

УДК 681.51

**В.А. Бейнарович**

## Импульсные самонастраивающиеся следящие системы

Изложена методика построения импульсных следящих систем с оптимальной самонастройкой по минимуму среднеквадратичной ошибки при отработке случайных стационарных полезных сигналов при наличии помехи «белый шум».

Задачей функционирования импульсных следящих систем обычно является воспроизведение случайного стационарного полезного сигнала  $\psi[nT]$  с минимальной импульсной квадратичной ошибкой при наложении помехи типа белого шума  $N[nT]$ , где  $T$  – интервал дискретности.

В непрерывных системах для воспроизведения полезного сигнала с минимальной квадратичной ошибкой при наложении помехи типа белого шума оптимальная передаточная функция основной замкнутой следящей системы определяется по методу Винера – Колмогорова в виде [1, 2, 5]

$$Y_3^*(p) = \frac{1}{C(p)} \left[ \frac{Y_P(p, x) \left\{ S_{\Psi\Psi} \left( \frac{p}{j} \right) + S_{N\Psi} \left( \frac{p}{j} \right) \right\}}{C(-p)} \right]_+, \quad (1)$$

где  $Y_P(p, x)$  – желаемая передаточная функция основной разомкнутой САУ;

$$C(p) \cdot C(-p) = S_{\Psi\Psi} \left( \frac{p}{j} \right) + S_{N\Psi} \left( \frac{p}{j} \right) + S_{\Psi N} \left( \frac{p}{j} \right) + S_{NN} \left( \frac{p}{j} \right) = S \left( \frac{p}{j} \right), \quad (2)$$

$S_{\Psi\Psi}(p/j)$  – спектральная плотность полезного сигнала;  $S_{NN}(p/j)$  – спектральная плотность помехи;  $S_{N\Psi}(p/j)$  и  $S_{\Psi N}(p/j)$  – изображения Фурье от взаимных корреляционных функций полезного сигнала и помехи;  $C(p)$  имеет полюсы и нули в левой полуплоскости комплексной переменной  $p$ , а  $C(-p)$  – в правой полуплоскости комплексной переменной; символом  $[ ]_+$  обозначена часть оптимальной передаточной функции, которая имеет особые точки в левой полуплоскости комплексной переменной  $p$ ; значком \* здесь и далее обозначены оптимальные характеристики и оптимальные значения параметров следящей системы.

Отсутствие взаимной корреляции между сигналом и помехой упрощает выражение (1), где будут  $Y_p(p) = 1$  и  $S_{N\Psi}(p/j) = 0$ . При этом спектральная плотность суммарной ошибки  $\varepsilon_C(t) = \Psi(t) + N(t) - \Phi(t)$ , где  $\Phi(t)$  – выход системы, а  $N(t)$  – помеха типа белого шума на входе оптимальной системы при  $x = x^*$ , определяется выражением, не зависящим от частоты [1, 5]:

$$S\varepsilon_C(\omega) = |1 - Y_3(j\omega)|^2 \cdot [S_{\Psi\Psi}(\omega) + S_{NN}(\omega)] = S_{NN}(\omega) = a^2, \quad (3)$$

где  $a$  – дисперсия помехи типа белого шума.

Из (3) с учетом (1) и (2) для оптимальной системы при  $x = x^*$  получим

$$|1 - Y_3^*(p)|^2 = \frac{S\varepsilon_C^*(p/j)}{C(p) \cdot C(-p)}, \quad (4)$$

откуда оптимальная передаточная функция системы запишется в виде

$$Y_3^*(p) = 1 - \frac{a}{C(p)}. \quad (5)$$

При известных значениях отношения  $\rho$  уровней сигнал/помеха, спектральной плотности полезного сигнала (например,  $S_{\Psi\Psi}(\omega) = k^2 / \omega^2$ ) с наложенной помехой типа белого шума с  $S_{NN}(\omega) = a^2$  по выражению (5) можно определить оптимальную передаточную функцию замкнутой системы  $Y_3^*(p) = x/(p + x)$ , оптимальное значение параметра  $x^* = \rho$ , спектральную плотность суммарной ошибки  $S\varepsilon^*(\omega) = a^2[(x^*)^2 + \omega^2]/[x^2 + \omega^2]$  и частную производную спектральной плотности суммарной ошибки по частоте  $\partial S\varepsilon(\omega)/\partial\omega = 2a^2\omega[x^2 - (x^*)^2]/(x^2 + \omega^2)^2$  [5].

Изменение в процессе работы отношения  $\rho$  уровней сигнал/помеха на входе следящей системы приводит к изменению спектральной плотности  $S\varepsilon_C(\omega)$  суммарной ошибки  $\varepsilon_C(t)$  и отклонению

коэффициента передачи  $x$  основной системы от оптимального значения параметра  $x^*$ , рассчитанному по (5), что приводит к необходимости его самонастройки.

Измерить отношение  $\rho$  уровней сигнал/помеха невозможно [1, 2, 5]. Для определения оптимального значения  $x^* = f(\rho)$  по изменению спектральной плотности суммарной ошибки  $S_\epsilon(\omega)$  можно использовать дифференциальную схему датчика с двумя частотными фильтрами [5], в которой реализуется беспоисковое определение градиента функции  $\partial S_\epsilon(\omega) / \partial \omega$ .

В импульсных следящих системах импульсную передаточную функцию, оптимальную по минимуму импульсной квадратичной ошибки, можно определить, пользуясь аналогом метода Винера – Колмогорова для импульсных систем [3, 4].

На рис. 1 приведена схема импульсной самонастраивающейся следящей системы с датчиком рассогласования с двумя частотными фильтрами, работающая при спектральных плотностях полезного сигнала и помехи в виде функций круговой частоты  $S_{\psi\psi}(\omega) = k^2 / \omega^2$  и  $S_{NN}(\omega) = a^2$  и отсутствии корреляции между ними, где суммарная и действительная ошибки имеют вид  $\epsilon_C[nT] = \psi[nT] + N[nT] - \Phi[nT]$  и  $\epsilon[nT] = \psi[nT] - \Phi[nT]$ .

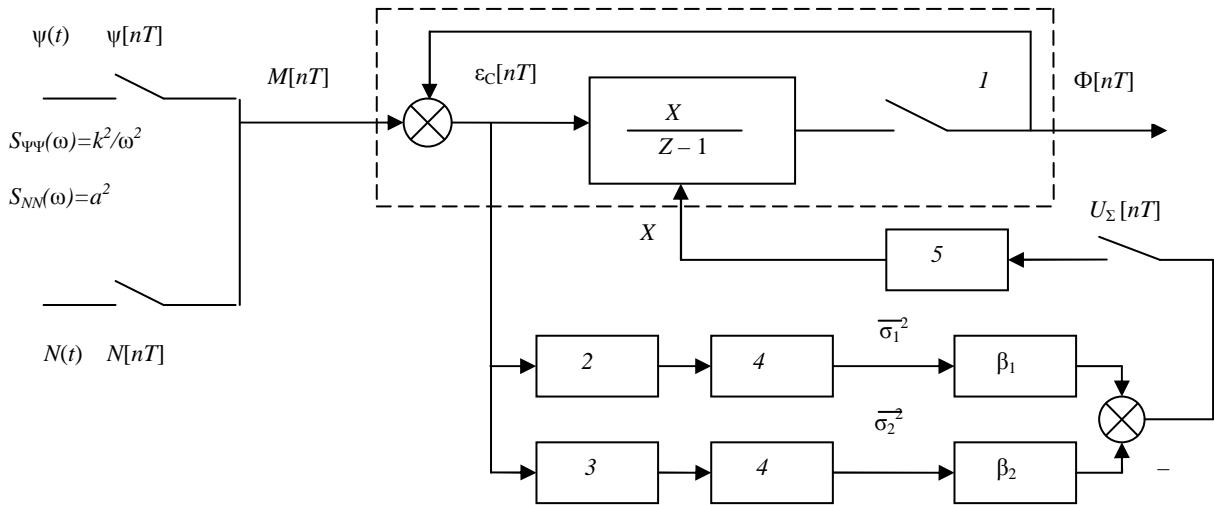


Рис. 1. Импульсная самонастраивающаяся следящая система: 1 – основная система; 2, 3 – частотные фильтры; 4 – детектирование и сглаживание; 5 – усилитель и исполнительный элемент

При отсутствии корреляции между сигналом и помехой импульсная спектральная плотность суммарной ошибки запишется в виде [3, 4]

$$S\epsilon_C(z) = |1 - Y_3(z)|^2 \cdot [S_{\psi\psi}(z) + S_{NN}(z)] = \frac{D(z)}{A(x, z)} \cdot \frac{A(x^*, z)}{E(z)}, \quad (6)$$

где  $S_{\psi\psi}(z)$  – импульсная спектральная плотность полезного сигнала;  $S_{NN}(z)$  – импульсная спектральная плотность сигнала помехи;  $Y_3(z)$  – импульсная передаточная функция замкнутой системы;  $z = e^{pT}$ .

При оптимальном значении  $x = x^*$  выражение (6) упрощается, и в случае помехи типа белого шума в оптимальной системе получим условие независимости импульсной спектральной плотности от частоты [3, 4]:

$$S\epsilon_C^*(z) = \frac{D(z)}{E(z)} = a^2. \quad (7)$$

При отклонении импульсной спектральной плотности ошибки от оптимального значения  $S\epsilon_C(z) \neq S\epsilon_C^*(z) = a^2$  изменится параметр  $x \neq x^*$ , что потребует самонастройки импульсной системы аналогично непрерывным системам с использованием дифференциальной схемы датчика с двумя частотными фильтрами [5] для определения градиента  $\partial S\epsilon_C(\omega) / \partial \omega$  и самонастройки параметра  $x$  системы на оптимальное значение  $x = x^*$ .

При спектральных плотностях полезного сигнала  $S_{\psi\psi}(\omega) = k^2 / \omega^2$  и помехи типа белого шума  $S_{NN}(\omega) = a^2$  и отсутствии корреляции между сигналом и помехой импульсная спектральная плотность суммарного входного сигнала может быть представлена в виде [3, 4]:

$$S_{MM}(z) = S_{\Psi\Psi}(z) + S_{NN}(z) = -\frac{T k^2 z}{(z-1)^2} + d^2 = C(z)_+ + C(z)_-, \quad (8)$$

где

$$C(z)_+ = a \frac{z-\Gamma}{z-1}; \quad C(z)_- = a \frac{z-\frac{1}{\Gamma}}{z-1}, \quad (9)$$

$$\Gamma = 1 + \frac{\rho^2 T}{2} - \sqrt{\left(1 + \frac{\rho^2 T}{2}\right)^2 - 1}, \quad \rho = \frac{k}{a}. \quad (10)$$

При этом согласно выражению (5) импульсная передаточная функция оптимальной следящей системы запишется в виде [3, 4]

$$Y_3^*(z) = 1 - \frac{a}{C(z)_+} = 1 - \frac{a(z-1)}{a(z-\Gamma)} = \frac{1-\Gamma}{z-\Gamma} = \frac{x}{z-1+x}, \quad (11)$$

где

$$x = x^* = 1 - \Gamma = \sqrt{\left(1 + \frac{\rho^2 T}{2}\right)^2 - 1} - \frac{\rho^2 T}{2}. \quad (12)$$

Из (12) видно, что оптимальное значение параметра  $x^*$  основной системы, в отличие от непрерывных систем, зависит не только от отношения  $\rho$  уровней сигнал/помеха [5], но и от интервала дискретности  $T$ .

Система работает следующим образом. Дискретный сигнал суммарной ошибки  $\epsilon_C[nT]$  (см. рис. 1) подается на частотные фильтры 2 и 3, выделяющие из его огибающей низкочастотную и высокочастотную составляющие, из которых после детектирования и сглаживания в устройствах 4 формируются сигналы среднеквадратичных отклонений  $\bar{\sigma}_1^2$  и  $\bar{\sigma}_2^2$  этих составляющих от среднего значения суммарной ошибки. Сигналы  $\bar{\sigma}_1^2$  и  $\bar{\sigma}_2^2$  умножаются на коэффициенты  $\beta_1$  и  $\beta_2$  и взаимно вычитаются так, что при оптимальной импульсной спектральной плотности суммарной ошибки  $S\epsilon_C^*(\omega) = a^2$  усредненное напряжение  $U_\Sigma^* = \beta_1 \bar{\sigma}_1^{2*} - \beta_2 \bar{\sigma}_2^{2*} = 0$ . При отклонении  $S\epsilon_C(\omega) \neq S\epsilon_C^* = a^2$  появляется разность сигналов положительного или отрицательного знака, которая после усиления увеличивает или уменьшает коэффициент передачи  $x$  основной системы до  $x = x^*$ .

Расчеты для конкретных полезных сигналов и помехи типа белого шума (см. рис. 1) показывают, что напряжение  $U_\Sigma$  на выходе датчика рассогласования в дискретные моменты времени определяется по формуле [1, 5]

$$U_\Sigma = \beta_1 \bar{\sigma}_1^2 - \beta_2 \bar{\sigma}_2^2 = a^2(x - x^*)B(x, x^*)C(\alpha_1, \alpha_2). \quad (13)$$

При полезном сигнале с  $S_{\Psi\Psi}(\omega) = k^2 / \omega^2$  и помехе с  $S_{NN}(\omega) = a^2$  и фильтрах в контуре самонастройки в виде звеньев первого порядка с постоянными временем  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , в (13) получатся следующие выражения:

$$B(x, x^*) = \frac{(x-1)(x+x^*-xx^*)}{(x^*-1)(2-x)x}, \quad (14)$$

$$C(\alpha_1, \alpha_2) = e^{-\frac{T}{\alpha_1}} - e^{-\frac{T}{\alpha_2}} = c. \quad (15)$$

Для малых отклонений  $\Delta x[nT] = x^*[nT] - x[nT]$  линеаризованное уравнение статики датчика рассогласования запишется в виде

$$U_\Sigma[nT] = a^2 \Gamma c \{x^*[nT] - x[nT]\}, \quad (16)$$

где  $\Gamma$  – коэффициент линеаризации с учетом (11) – (14)  $\Gamma = B(x^*, x^*) = 1$ .

Предложенная методика позволяет производить расчеты и построение импульсных самонастраивающихся следящих систем с частотными фильтрами в контуре самонастройки. Данный метод может быть обобщен на случаи: 1) помеха не является «белым шумом»; 2) имеются ограничения на координаты системы; 3) желаемая передаточная функция  $Y_1(p) \neq 1$ ; 4) имеется корреляция между полезным сигналом и сигналом помехи.

### **Литература**

1. Теория автоматического управления / Под ред. А. В. Нетушила. Ч. 2. – М.: Высшая школа, 1972. – 432 с.

2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – М.: Наука, 2003. – 752 с.
  3. Кузин Л.Т. Расчет и проектирование дискретных систем управления. – М.: Машиностроение, 1962. – 684 с.
  4. Ту Ю.Т. Цифровые и импульсные системы автоматического управления. – М.: Машиностроение, 1964. – 703 с.
  5. Бейнарович В.А. Самонастраивающиеся следящие системы с частотными фильтрами // Вестник Сибирского гос. аэрокосмич. ун-та имени академика М.Ф. Решетнева. СИСТЕМНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ: Специальный выпуск. – Красноярск: РИО Сиб. гос. аэрокосм. ун-та, 2006, С. 129–131.
- 

**Бейнарович Владислав Александрович**

ГОУ ВПО «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники»  
Д.т.н., профессор кафедры КИБЭВС  
Эл. почта: office@keva.tusur.ru.

V.A. Beynarovich

**Pulse self-adjusted watching systems**

The technique of construction of pulse watching systems with optimum self-adjustment on a minimum of a root-mean-square mistake at processing casual useful signals and presence of a handicap «white noise» is stated.

---