УДК 004.921+004.932.2+004.932.72'1+519.673

С.В. Дзюин, А.Е. Бекмачев, К.В. Мухин

Метод моделирования коммуникационного канала на основе теории выбросов случайного процесса

Рассматривается применение теории выбросов случайного процесса.
Предлагается использовать данный статистический подход для моделирования коммуникационного канала.

Решение различных задач энергетики, радиотехники и связи основано на необходимости исследования статистических свойств случайных процессов.

Так как большинство этих задач являются нелинейными и часто не имеют аналитического решения, то возникает необходимость применения методов статистического моделирования. При их использовании необходимо имитировать, например, состояние коммуникационного канала или графики активной электрической нагрузки номинальной мощности. При этом использование в качестве исследуемого параметра числа выбросов траектории случайного процесса над заданным уровнем является и наглядным, и весьма продуктивным [1, 2].

Определены значения среднего числа выбросов траектории стационарного дифференцируемого случайного процесса над заданным уровнем. Даны конечные результаты числа выбросов процессов со статистически независимой производной, и процессов, получающихся в результате функциональных преобразований, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными [3].

1. Известно, что среднее число положительных выбросов $\overset{+}{N}_{\xi}(c,1)$ траектории стационарного дифференцируемого случайного процесса $\xi(t)$ над заданным уровнем c периода T=1 определяется формулой Райса:

$$\overset{+}{N}_{\xi}(c,1) = \int_0^{\infty} \dot{\xi} W_2(\xi,\dot{\xi})\Big|_{\xi=c} d\dot{\xi}\,, \tag{1}$$

где $W_2(\xi,\dot{\xi}) \equiv W_2[\xi(t),\dot{\xi}(t)]$ – совместная плотность вероятности значений $\xi(t)$ и $\dot{\xi}(t) = d\xi(t)/dt$ в совпадающие моменты времени t. Для негауссовых процессов $\xi(t)$ функция $W_2(\xi,\dot{\xi})$ не всегда определяется просто. Это усложняет вычисление интеграла (1). Вместе с тем при определенных предположениях о структуре процессов $\xi(t)$ запись конечных выражений для $\overset{+}{N}_{\xi}(c,1)$ формально может осуществляться по одномерной плотности вероятности $W(\xi)$ и корреляционной функции $k_{\xi}(\tau)$. В работе определены значения интеграла (1) для двух классов стационарных случайных процессов и определены конечные выражения для числа выбросов $\overset{+}{N}_{\xi}(c,1)$ процессов с распространенными распределениями.

2. Для произвольного стационарного дифференцируемого случайного процесса $\xi(t)$ из свойства стационарности следует, что, независимо от вида его двумерной плотности вероятности $W_2(\xi_1,\xi_2)$, совместная плотность вероятности $W_2(\xi,\dot{\xi})$ обладает некоррелированными (линейнонезависимыми) переменными $\xi(t)$ и $\dot{\xi}(t)$. Это позволяет условно разделить многообразие стационарных процессов на процессы, обладающие статистически независимой производной (в совпадающие моменты времени), и процессы, у которых значения $\xi(t)$ и $\dot{\xi}(t)$ связаны между собой нелинейной функциональной зависимостью.

Если процесс $\xi(t)$ обладает статистически независимой производной

$$W_2(\xi,\dot{\xi}) = W(\xi)w(\dot{\xi})\,, \tag{2}$$

то формула (1) может быть представлена:

$$\overset{+}{N}_{\xi}(c,\ 1) = W(\xi)\Big|_{\xi=c} \int_0^{\infty} \dot{\xi} w(\dot{\xi}) d\dot{\xi} = a(\dot{\xi})W(\xi)\Big|_{\xi=c}\,. \tag{3}$$

Значение интеграла $a(\dot{\xi})$ является числовой характеристикой одномерной плотности вероятности $w(\dot{\xi})$ и производной $\dot{\xi}(t)$. Из свойств производной $\dot{\xi}(t)$ стационарного процесса $\xi(t)$ известно, что функция $w(\dot{\xi})$ характеризуется нулевым средним $\langle\dot{\xi}(t)\rangle = 0$ и является симметричной $w(\dot{\xi}) = w(-\dot{\xi})$.

Кроме того, для многих процессов $\xi(t)$, обладающих свойством (2), функция $w(\dot\xi)$ является гауссовой:

$$w(\dot\xi) = (2\pi\sigma_{\dot\xi}^2)^{-1/2}\exp(-\dot\xi^2/2\sigma_{\dot\xi}^2), \qquad (4)$$

где $\sigma_{\dot\xi}^2 = \langle\dot\xi^2(t)\rangle = -\left.\dfrac{d^2k_\xi(\tau)}{d\tau^2}\right|_{\tau=0}$ – дисперсия производной. Это справедливо, в частности, для гауссова процесса, его модуля и их линейных преобразований.

Подставив (4) в (3) и выполнив интегрирование, получим

$$N_\xi^+(c,\ 1) = (2\pi)^{-1/2}\sigma_{\dot\xi}W(\xi)\big|_{\xi=c}. \qquad (5)$$

Стационарные процессы, обладающие свойствами (2) и (4), назовем процессами первого класса. Следовательно, если $\xi(t)$ относится к процессам первого класса, то число выбросов $N_\xi^+(c,1)$ траектории такого процесса полностью определяется выражением одномерной плотности вероятности $W(\xi)\big|_{\xi=c}$ и значением $\dot\xi(t) = \left(-\left.\dfrac{d^2k_\xi(\tau)}{d\tau^2}\right|_{\tau=0}\right)^{1/2}$. Выразив $\dot\xi(t)$ через спектральные характеристики, формулу (5) можно записать:

$$N_\xi^+(c,\ 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}(\mu_1^2\{G_\xi\} + M_2\{G_\xi\})^{1/2}W(\xi)\big|_{\xi=c}. \qquad (6)$$

Спектральные моменты $\mu_1\{G_\xi\}$ и $M_2\{G_\xi\}$ в (6) показывают влияние средней частоты среднеквадратичной ширины спектра исследуемого процесса $\xi(t)$ на число выбросов, а функции $W(\xi)\big|_{\xi=c}$ в формулах (5) и (6) играют роль весового множителя, характеризующего относительное время пребывания траектории $\xi(t)$ около уровня $\xi(t)=c$. Формула (6) позволяет учитывать широкополосность (узкополосность) процессов $\xi(t)$ и получать соответствующие приближения.

Класс процессов, для которых выполняются условия (2) и (4) и справедливы формулы (5) и (6), весьма широк, наиболее распространенные из них приведены в таблице для выражений $N_x^+(c,1)$, записанных из формулы (5).

Выбросы для стандартных случайных процессов

(7)	Гауссов процесс	
	$W(x) = (2\pi)^{-1/2}\exp(-x^2/2)$, $x \in (-\infty,\infty)$	$N_x^+(c,1) = \dfrac{1}{2\pi}\sigma_{\dot x}\exp(-c^2/2)$.
(8)	Процесс с односторонним гауссовым распределением (распределение модуля гауссова процесса)	
	$W(x) = 2(2\pi)^{-1/2}\exp(-x^2/2)$, $x \in (0,\infty)$	$N_x^+(c,\ 1) = \dfrac{1}{\pi}\sigma_{\dot x}\exp(-\dfrac{c^2}{2})$
(9)	Процесс с распределением Рэлея (распределение модуля двумерного вектора с независимыми гауссовыми составляющими)	
	$W(x) = x\exp(-x^2/2)$, $x \in (0,\infty)$	$N_x^+(c,1) = (2\pi)^{-1/2}\sigma_{\dot x}c\exp(-\dfrac{c^2}{2})$

Таким образом, получены общие формулы (5) и (6) для среднего числа выбросов процессов со статистически независимой производной и, таким образом, статистических свойств траекторий случайных процессов.

На основе этих формул предложены критерии эффективности местных электрических сетей и критерии качества состояния каналов связи, а также построены модели динамических характеристик и временные закономерности изменения нагрузки в коммуникационных каналах в целом.

Литература

1. Бекмачев А.Е., Дзюин С.В., Сидорина В.А. Электромагнитная совместимость на обособленных объектах радиосвязи в условиях критической нагрузки сети // –Вестник ИжГТУ. Ижевск, 2005. – Вып. 3. – С. 51–53.

2. Пат. 59350RU МПКH04B3/46. Анализатор качества канала/ А.Е. Бекмачев, С.В. Дзюин (Россия). – №2005138708/22; Заяв. 12.12.05; Опубл. 10.12.2006 // Бюл. –2006. – № 34. – 3 с.

3. Фомин Я.А. Теория выбросов случайных процессов. – М.: Связь, 1980. – 216 с.

Дзюин Сергей Витальевич
Ижевский государственный технический университет
К.т.н., доцент кафедры Системы и технологии информационной безопасности

Бекмачев Александр Егорович
Ижевский государственный технический университет, аспирант

Мухин Константин Вячеславович
Ижевский государственный технический университет, аспирант
Тел.: (3412) 59 24 17.
Эл. почта: sam@istu.ru.

S.V. Dzuin, A.E. Bekmachev, K.V. Muhin

Communication channel modeling method on splash randomize process theory base

Article show splash randomize process theory application. Using statistical approach for Communication channel modeling.