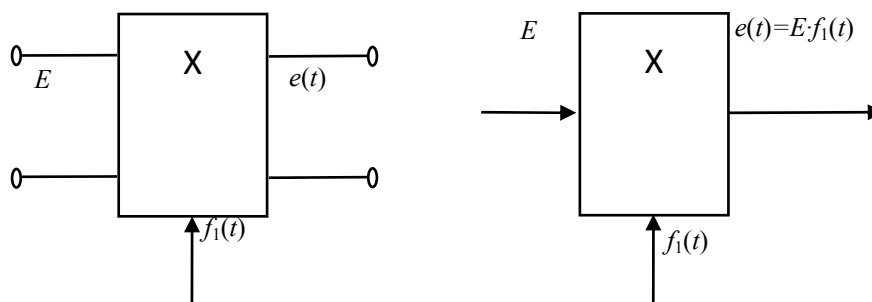


Рис. 3. Инвертор, представленный в виде аналогового перемножителя

Если на информационный вход подать функцию $f_1(t)$, которая фактически задает форму выходного напряжения инвертора, то тогда инвертор можно представить в виде аналогового перемножителя, сигнал на выходе которого равен произведению напряжения E на управляющую функцию $f_1(t)$.

Подключая такой перемножитель вместо инвертора в схему (рис. 1), получаем схему в неоднородном базисе, содержащем управляемый четырехполюсник, неуправляемые четырехполюсники – идеальные трансформаторы TV1, TV2 (которые представляют собой четырехполюсник с коэффициентом трансформации K_{tr} по току и напряжению) и двухполюсники $L_{\mu 1}, L_{\mu 2}, r_{\mu 1}, r_{\mu 2}, VD1, VD2, r_1, r_2$,

C, R_H , что не очень удобно с точки зрения математического описания. Остальные элементы преобразователя заменяются согласно рис. 4.

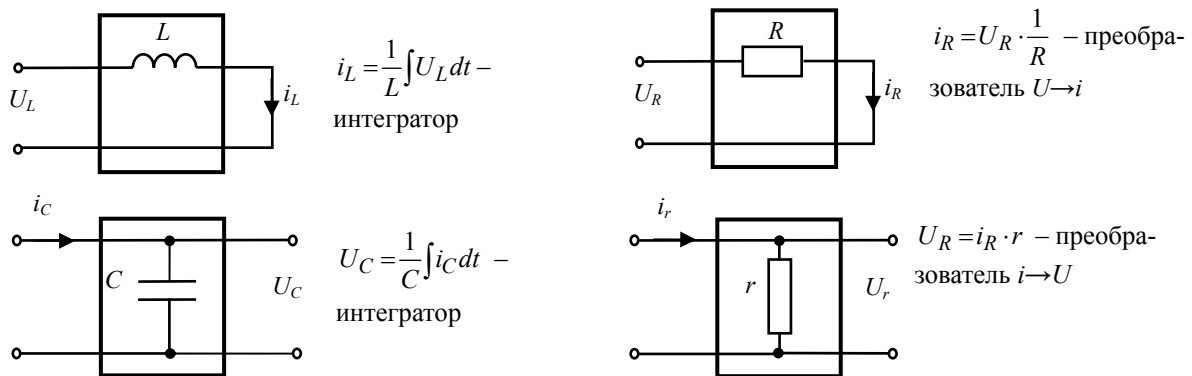


Рис. 4. Заменяемые элементы

Индуктивности и емкости заменяются интеграторами напряжения и тока соответственно. Резисторы – преобразователями напряжения в ток и тока в напряжение.

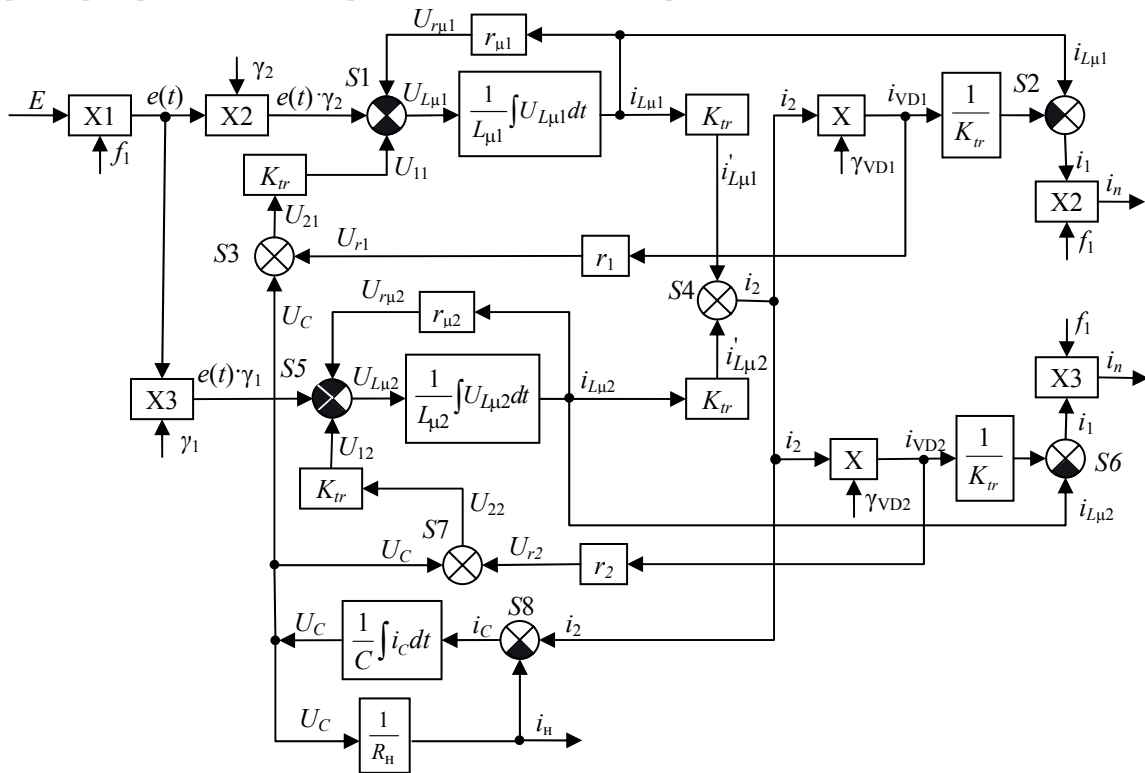


Рис. 5. Математическая модель ДТПН

Диоды VD1 и VD2 заменяем идеальными ключами с коммутационными функциями $\gamma_1(t)$ и $\gamma_2(t)$ (рис. 2), ноль которых соответствует выключенному состоянию соответствующего диода, а единица – включенному. Причем диод может выступать как коммутатором тока, так и напряжения, с алгоритмом работы, определяемым функциями $\gamma_1(t)$ и $\gamma_2(t)$.

Из принципа работы схемы ДТПН видно, что ток в диодах VD1 и VD2 на интервале импульса равен полному току i_2 , а на интервале паузы зависит от соотношений резисторов r_1 и r_2 , что отражается в КРФ выпрямителя:

$$\gamma_{VD1}(t) = \gamma_1(t) \cdot \gamma_2(t) \cdot \frac{r_2}{r_1 + r_2} + \overline{\gamma_1(t) \cdot \gamma_2(t)} \cdot (1 - f_a(t));$$

$$\gamma_{VD2}(t) = \gamma_1(t) \cdot \gamma_2(t) \cdot \frac{r_1}{r_1 + r_2} + \overline{\gamma_1(t) \cdot \gamma_2(t)} \cdot (1 + f_a(t)),$$

где $\overline{\gamma_1(t) \cdot \gamma_2(t)}$ – инверсное произведение логических функций $\gamma_1(t)$ и $\gamma_2(t)$.

На рис. 5 представлена структурная схема ДТПН, полученная на основе электрической функциональной схемы (см. рис. 1). Принцип построения схемы состоит в следующем. Рассматриваем контур цепи, в который входит один из накопителей энергии $L_{\mu 1}$, $L_{\mu 2}$ или U_C . Составляем дифференциальное уравнение и разрешаем его относительно производной так, как это делается при построении аналоговых моделей на операционных усилителях [10]. Например, для контура, в который входит индуктивность $L_{\mu 1}$, можно записать:

$$E \cdot f_1(t) \cdot \gamma_2(t) - L_{\mu 1} \frac{di_{\mu 1}}{dt} - r_{\mu 1} \cdot i_{\mu 1} - U_{11} = 0.$$

Разрешая его относительно $L_{\mu 1} \frac{di_{\mu 1}}{dt}$, получаем уравнение

$$L_{\mu 1} \frac{di_{\mu 1}}{dt} = E \cdot f_1(t) \cdot \gamma_2(t) - r_{\mu 1} \cdot i_{\mu 1} - U_{11},$$

которое можно представить схемой из звеньев $X1$, $X2$, $\frac{1}{L_{\mu 1}} \int U_L dt$, $r_{\mu 1}$ и сумматора $S1$ (см. рис. 5).

По полученной математической модели преобразователя, которая, по существу, представляет собой структурную схему, легко составить интегральные уравнения для всех интеграторов. Дифференцируя полученные интегральные уравнения, получим систему дифференциальных уравнений в пространстве переменных состояния, приведенную ниже:

$$\begin{cases} \frac{di_{L\mu 1}}{dt} = -\frac{(r_{\mu 1} + \eta \cdot K_{tr}^2)}{L_{\mu 1}} \cdot i_{L\mu 1} - \frac{\eta \cdot \gamma_{VD1} \cdot K_{tr}^2}{L_{\mu 1}} \cdot i_{L\mu 2} - \frac{K_{tr}}{L_{\mu 1}} \cdot U_C + E \cdot f_1 \cdot \gamma_2, \\ \frac{di_{L\mu 2}}{dt} = -\frac{r_2 \cdot \gamma_{VD2} \cdot K_{tr}^2}{L_{\mu 2}} \cdot i_{L\mu 1} - \frac{(r_{\mu 2} + r_2 \cdot K_{tr}^2)}{L_{\mu 2}} \cdot i_{L\mu 2} - \frac{K_{tr}}{L_{\mu 2}} \cdot U_C - E \cdot f_1 \cdot \gamma_1, \\ \frac{dU_C}{dt} = \frac{K_{tr}}{C} \cdot i_{L\mu 1} + \frac{K_{tr}}{C} \cdot i_{L\mu 2} - \frac{1}{R_H \cdot C} \cdot U_C + 0. \end{cases}$$

В этой системе входными переменными, как показано на рис. 6, являются напряжение питания E и алгоритм управления ключами инвертора, выраженный функцией $f_1(t)$. Переменными состояниями – токи в индуктивностях намагничивания $i_{L\mu 1}$, $i_{L\mu 2}$ и напряжение U_C на выходном конденсаторе C .



Рис. 6. ДТПН, как система с упорядоченными переменными

В качестве выходных величин могут быть заданы напряжение и ток нагрузки U_H , i_H , ток, потребляемый от источника питания i_n , токи диодов i_{VD1} , i_{VD2} и другие величины, определяемые через переменные состояния и необходимые КРФ.

Система уравнений при заданных численных значениях параметров ДТПН решалась в среде MathCad. На рис. 7, а показан переходный процесс переменных состояния ДТПН, а на рис. 7, б – их установившееся значение.

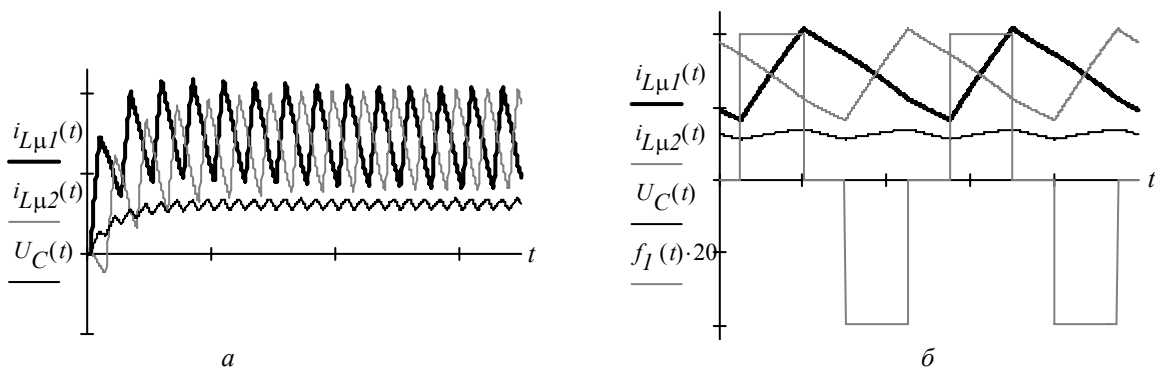


Рис. 7. Переходные и установившиеся значения переменных состояния $i_{L\mu 1}$, $i_{L\mu 2}$ и U_C

На рис. 8 представлены выходные величины ДТПН, которые находятся по системе уравнений:

$$\begin{cases} U_i = U_{\tilde{N}}, \\ i_i = \frac{U_C}{R_i}, \\ i_r = (f_1 - f_1 \cdot \gamma_{VD1}) \cdot i_{L\mu 1} - \gamma_{VD1} \cdot f_1 \cdot i_{L\mu 2}, \\ i_{VD1} = K_{tr} \cdot \gamma_{VD1} \cdot i_{L\mu 1} + K_{tr} \cdot \gamma_{VD1} \cdot i_{L\mu 2}, \\ i_{VD2} = K_{tr} \cdot \gamma_{VD2} \cdot i_{L\mu 1} + K_{tr} \cdot \gamma_{VD2} \cdot i_{L\mu 2}. \end{cases}$$

Сравнение результатов, полученных на данной модели, с опубликованными в [5–7], доказывают адекватность представленной модели. Простота ее использования показана на приведенном примере. Рассмотренную модель по изложенной технологии можно дополнить системой управления с любым из регуляторов и замкнуть отрицательной обратной связью.

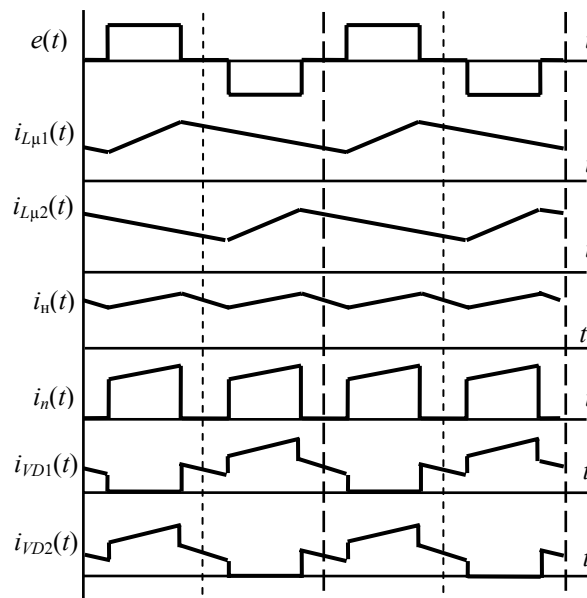


Рис. 8. Временные диаграммы выходных величин ДТПН

Математическая модель (см. рис. 5), представленная в виде структурной схемы, легка в восприятии, наглядна, позволяет выявить все внутренние связи. Все звенья структурной схемы односторонне направлены, что не нарушает причинно-следственных связей при составлении дифференциальных уравнений.

Литература

1. Кобзев А.В. Многозонная импульсная модуляция (Теория и применение в системах преобразования параметров электрической энергии). – Новосибирск: Наука, 1979. – 304 с.
2. Мерабишвили П.Ф. Нестационарные электромагнитные процессы в системах с вентилями / П.Ф. Мерабишвили, Е.М. Ярошенко. – Кишинев: Штиинца, 1980. – 208 с.
3. А.с. 1 541 726 СССР, МПК Н 04М 3/315, 3/337. Преобразователь постоянного напряжения в постоянное / А.И. Царенко, А.Д. Ноникашвили (СССР). – № 4415938/24-07; 4443834/24-07; заявл. 24.04.88; опубл. 07.02.90. Бюл. № 5. – 6 с.
4. Глебов Б.А. Двухтактный DC-DC преобразователь напряжения для систем электропитания // Практическая силовая электроника. – 2004. – №13. – С 32–37.
5. Гусев Б.А. Транзисторный двухтрансформаторный мостовой преобразователь постоянного напряжения / Б.А. Гусев, Д.А. Овчинников // Силовая электроника. – 2005. – №2. – С. 48–52.
6. Мелешин В.И. Транзисторная преобразовательная техника / В.И. Мелешин. – М.: Техносфера, 2006. – 632 с.

7. Мелешин В.И. Управление транзисторными преобразователями энергии / В.И. Мелешин, Д.А. Овчинников. – М.: Техносфера, 2011. – 576 с.

8. Пат. 91 915 РФ, МПК В 23 К 9/00, Н 02 М 3/22. Источник питания сварочной дуги постоянного тока / В.А. Федотов, В.Д. Семенов (РФ). – № 2 009 130 655 / 22; заявл. 10.08.09; опубл. 10.03.2010 10.10.09. Бюл. № 7. – 9 с.

9. Пат. 87 379 РФ, МПК В 23 К 9/00, Н 02 М 3/22. Преобразователь постоянного напряжения сварочной дуги постоянного тока / В.А. Федотов, В. Д. Семенов (РФ). – № 2 009 120 814 / 22; заявл. 01.06.09; опубл. 10.10.09. Бюл. № 28. – 7 с.

10. Горбачевич Е.Д. Аналоговое моделирование систем управления / Е.Д. Горбачевич, Ф.Ф. Левинзон. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 304 с.

Кобзев Анатолий Васильевич

Д-р техн. наук, профессор, президент ТУСУРа

Тел.: 8 (382-2) 51-05-30

Эл. почта: office@tusur.ru

Семенов Валерий Дмитриевич

Канд. техн. наук, профессор каф. промышленной электроники ТУСУРа

Тел.: +7-913-821-22-92

Эл. почта: svd@ie.tusur.ru

Фединых Екатерина Константиновна

Магистрант каф. промышленной кафедры ТУСУРа

Эл. почта: fedinykh@sibmail.com

Kobzev A.V., Semenov V.D., Fedinykh E.K.

Application of the method of switching discontinuous functions for constructing mathematical models of power converters

A mathematical model of power transistor converter is made using the method of switching discontinuous functions (SDF) in the space of state variables. Model reduces to the block diagram of converter, in diagram the SDF is interpreted as a multiplier and other elements are in the form of unidirectional links of current or voltage.

Keywords: method of switching discontinuous functions, discontinuous functions, two-transformer voltage transformer, mathematical models of power converters.
