

УДК 621.391.832

В.И. Туев

Спектральный анализ реакции слабонелинейных инерционных цепей на воздействие двух синхронных колебаний

Предложен метод расчета реакции слабонелинейных инерционных цепей на воздействие двух синхронных колебаний одинаковой частоты. Вывод формул произведен в рамках метода нелинейных токов, применяемого для расчета нелинейных передаточных функций цепей класса Вольтерра.

Нелинейные электрические цепи, находящиеся под воздействием двух синхронных колебаний одинаковой частоты, — синхронные детекторы — находят применение при построении радиоприемных трактов аппаратуры связи, в измерительной, телевизионной технике и т.д. [1–3]. Задача расчета полезного и побочных продуктов преобразования в этих устройствах решена не окончательно. Известные результаты [4, 5] имеют частный характер, обусловленный применением математического аппарата степенных рядов, и применимы для анализа безынерционных схем.

Целью работы является вывод соотношений для расчета реакции нелинейно-инерционных цепей на воздействие двух синхронных колебаний. Вывод формул произведен в рамках метода нелинейных токов (МНТ), применяемого для расчета нелинейных передаточных функций (НПФ) цепей класса Вольтерра [6].

Обобщенная эквивалентная схема синхронного детектора для переменных токов и напряжений приведена на рис. 1. Нелинейный четырехполюсник содержит источник тока, зависящий от напряжений на двух управляющих входах, и произвольное количество линейных и нелинейных RLC -элементов. К выходу детектора подсоединена нагрузка с сопротивлением $Z_H(\omega)$ на частоте ω .

К входам устройства подключены источники сигнала и гетеродина:

$$\left. \begin{aligned} u_c(t) &= U_c \cos(\omega_c t), \\ u_r(t) &= U_r \cos(\omega_r t + \varphi), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где φ — начальная фаза.

Синхронное детектирование выполняется при равенстве частот сигнала и гетеродина

$$\omega_r = \omega_c = \omega_0. \quad (2)$$

В этом случае входные сигналы (1) могут быть представлены в символической форме:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_c &= U_c, \\ \dot{U}_r &= U_r e^{j\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Расчет переменных составляющих тока зависимого источника в соответствии с МНТ производится в виде

$$i = \sum_{n=1}^N i_n, \quad (4)$$

где N — наивысший порядок учитываемой нелинейности; i_n — нелинейный ток n -го порядка.

На основании обобщенных формул для расчета нелинейных эквивалентных источников тока многоэлектродных активных элементов [7] составляющие тока первых трех порядков ($N = 3$), представляющие наибольший практический интерес [6, 8], можно представить в виде

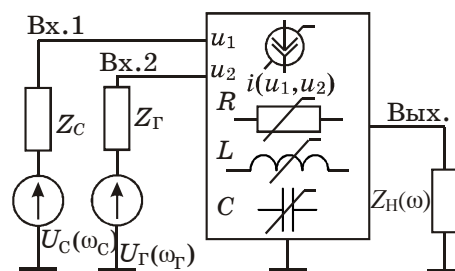


Рис. 1. Обобщенная схема синхронного детектора

$$i_1(\omega_1) = \sum_{k=1}^2 g_k^{(1)} u_k^{(1)}(\omega_1), \quad (5)$$

где $u_k^{(1)}(\omega_1)$ — напряжение первого порядка на k -м входе; $g_k^{(n)}$ — частная проводимость по k -му управляющему электроду;

$$i_2(\omega_1, \omega_2) = \sum_{k=1}^3 i_{2k}(\omega_1, \omega_2), \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} i_{2_1}(\omega_1, \omega_2) &= g_1^{(2)} u_1^{(1)}(\omega_1) u_1^{(1)}(\omega_2), & i_{2_2}(\omega_1, \omega_2) &= g_2^{(2)} u_2^{(1)}(\omega_1) u_2^{(1)}(\omega_2), \\ i_{2_3}(\omega_1, \omega_2) &= g_{1,2}^{(1+1)} [u_1^{(1)}(\omega_1) u_2^{(1)}(\omega_2)]_{Sym}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $g_{k,l}^{(m_1, m_2)}$ — смешанная проводимость $(m_1 + m_2)$ -го порядка по k -му и l -му управляющим электродам; $[]_{Sym}$ — операция симметризации [6];

$$i_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \sum_{k=1}^8 i_{3k}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} i_{3_1}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= g_1^{(3)} u_1^{(1)}(\omega_1) u_1^{(1)}(\omega_2) u_1^{(1)}(\omega_3), \\ i_{3_2}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= g_2^{(3)} u_2^{(1)}(\omega_1) u_2^{(1)}(\omega_2) u_2^{(1)}(\omega_3), \\ i_{3_3}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= g_{1,2}^{(2+1)} [u_1^{(1)}(\omega_1) u_1^{(1)}(\omega_2) u_2^{(1)}(\omega_3)]_{Sym}, \\ i_{3_4}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= g_{1,2}^{(1+2)} [u_1^{(1)}(\omega_1) u_2^{(1)}(\omega_2) u_2^{(1)}(\omega_3)]_{Sym}, \\ i_{3_5}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= 2g_1^{(2)} [u_1^{(1)}(\omega_1) u_1^{(2)}(\omega_2, \omega_3)]_{Sym}, \\ i_{3_6}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= 2g_2^{(2)} [u_2^{(1)}(\omega_1) u_2^{(2)}(\omega_2, \omega_3)]_{Sym}, \\ i_{3_7}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= 2g_{1,2}^{(1+1)} [u_1^{(1)}(\omega_1) u_2^{(2)}(\omega_2, \omega_3)]_{Sym}, \\ i_{3_8}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= 2g_{1,2}^{(1+1)} [u_2^{(1)}(\omega_1) u_1^{(2)}(\omega_2, \omega_3)]_{Sym}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $u_k^{(2)}(\omega_1, \omega_2)$ — напряжение второго порядка на k -м входе.

Расчетные соотношения (6–9) учитывают составляющие тока, имеющие нелинейный характер образования за счет частных проводимостей по отдельным управляющим электродам, и составляющие тока, образованные за счет смешанных проводимостей при параметрическом и нелинейно-параметрическом взаимодействии сигналов с различных управляющих электродов. Частные и смешанные проводимости в (5–9) определяются из разложения аналитической зависимости тока источника $I(U_1, U_2)$, описывающей его вольт-амперные характеристики (ВАХ), в кратный ряд Тейлора в окрестности рабочей точки, определяемой напряжениями смещения U_{10}, U_{20} :

$$g_{1,2}^{(m_1+m_2)} = \frac{1}{m_1! m_2!} \frac{\partial^{m_1+m_2} I(U_{10}, U_{20})}{\partial U_1^{m_1} \partial U_2^{m_2}}. \quad (10)$$

Нелинейные токи (5–9) в совокупности с коэффициентами разложения в ряд Тейлора нелинейных зависимостей двухполюсных элементов используются для определения НПФ вида $W_n^{k,l}(\omega_1, \dots, \omega_n)$ (k, l — номера входов), дающих явную связь составляющих отклика и воздействий на конкретных входах [6–8]. В частности, постоянное выходное напряжение, напряжение на частоте ω_0 , вторая и третья гармоники выходного сигнала определяются по формулам:

$$U_{\text{вых}}(0) = \text{Re} \left\{ \begin{aligned} &W_2^{1,2}(\omega_c, -\omega_r) U_c U_r e^{-j\varphi} + \\ &+ \frac{1}{2} [W_2^{1,1}(\omega_c, -\omega_c) U_c^2 + W_2^{2,2}(\omega_r, -\omega_r) U_r^2] \end{aligned} \right\}; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{ВЫХ}}(\omega_0) = & W_1^1(\omega_c) U_c + W_1^2(\omega_r) U_r e^{j\varphi} + \\ & + \frac{3}{4} \left[W_3^{1,1,1}(\omega_c, \omega_c, -\omega_c) U_c^3 + W_3^{2,2,2}(\omega_r, \omega_r, -\omega_r) U_r^3 e^{j\varphi} \right] + \\ & + \frac{3}{2} \left[W_3^{1,2,2}(\omega_c, \omega_r, -\omega_r) U_c U_r^2 + W_3^{2,2,1}(\omega_r, \omega_c, -\omega_c) U_c^2 U_r e^{j\varphi} \right]; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{ВЫХ}}(2\omega_0) = & W_2^{1,2}(\omega_c, \omega_r) U_c U_r e^{j\varphi} + \\ & + \frac{1}{2} \left[W_2^{1,1}(\omega_c, \omega_c) U_c^2 + W_2^{2,2}(\omega_r, -\omega_r) U_r^2 e^{j2\varphi} \right]; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{ВЫХ}}(3\omega_0) = & \frac{3}{4} \left[W_3^{1,1,2}(\omega_c, \omega_c, \omega_r) U_c^2 U_r e^{j\varphi} + W_3^{2,2,1}(\omega_r, \omega_r, \omega_c) U_r^2 U_c e^{j2\varphi} \right] + \\ & + \frac{1}{4} \left[W_3^{2,2,2}(\omega_r, \omega_r, \omega_r) U_r^3 e^{j3\varphi} + W_3^{1,1,1}(\omega_c, \omega_c, \omega_c) U_c^3 \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

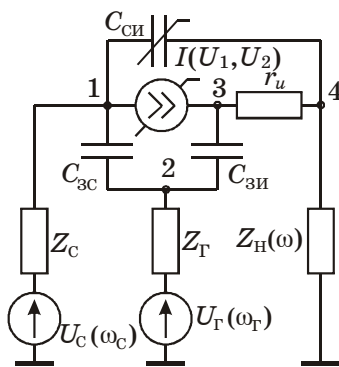


Рис. 2. Эквивалентная схема синхронного детектора на полевом транзисторе

Проиллюстрируем применение предложенных расчетных соотношений для определения постоянного напряжения (11) на выходе синхронного детектора на маломощном МДП-полевом транзисторе (ПТ), эквивалентная схема которого приведена на рис. 2.

В упрощенной эквивалентной схеме ПТ нелинейными являются емкость сток-исток $C_{си}$ и источник тока $I(U_1, U_2)$, управляемый напряжениями на стоке U_1 и затворе U_2 относительно внутреннего истока (точка 3), отделенного от внешнего вывода внутренним сопротивлением неуправляемой части канала r_n . Нелинейная зависимость емкости определяется из соотношений для дифференциальных емкостей закрытых $p-n$ -переходов [9]

$$C(U) = C_0 \left(1 + \frac{U}{V} \right)^{-P}, \quad (15)$$

где U — напряжение смещения, приложенное к переходу; V — контактная разность потенциалов; C_0 — емкость перехода при нулевом смещении; $P = 0,3 \dots 0,5$.

Моделирование свойств источника тока основано на применении аналитического описания семейства ВАХ ПТ [10] формулой

$$I(U_1, U_2) = A(U_2 - U_0)^B \left(1 - e^{-\frac{DU_1}{U_2 - U_0} + FU_1} \right), \quad (16)$$

где U_0 — пороговое напряжение; A, B, D, F — коэффициенты аппроксимации, определяемые из экспериментальных ВАХ с пересчетом на внутренний исток.

В соответствии с МНТ составляется Y -матрица линейной ассоциированной схемы (ЛАС) устройства, в которую помимо линейных элементов схемы (внутреннее сопротивление неуправляемой части канала r_n , емкости затвор-сток $C_{зс}$ и затвор-исток $C_{зи}$) входят ток $i_1(\omega_1)$, рассчитанный по (5), где $g_k^{(1)}$ для $k = 1, 2$ находится в соответствии с (10) при подстановке (16) (U_{10}, U_{20} — постоянные напряжения смещения относительно точки 3), а также определяемая в соответствии с (15) линейная составляющая емкости $C_{си} = C(U_{10} - U_{40})$, где U_{40} — постоянное напряжение на нагрузке.

По известной Y -матрице определяются нормированные к уровню входных сигналов переменные напряжения на частотах ω_c и ω_r во всех узлах схемы

$$\begin{bmatrix} U_1^{(1)} \\ U_2^{(1)} \\ U_3^{(1)} \\ U_4^{(1)} \end{bmatrix}_{\omega_c} = [Y(\omega_c)]^{-1} \begin{bmatrix} 1/Z_c(\omega_c) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_1^{(1)} \\ U_2^{(1)} \\ U_3^{(1)} \\ U_4^{(1)} \end{bmatrix}_{-\omega_r} = [Y(-\omega_r)]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1/Z_r(\omega_r) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где $[Y(\omega)]^{-1}$ — обратная Y -матрица.

По найденным линейным напряжениям $U^{(1)}$ рассчитываются нелинейные токи второго порядка для источника тока по (6–7) с учетом соотношений $u_1^{(1)} = U_1^{(1)} - U_3^{(1)}$, $u_2^{(1)} = U_2^{(1)} - U_3^{(1)}$, а для нелинейной емкости — по формуле

$$i_{\text{си}_2}(\omega_c, -\omega_r) = j(\omega_c - \omega_r)C_{\text{си}_2} [U_1^{(1)}(\omega_c) - U_4^{(1)}(\omega_c)] \times \\ \times [U_1^{(1)}(-\omega_r) - U_4^{(1)}(-\omega_r)]. \quad (18)$$

Подсоединяя источники нелинейных токов второго порядка в ЛАС, имеем

$$\begin{bmatrix} U_1^{(2)} \\ U_2^{(2)} \\ U_3^{(2)} \\ U_4^{(2)} \end{bmatrix}_{\omega_c - \omega_r} = [Y(\omega_c - \omega_r)]^{-1} \begin{bmatrix} -i_2 - i_{\text{си}_2} \\ 0 \\ i_2 \\ i_{\text{си}_2} \end{bmatrix}_{\omega_c - \omega_r}. \quad (19)$$

Отсюда НПФ второго порядка $W_2^{1,2}(\omega_c, -\omega_r) = U_4^{(2)}(\omega_c - \omega_r)$. Проводя аналогичные (11)–(19) вычисления для $W_2^{1,1}(\omega_c, -\omega_c)$ и $W_2^{2,2}(\omega_r, -\omega_r)$, можно показать, что

$$W_2^{1,1}(\omega_c, -\omega_c)U_c^2 + W_2^{2,2}(\omega_r, -\omega_r)U_r^2 \ll W_2^{1,2}(\omega_c, -\omega_r)U_c U_r e^{-j\varphi}. \quad (20)$$

С учетом (20) комплексная амплитуда комбинационной составляющей на частоте $\omega_c - \omega_r$ в нагрузке равна

$$\dot{U}_{\text{вых}}(\omega_c - \omega_r) \approx W_2^{1,2}(\omega_c, -\omega_r)\dot{U}_c(\omega_c)\dot{U}_r^*(\omega_r), \quad (21)$$

где * — символ комплексного сопряжения.

Заметим, что в случае пренебрежения инерционностью схемы синхронного детектора (21) можно представить в виде выражения

$$U_{\text{вых}} = W_2^{1,2} U_c U_r \cos\varphi,$$

которое совпадает с результатами [4, 5], полученными при анализе безынерционных цепей с использованием математического аппарата степенных рядов.

Сравнительные расчетная и экспериментальная зависимости выходного напряжения пассивного синхронного детектора ($U_{10} = 0$) на МДП ПТ типа КП305 от среднеквадратического значения напряжения гетеродина представлены на рис. 3.

В расчете использованы следующие параметры эквивалентной схемы ПТ: $U_0 = -1$ В; $A = 2,9 \cdot 10^{-3}$ А; $B = 2,27$; $D = 2,62$; $F = 0,067$; $r_{\text{и}} = 20$ Ом; $C_{3c} = 1$ пФ; $C_{3и} = 4$ пФ; $C_{\text{си}_0} = 15$ пФ; $Z_c = Z_r = 75$ Ом. Нормированное напряжение смещения на затворе ПТ $\xi = U_{10}/U_0 = 0,5$. Среднеквадратическое значение сигнала составляет 20 мВ, частота — 1000 Гц.

Расхождение экспериментальных и расчетных данных при увеличении амплитуды гетеродина происходит вследствие выхода мгновенных значений напряжения гетеродина за пределы раствора передаточной ВАХ и появления отсечки канала ПТ, что соответствует переходу схемы из условий слабой в режим существенной нелинейности.

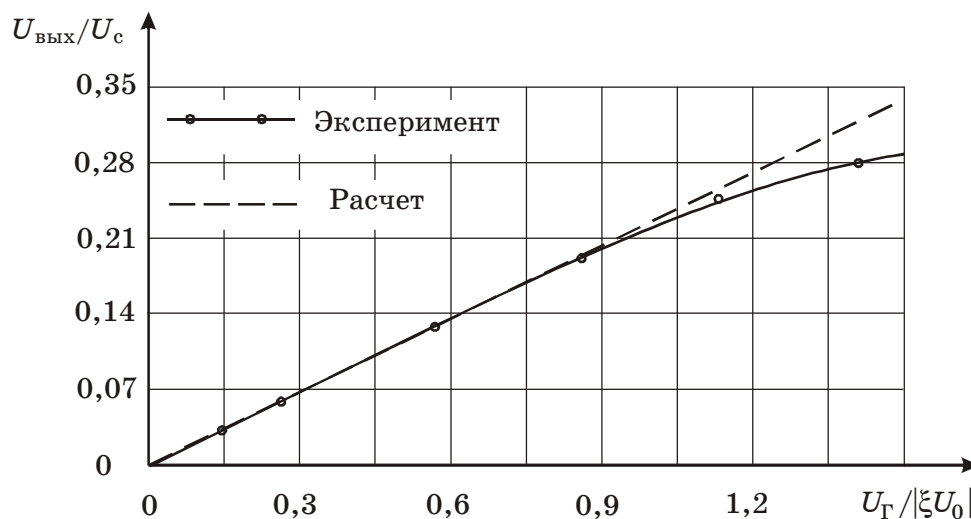


Рис. 3. Передаточные характеристики синхронного детектора на ПТ

Заключение

В статье предложен метод расчета реакции слабонелинейных инерционных цепей на воздействие двух синхронных колебаний с одинаковой частотой, приведены расчетные соотношения для составляющих эквивалентного источника тока, управляемого двумя напряжениями. Представлены результаты расчета постоянного напряжения на выходе синхронного детектора на МДП-полевом транзисторе. Показано, что расхождение расчетных и экспериментальных данных не превышает 20 % в диапазоне мгновенных значений напряжения гетеродина, не выходящих за пределы раствора передаточной вольт-амперной характеристики транзистора.

Литература

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский, М.П. Демина. – М. : Радио и связь, 1994. – 480 с.
2. Руднев А.Н. Однополосный синхронный приемник АМ-сигналов / А.Н. Руднев // Радиотехника. – 1995. – № 9. – С. 52–53.
3. Fei Yuan. Distortion analysis of periodically switched nonlinear circuits using time-varying volterra series / Fei Yuan, Ajoy Opal // IEEE Transactions on circuits and systems. – 2001. – Vol. 48. – № 6. – P. 726–738.
4. Момот Е.Г. Проблемы и техника синхронного радиоприема / Е.Г. Момот. – М. : Связьиздат, 1961. – 172 с.
5. Филиппов Е. Нелинейная электротехника / Е. Филиппов. – М. : Энергия, 1968. – 500 с.
6. Буссганг Дж. Анализ нелинейных систем при воздействии нескольких входных сигналов / Дж. Буссганг, Л. Эрман, Дж. Грейам // ТИИЭР. – 1974. – № 8. – С. 56–92.
7. Жаркой А.Г. Расчет нелинейных эквивалентных источников тока многоэлектродных активных элементов / А.Г. Жаркой, В.И. Туев // Радиотехника и электроника. – 1989. – Т. 34. – № 6. – С. 1142–1150.
8. Богданович Б.М. Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах / Б.М. Богданович. – М. : Связь, 1980. – 280 с.
9. Зи С. Физика полупроводниковых приборов / С. Зи. – Ч. 1. – М. : Мир, 1984. – 453 с.
10. Жаркой А.Г. Аппроксимация вольт-амперных характеристик МДП-полевых транзисторов / А.Г. Жаркой, В.И. Туев // Известия вузов. Сер. Радиоэлектроника. – 1988. – № 5. – С. 69–70.

Туев Василий Иванович

Докторант кафедры средств радиосвязи ТУСУРа

Телефон: (3822) 54 18 00

Эл. почта: tvi@tv2.tomsk.ru

V.I. Tuev

Spectral analysis of weakly nonlinear circuits reaction on influence two synchronous inputs

The weakly nonlinear circuits reaction calculation method is offered. Calculation equation of equivalent source of current, controlled two voltages is suggested. The Conclusion mold is made within the framework of method of nonlinear current, aplicable for calculation of nonlinear transfer functions of Volterra circuits.
