УДК 681.5.015

А.С. Окишев

Методы квазилинеаризации с учетом высших производных в задаче параметрической идентификации автоматизированной системы управления ядерным реактором

Рассматривается задача численного оценивания параметров нелинейной динамической модели автоматизированной системы управления ядерным реактором. При формировании вычислительных алгоритмов используется аппроксимация нелинейной функции рядом Тейлора. Предлагается модифицированная методика квазилинеаризации, которая позволяет расширить область допустимых начальных приближений и повысить скорость сходимости за счет учета высших производных.

Ключевые слова: параметрическая идентификация, разностная квазилинеаризация, модель нейтронной кинетики, показатель качества, скорость сходимости.

Постоянное развитие современных технологических процессов в промышленности, энергетике, на транспорте и во многих других отраслях приводит к росту требований, предъявляемых к системам автоматизированного управления (АСУ). В атомной энергетике применяются одни из самых сложных систем управления, поскольку к ним предъявляются повышенные требования по надежности, безопасности, быстродействию и качеству управления. При проектировании таких систем используются компьютерные имитационные модели, которые позволяют оценить работу АСУ в различных ситуациях.

Для построения адекватных моделей при наличии сложной структуры, большого количества параметров и их неполной наблюдаемости, в условиях влияния шумов и возмущений используются процедуры идентификации.

Поведение нелинейных динамических объектов описывается уравнениями в переменных состояния. При параметрической идентификации структура уравнений известна, поэтому модель записывается в виде [1]

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t)=\mathbf{F}\big(\hat{\mathbf{x}}(t),u(t)\big);\ \ \hat{\mathbf{x}}(t_0)=\hat{\mathbf{x}}^0\,; \tag{1}$$

$$\hat{y}(t)=\mathbf{C}\cdot\hat{\mathbf{x}}(t), \tag{2}$$

где $\hat{\mathbf{x}}(t)$ – вектор, включающий состояния и параметры модели; $u(t)$, $\hat{y}(t)$ – входное воздействие и выход модели; $\hat{\mathbf{x}}^0$ – вектор оценок начальных условий; $\mathbf{C}$ – матрица связи.

Оценка вектора начальных условий определяется из условия минимума выбранного показателя качества $J\big(\hat{\mathbf{x}}(t_0)\big)$, т.е.

$$\hat{\mathbf{x}}(t_0)=\arg\min J\big(\hat{\mathbf{x}}(t_0)\big)\,. \tag{3}$$

В простейшем случае используется квадратичный функционал вида [1]

$$J=\sum_{l=0}^{L-1}\big(y(t_l)-\hat{y}(t_l)\big)^2\to\min\,, \tag{4}$$

где $y(t_l),\hat{y}(t_l)$ – дискретные значения входных и выходных переменных; L – объем выборки по времени; t_l – l-й отсчет времени.

В общем случае уравнение (1) нелинейно относительно вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}(t)$, поэтому при его решении используются приближенные методы квазилинеаризации, в которых к выражению (1) применяется формула Тейлора и учитываются слагаемые первого порядка. В результате получают выражение для переменной $\hat{y}(t)$ с линейно входящим вектором начальных условий $\hat{\mathbf{x}}(t_0)$.

Методы квазилинеаризации просты в реализации и обладают квадратичной скоростью сходимости, но для обеспечения сходимости необходимо выбрать достаточно хорошее начальное приближение. При большом количестве параметров удачный выбор приближения затрудняется.

Для расширения области допустимых начальных приближений и повышения скорости сходимости целесообразно улучшить аппроксимацию функции (1) путем учета квадратичных и кубических членов ряда Тейлора. Для алгоритма квазилинеарзации (КЛ) получим численный итерационный алгоритм вида

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1}(t)=\mathbf{F}_k+\frac{\mathrm{d}\mathbf{F}_k}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}\left(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)-\hat{\mathbf{x}}_k(t)\right)+\frac{1}{2!}\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{F}_k}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}^2}\left(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)-\hat{\mathbf{x}}_k(t)\right)^{[2]}+\frac{1}{3!}\frac{\mathrm{d}^3\mathbf{F}_k}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}^3}\left(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)-\hat{\mathbf{x}}_k(t)\right)^{[3]}, \qquad (5)$$

где $\dfrac{\mathrm{d}^i\mathbf{F}_k}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}^i}$ – матрицы первых трех производных нелинейной функции; k – номер итерации;

$$\left(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)-\hat{\mathbf{x}}_k(t)\right)^{[i]}=\left(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)-\hat{\mathbf{x}}_k(t)\right)^{[i-1]}\otimes\left(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)-\hat{\mathbf{x}}_k(t)\right);\ \ i=2,3;$$

$\otimes$ – прямое кронекеровское произведение матриц.

В алгоритме разностной квазилинеаризации (РКЛ) ряд Тейлора записывается относительно вариаций искомого вектора состояния:

$$\Delta\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1}(t)=\frac{\mathrm{d}\mathbf{F}_k}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}\Delta\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)+\frac{1}{2!}\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{F}_k}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}^2}\left(\Delta\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)\right)^{[2]}+\frac{1}{3!}\frac{\mathrm{d}^3\mathbf{F}_k}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}^3}\left(\Delta\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)\right)^{[3]}, \qquad (6)$$

где $\Delta\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)=\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)-\hat{\mathbf{x}}_k(t)$; $\Delta\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1}(t)=\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1}(t)-\mathbf{F}_k$.

Уравнения (5) и (6) нелинейны относительно вектора $\hat{\mathbf{x}}(t)$. Для линеразации предлагается заменить их выражениями, включающими значения только первой производной. Тогда для алгоритма квазилинеаризации (5) получим

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1}(t)=\mathbf{F}_k+\mathbf{F}_{3k}^{(1)}\cdot\left(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t)-\hat{\mathbf{x}}_k(t)\right), \qquad (7)$$

а для разностной квазилинеаризации (6)

$$\Delta\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1}(t)=\mathbf{F}_{3k}^{(1)}\cdot\Delta\hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t). \qquad (8)$$

Матрица $\mathbf{F}_{3k}^{(1)}$ представляет собой обращенную сумму средневзвешенных значений величин, обратных первым производным, вычисленным в трех последовательно уточняемых точках:

$$\mathbf{F}_{3k}^{(1)}=\left[\alpha_1\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{F}_k\right\}^{-1}+\alpha_2\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{F}\left(\hat{\mathbf{x}}_k(t)+\beta_1\mathbf{v}_1\left(\hat{\mathbf{x}}_k(t)\right)\right)\right\}^{-1}+\alpha_3\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{F}\left(\hat{\mathbf{x}}_k(t)+\beta_2\mathbf{v}_1\left(\hat{\mathbf{x}}_k(t)\right)+\beta_3\mathbf{v}_2\left(\hat{\mathbf{x}}_k(t)\right)\right)\right\}^{-1}\right]^{-1},$$

где вектор-функции $\mathbf{v}_i$ формируются по рекурсивному правилу:

$$\mathbf{v}_1=\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{F}_k\right\}^{-1}\mathbf{F}_k\ ;\ \mathbf{v}_2=\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{F}\left(\hat{\mathbf{x}}_k+\beta_1\mathbf{v}_1(\hat{\mathbf{x}}_k)\right)\right\}^{-1}\mathbf{F}_k.$$

Коэффициенты α и β выбираются исходя из требований сохранения (i+1)-го порядка сходимости для алгоритмов (7) и (8) при учете i высших производных в выражениях (5) и (6). Возможность сохранения порядка сходимости доказана в работе [2], там же представлен алгоритм определения коэффициентов.

Модифицированные алгоритмы квазилинеаризации с учетом высших производных использовались при оценивании параметров АСУ ядерным реактором.

Объект состоит из ядерного реактора (ЯР) и исполнительного механизма (ИМ), посредством которого осуществляется управление энерговыделением в активной зоне ректора [3]. Имитационная модель (рис. 1) включает точечную модель нейтронной кинетики реактора с учетом шести групп запаздывающих нейтронов:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}n(t)}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\rho-\beta_{\text{эф}}}{t_{\text{ж}}}\cdot n(t)+\displaystyle\sum_{i=1}^{6}\lambda_i\cdot C_i(t)+Q;\\[2ex] \dfrac{\mathrm{d}C_i(t)}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\beta_i}{t_{\text{ж}}}\cdot n(t)+\lambda_i\cdot C_i(t),\end{cases} \qquad (9)$$

где $n(t)$ – нейтронная мощность реактора; ρ – реактивная мощность; $t_ж$ – время жизни мгновенных нейтронов; λ_i – постоянная распада ядер предшественников запаздывающих нейтронов i-й группы; $C_i(t)$ – концентрация ядер предшественников запаздывающих нейтронов i-й группы;
β_i – доля запаздывающих нейтронов i-й группы; $\beta_{эф}$ – суммарная доля запаздывающих нейтронов; Q – интенсивность источника нейтронов.

Модель ИМ (рис. 1) включает уравнение инерционного звена, статическую характеристику двигателя $f(u)$ и нелинейную градировочную характеристику стержня управления $g(w)$. В качестве входного воздействия ИМ рассматривается управляющее напряжение двигателя $u(t)$, а выходной величиной является вносимая стержнем реактивность $\rho^*(t)$, которая определяется его положением $w(t)$ в активной зоне реактора. Входным воздействием ЯР является реактивная мощность $\rho(t)$, а выходным сигналом – мощность реактора $p(t)$, пропорциональная нейтронной мощности $n(t)$.

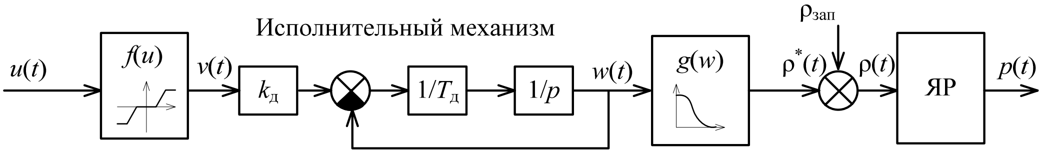

Рис. 1. Структурная схема имитационной модели: $k_д$, $T_д$ – постоянная времени и коэффициент передачи двигателя; $v(t)$ – линейная скорость перемещения стержня управления; $\rho_{зап}$ – запас реактивности; p – комплексная переменная

Идентифицируемыми характеристиками являлись начальное значение параметра состояния реактора $n(t_0)$, эффективность стержня $\rho_{эф}$ и запас реактивности $\rho_{зап}$. Настройка параметров выполнялась на интервале $T = 0–5$ мин, в течение которого объект принимался стационарным. Период дискретизации для наблюдаемых выходных значений составлял 6 с ($L = 50$). Для определения оценки вектора параметров использовались численные алгоритмы разностной квазилинеаризации (8), которые учитывают только первую (РКЛ2), первую и вторую (РКЛ3) и, наконец, первую, вторую и третью (РКЛ4) производную нелинейной функции (1).

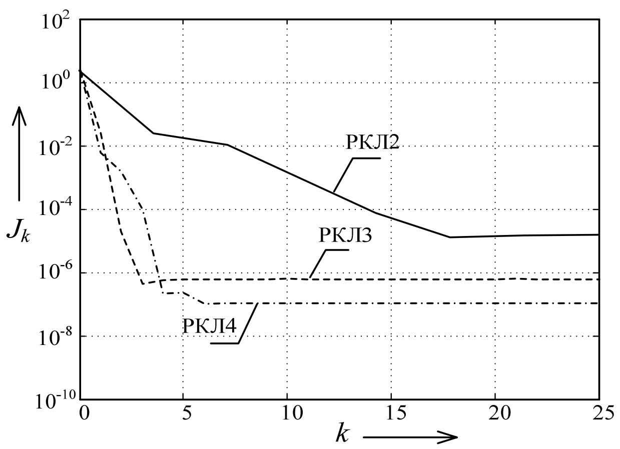

Рис. 2. Графики показателя качества

Графики зависимости показателя качества идентификации (4) от числа выполненных итераций k алгоритмов РКЛ2–РКЛ4 приведены на рис. 2. Видно, что в данном случае учет высших производных позволил повысить скорость сходимости и предельную точность аппроксимации. Аналогичные результаты были получены для методов КЛ и РКЛ и при других начальных приближениях и комбинациях идентифицируемых характеристик. Кроме того, было установлено, что область сходимости алгоритмов КЛ4 и РКЛ4 увеличивается в среднем в 1,2–1,5 раза по сравнению с классическими методами, учитывающими только первую производную.

Таким образом, учет высших производных нелинейных функций в методах квазилинеаризации позволяет повысить качество идентификации и расширить область сходимости.

Литература

1. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. – М.: Мир, 1975. – 680 с.
2. Окишев А.С. Применение обратной интерполяции в численных алгоритмах синтеза цифровых фильтров // Доклады ТУСУРа. – 2010. – №2 (22), ч. 1. – С. 319–323.
3. Трофимов А.И. Принципы построения автоматических регуляторов теплоэнергетических процессов АЭС / А.И. Трофимов, Н.Д. Егупов, Я.В. Слекеничс. – М.: Энергоатомиздат, 1999. – 340 с.

Окишев Андрей Сергеевич
Преподаватель каф. автоматики и систем управления
Омского государственного университета путей сообщения
Тел.: +7-913-673-33-41; (381-2) 31-98-76
Эл. почта: okishevas@yandex.ru

Okishev A.S.

Quasi-linearization methods considering higher derivatives in the problem of parametric identification of automated control system for nuclear reactor

The paper considers the problem of numerical estimation of the parameters of a nonlinear dynamic model for the automated control system of a nuclear reactor. In forming the computational algorithms there are used approximation of the nonlinear function by Taylor series. A modified technique of quasi-linearization, which allows to extend the domain of initial approximation and to increase the speed of convergence by taking into account the higher derivatives, is suggested.
Keywords: parametric identification, difference quasi-linearization, model of neutron kinetics, quality factor, convergence speed.