УДК 621.345.1

#### А.В. Аристов

# Влияние преобразователя частоты на координатную точность электропривода колебательного движения

Рассмотрены вопросы влияния гармонического состава выходного напряжения преобразователя частоты, выполненного по схеме с естественной коммутацией вентилей и тиристорным реверсом в силовой цепи на координатную точность колебательной машины двойного питания. Даны рекомендации по снижению коэффициента максимальной нестабильности системы за счет оптимального выбора функций регулирования и параметров нагрузки.

**Ключевые слова:** преобразователь частоты, электропривод колебательного движения, метод переменных состояний, координатная точность, коэффициент максимальной нестабильности.

Совершенствование средств автоматизации производства, внедрение непрерывных технологических процессов и гибких производственных систем на предприятиях машиностроения, горной и химической промышленности, в технике испытания контроля и управления требуют все более широкого применения регулируемого электропривода, рабочий орган которого совершает периодическое, угловое или линейное движение. Использование с этой целью безредукторного электропривода (БЭП), выполненного на базе электрической машины двойного питания (МДП), работающей непосредственно в режиме вынужденных колебаний, и тиристорного преобразователя частоты позволяет существенно расширить эксплуатационно-технические характеристики управляемых колебательных комплексов, обеспечивая регулируемые не только по амплитуде и частоте, но и по форме колебания в частотном диапазоне от долей до десятков герц.

Согласно [1] колебательный режим работы МДП формируется за счет создания в ее воздушном зазоре качающегося электромагнитного поля путем запитывания фазных обмоток двигателя напряжениями разных частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  от двух независимых задающих генераторов ЗГ1 и ЗГ2 (рис. 1). Данный способ признан наиболее рациональным как в плане построения экономичных БЭП, ввиду возможного исключения из общей структуры привода одного из управляемых задающих генераторов и подключения обмотки возбуж-

дения исполнительного двигателя непосредственно к сети, так и в плане технической реализации. В качестве задающего генератора ЗГ2 здесь может быть использован любой тип усилителя мощности, отвечающий современным требованиям в отношении диапазона частот, коэффициента несинусоидальности, глубины регулирования и т.д. Однако для построения мощных систем возбуждения колебательцелесообразно режима использовать преобразователь частоты (ПЧ), выполненный по схеме с естественной коммутацией вентилей и тиристорным реверсом в силовой цепи. Такой подход позволяет при относительно малых массогабаритных показателях ЗГ обеспечить токи управления амплитудой до сотен ампер при коэффициенте несинусоидальности 5%.

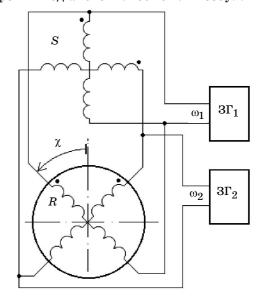


Рис. 1. Функциональная схема электропривода колебательного движения

Очевидно, что наличие полигармонических составляющих в выходном спектре тока ПЧ искажает закон движения подвижного элемента двигателя, что существенно ухудшает координатную точность привода. Оценить последнюю можно по коэффициенту максимальной нестабильности  $\delta_m$ , характеризующему относительную разность между требуемым и реальным законом изменения во времени обобщенной координаты положения под-

3НЕРГЕТИКА

вижного элемента исполнительного двигателя  $\chi$  для момента времени  $t_m$ , когда эта разность максимальна. Задачу определения  $\delta_m$  можно условно разбить на два этапа.

На первом этапе производится анализ электромагнитных процессов в преобразователе частоты. Наиболее рациональным здесь видится использование метода переменных состояний, имеющего такие преимущества, как организованность формы уравнений, что резко упрощает все процедуры, в том числе по определению зависимых начальных условий, а в ряде случаев позволяет обойтись независимыми начальными условиями. Так, при общепринятых допущениях: все вентили ПЧ идеальны; система управления вентилями выпрямителя реализует арккосинусоидальный закон; в силовой части выпрямителя происходит не более одного коммутационного процесса на полупериоде питающего напряжения. Система уравнений, описывающих выходные параметры преобразователя для i-го интервала непрерывности без коммутации, будет иметь вид

$$\frac{d}{dt}\left[i_{Hi}\right] = \left[\frac{r_{a} + r_{H}}{x_{a} + x_{H}}\right] \cdot \left[i_{Hi}\right] + \left[\frac{\sqrt{6}U_{\Phi}}{x_{a} + x_{H}}\right] \cdot \left[\sin\left(\omega_{1}t + \alpha_{0} + \frac{2\pi}{m}(2 - i)\right)\right];$$

$$\left[i_{Hi0}\right] = \left[i_{Hki}\right];$$

$$U_{Hi} = \left[\frac{x_{a}r_{a} + x_{H}r_{H}}{x_{a} + x_{H}}\right] \cdot \left[i_{Hi}\right] + \left[\frac{\sqrt{6}U_{\Phi}}{x_{a} + x_{H}}\right] \cdot \left[\sin\left(\omega_{1}t + \alpha_{0} + \frac{2\pi}{m}(2 - i)\right)\right];$$

$$0 \le \left[Q_{k+i-1} + \gamma_{i-1} - \varphi\right] \le \omega_{1}t \le \left[Q_{k+1} - \varphi\right].$$
(1)

Аналогично можно записать уравнения переменных состояний для коммутационного интервала

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\text{H}ki} \\ i_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_{\text{a}} + 2r_{\text{H}}}{x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}}} & 0 \\ -\frac{x_{\text{H}}r_{\text{a}} + x_{\text{a}}r_{\text{H}}}{x_{\text{a}}(x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}})} - \frac{r_{\text{a}}}{r_{\text{H}}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{\text{H}ki} \\ i_{3i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{6}U_{\phi}}{x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}}} & \frac{\sqrt{6}U_{\phi}}{x_{\text{a}}(x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}})} \\ \frac{\sqrt{6}U_{\phi}(x_{\text{a}} + x_{\text{H}})}{x_{\text{a}}(x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}})} & \frac{\sqrt{6}U_{\phi}x_{\text{H}}}{x_{\text{a}}(x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}})} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sin\left(\omega_{1}t + \alpha_{0} + \frac{2\pi}{m}(3 - i)\right) \\ \sin\left(\omega_{1}t + \alpha_{0} + \frac{2\pi}{m}(2 - i)\right) \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} i_{\text{H}ki} \\ i_{0i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i_{\text{H}ki}}}{x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}}} & 0 \\ \frac{i_{\text{H}ki}}{x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}}} & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{\text{H}ki} \\ i_{3i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{6}U_{\phi}x_{\text{H}}}{x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}}} & \frac{\sqrt{6}U_{\phi}x_{\text{H}}}{x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}}} \\ \frac{\sqrt{6}U_{\phi}x_{\text{H}}}{x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}}} & \frac{\sqrt{6}U_{\phi}x_{\text{H}}}{x_{\text{a}} + 2x_{\text{H}}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sin\left(\omega_{1}t + \alpha_{0} + \frac{2\pi}{m}(3 - i)\right) \\ \sin\left(\omega_{1}t + \alpha_{0} + \frac{2\pi}{m}(3 - i)\right) \\ \sin\left(\omega_{1}t + \alpha_{0} + \frac{2\pi}{m}(2 - i)\right) \end{bmatrix};$$

$$0 \! \leq \! \! \left[ Q_{k+i-1} - \varphi \right] \! \leq \omega_1 t \! \leq \! \! \left[ Q_{k+i-1} + \gamma_{i-1} - \varphi \right] \! \leq \pi N \; .$$

Здесь обозначено:  $i_{\rm H}$ ,  $U_{\rm H}$  — выходной ток и напряжение преобразователя частоты,  $r_{\rm a}$ ,  $r_{\rm H}$ ,  $x_{\rm a}$ ,  $x_{\rm H}$  — активные и реактивные сопротивления анодных цепей вентилей и суммарных обмоток двигателя;  $i_{\rm H}i_0$ ,  $i_{\rm H}i_0$  — начальные условия переменных состояния на интервале без коммутации и с коммутацией;  $i_{\rm H}(i-1)$ ,  $i_{\rm H}i_0$  — значения переменной состояния в конце интервалов непрерывности без коммутации и при ней;  $\alpha_0$  — начальный угол управления;  $\gamma_i$  — 1 — угол коммутации;  $N=\omega_1/\omega_2$ ; m — пульсность выпрямителя.

Следует отметить, что при составлении системы уравнений в качестве начала отсчета выбран момент времени, соответствующий моменту начала выпрямительного режима, при котором ток нагрузки преобразователя  $i_{\rm H0}=0$ .

Полученные выражения позволяют найти мгновенные значения выходного тока и напряжения преобразователя частоты, являющиеся исходными данными для второго этапа расчета, целью которого является определение закона движения подвижного элемента двигателя  $\chi(t)$ .

Математическая модель двигателя в системе координат  $\alpha$ ,  $\beta$ , жестко связанных с обмотками первичного элемента, описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{bmatrix} U_{\alpha s} \\ U_{\beta s} \\ U_{\alpha r} \\ U_{\beta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) & 0 & M \frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) & 0 & M \frac{d}{dt} \\ M \frac{d}{dt} & -M \frac{d\chi}{dt} & \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) & -L_r \frac{d\chi}{dt} \\ M \frac{d\chi}{dt} & M \frac{d}{dt} & L_r \frac{d\chi}{dt} & \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix};$$
(3)

$$M_{ ext{BM}} = M \left( i_{lpha s} i_{eta r} - i_{eta s} i_{lpha r} 
ight) = L_{ ext{Mex}} rac{d^2 \chi}{dt^2} + R_{ ext{Mex}} rac{d \chi}{dt} + C_{ ext{Mex}} \chi$$
 ,

где  $L_{\text{мех}},\ R_{\text{мех}},\ C_{\text{мех}}$  — коэффициенты инерционной, демпфирующей и позиционной сил нагрузки.

Совместное решение уравнений (1)–(3) позволяет определить искомый закон движения подвижного элемента МДП. Для анализа влияния гармонических составляющих ПЧ на  $\chi(t)$  разложим выходное напряжение преобразователя частоты  $U_{\rm H}(t)$  в ряд Фурье. Тогда, согласно рис. 1, функции регулирования примут вид:

$$U_{\alpha s}(t) = U_{m1} \sin(\omega_1 t + \beta)$$
;

$$U_{\beta s}(t) = U_{\rm H}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} U_{{\rm H}mk} \sin k(\omega_2 t + \psi_k);$$

$$U_{\alpha r}(t) = U_{m1}\sin(\omega_1 t + \beta) \cdot \cos \chi + \sum_{k=1}^{\infty} U_{Hmk}\sin k(\omega_2 t + \psi_k)\sin \chi;$$

$$U_{\beta r}(t) = -U_{m1}\sin(\omega_1 t + \beta) \cdot \sin \chi + \sum_{k=1}^{\infty} U_{\mathrm{H}mk}\sin k(\omega_2 t + \psi_k)\cos \chi.$$

Решение системы (3) для установившегося режима с помощью корней характеристических уравнений функций регулирования позволяет после предварительного разложения левой части уравнения движения в ряд Маклорена по степеням скорости найти аналитическое выражение для колебательного электромагнитного момента и определить методом комплексных амплитуд закон движения подвижного элемента МДП как

$$\chi(t) = \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \chi_{1mkh} \sin[(k\omega_2 - h\omega_1)t + \alpha_{1hk}] + \chi_{2mkh} \sin[(k\omega_2 + h\omega_1)t + \alpha_{2hk}],$$

где h — номер гармонических составляющих, входящих в последовательные приближения метода комплексных амплитуд.

Анализ полученного уравнения показывает, что при разночастотном способе возбуждения колебательного режима работы МДП в выходном спектре закона движения подвижного элемента двигателя принципиально присутствуют гармонические составляющие, кратные частоте колебаний, что делает коэффициент максимальной нестабильности отличным от нуля:

$$\delta_{m} = -\chi_{m}^{-1} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \chi_{1mkh} \sin\left[\left(k\omega_{2} - h\omega_{1}\right)t + \alpha_{1hk}\right] + \chi_{2mkh} \sin\left[\left(k\omega_{2} + h\omega_{1}\right)t + \alpha_{2hk}\right] \neq 0, \tag{4}$$

где  $\chi_m$  — базовый размер двигателя, причем  $h=k\neq 1$ . Так как основной вклад в искажение формы колебаний, а следовательно, и в коэффициент максимальной нестабильности

3НЕРГЕТИКА

вносят гармонические составляющие, ближайшие к частоте первой гармоники, то можно наметить пути синтеза колебательного электродвигателя с заданным коэффициентом максимальной нестабильности по положению. Например, с целью подавления искажений, вызванных 3-й гармоникой (h=k=3), необходимо, согласно (4), чтобы в заданном диапазоне изменения частоты колебаний в колебательной системе не наблюдалось электромеханического резонанса на третьей гармонике, что может быть вызвано наличием позиционной составляющей в колебательном электромагнитном усилии МДП. Таким образом, следуя вышесказанному, можно записать критерий обеспечения заданной максимальной нестабильности МДП в виде

$$\delta_m \le rac{\chi_m^2}{8} \cdot rac{M_{_{\Pi ext{yck}},3}}{\sqrt{\left(9\Omega^2 L_{_{ ext{Mex}}} - M_{_{\Pi ext{O3}},3}
ight)^2 + 9\Omega^2 (R_{_{ ext{Mex}}} - M_{_{ ext{Дем II}},3})^2}}$$
,

где  $M_{\text{пуск,3}},~M_{\text{поз,3}},~M_{\text{демп,3}}$  — обобщенные пусковые, позиционные и демпфирующие составляющие третьей гармонической составляющей электромагнитного колебательного усилия, определяемые согласно методике [1];  $\Omega=\omega_2-\omega_1$  — частота первой гармоники.

Аналогичные критерии могут быть получены и для других высших гармонических составляющих, входящих в закон движения подвижного элемента МДП. Анализ их показывает, что при заданных параметрах нагрузки и функций регулирования увеличение резонансной частоты первой гармоники сказывается на сужении допустимой области, где обеспечивается заданное значение  $\delta_m$ . Особенно это ярко проявляется при управлении параметрами колебаний за счет пропорционального изменения амплитудных значений функций регулирования сразу по всем обмоткам исполнительного двигателя.

В случае наличия в колебательной системе позиционной нагрузки в виде механической пружины или торсиона ( $C_{\text{мех}} \neq 0$ ), а также, когда собственное электромагнитное позиционное усилие, развиваемое МДП, имеет значительную величину по сравнению с демпфирующей нагрузкой, амплитудно-частотная характеристика электропривода имеет

явно выраженный резонансный пик на частоте  $\Omega = \sqrt{\frac{M_{\rm HO3} + C_{\rm Mex}}{L_{\rm Mex}}}$  . Последнее приводит к

существенному искажению формы колебаний в до-резонансной области и, как следствие, к значительному возрастанию  $\delta_m$  при снижении частоты колебаний. Поэтому с целью обеспечения высоких точностных показателей можно рекомендовать режим работы исполнительного двигателя на спадающем участке амплитудно-частотной характеристики.

Полученные соотношения позволяют также установить взаимосвязь между коэффициентом гармоник преобразователя частоты и коэффициентом максимальной нестабильности  $\delta_m$  двигателя. Если выразить коэффициент гармоник преобразователя через действующие значения выходного тока  $J_{\text{нд}}$  и его первую гармоническую составляющую  $J_{\text{нд}1}$ 

$$k_{\rm T} = \frac{\sqrt{J_{\rm HJ}^2 - J_{\rm HJ1}^2}}{J_{\rm HJ1}}$$
,

где

$$J_{_{
m HJ}} = rac{1}{\pi N} \sum_{i=1}^{s} \!\! \left[ \!\!\! \int \limits_{Q_{k+i-1}-\phi}^{Q_{k+i}-\phi} i_{_{
m H}i}^2 dig(\omega_1 tig) \!\!\!\! \right]^{\!\! 0,5}$$
 ,

$$\boldsymbol{J}_{\text{H}\text{J}} = \frac{1}{\pi N} \sum_{i=1}^{s} \left[ \frac{Q_{k+i} - \boldsymbol{\varphi}}{Q_{k+i-1} - \boldsymbol{\varphi}} i_{\text{H}i}^2 \cos\!\left(\frac{\boldsymbol{\omega}_1 t}{N}\right) \! d\!\left(\boldsymbol{\omega}_1 t\right) + \int\limits_{Q_{k+i-1} - \boldsymbol{\varphi}}^{Q_{k+i} - \boldsymbol{\varphi}} i_{\text{H}i}^2 \sin\!\left(\frac{\boldsymbol{\omega}_1 t}{N}\right) \! d\!\left(\boldsymbol{\omega}_1 t\right) \right]^{0,5},$$

то при потенциальной модуляции питающих фазных напряжений можно записать

$$\delta_m = \left(k_{\rm T}^2 + 1\right) \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{G_{hk} R_{11}}{G_{11} R_{hk}} - 1.$$
 (5)

$$\label{eq:Rhk} \mathrm{Здесь} \quad R_{hk} = \sqrt{\left(C_{\mathrm{Mex}} - L_{\mathrm{Mex}} \left(k\omega_2 - h\omega_1\right)^2 + \left(R_{\mathrm{Mex}} - M_{\mathrm{Демп}}\right)^2 \left(k\omega_2 - h\omega_1\right)^2\right)} \; ; \quad G_{hk} = \frac{M_{\mathrm{пуск},hk}}{J_{\mathrm{H}\mathrm{I}}^2} \; ; \quad \mathrm{Kolomorphical Results} \; ; \quad \mathrm{Kolomorphical Results}$$

эффициенты  $R_{11}$  и  $G_{11}$  определяются при h=k=1.

Анализ выражения (5) показывает, что коэффициент максимальной нестабильности описывается квадратичной функцией коэффициента гармоник выходного тока преобразователя. Так как последний возрастает с повышением выходной частоты преобразователя  $\omega_2$ , то независимо от спектрального состава  $i_{\rm H}(t)$  работа МДП на высоких частотах при  $C_{\rm mex}=0$  будет характеризоваться наибольшим значением  $\delta_m$ .

Предлагаемая методика оценки координатной точности электродвигателей периодического движения при работе от преобразователя частоты, выполненного по схеме с тиристорным регулятором, была использована при разработке и создании безредукторных колебательных электроприводов серии «ОПТИМУМ».

#### Литература

- 1. Аристов А.В. Электропривод колебательного движения с машиной двойного питания. Томск: Издательско-полиграфическая фирма ТПУ, 2000. 176 с.
- 2. Петрович В.П. Вентильный преобразователь частоты / В.П. Петрович, Б.П. Соустин // Электронные элементы в автоматике. М.: Сов. радио, 1971. С. 118-124.

#### Аристов Анатолий Владимирович

Д-р техн. наук, проф. кафедры электропривода и электрооборудования ТПУ

Тел.: 30-16-27

Эл. почта: avv@ido.tpu.ru

### A.V. Aristov

## A frequency converter influence on coordinate precision of oscillatory machine electric drive

The paper considers the influence of output voltage harmonic components of a frequency converter on the coordinate precision of an oscillatory machine with double-way feed. The frequency converter circuit is based on self-switching valves and thyristor reverse in the power circuit. Certain recommendations for reduction of the maximum system instability coefficient due to the optimal choice of the control functions and load parameters are presented.

**Key words:** frequency converter, oscillating motion drive, variable state method, coordinate accuracy, maximum instability coefficient.