УДК 621.375

Ю.Н. Тановицкий, Т.Ф. Халиляев, Г.А. Кобзев

Алгоритм адаптивного управления стабилизированными преобразователями напряжения с широтно-импульсным регулированием

Предлагается метод построения адаптивных стабилизированных преобразователей на основе алгоритмов без рекурсивных вычислений. Рассматриваемый математический аппарат также можно использовать для однократной настройки параметров корректирующих звеньев стабилизаторов напряжения с широтно-импульсным регулированием.
Ключевые слова: широтно-импульсная модуляция, адаптивное управление.

В процессе эксплуатации внешние параметры стабилизированных преобразователей, характеризующие нагрузку и входное напряжение, изменяются в широких пределах. Один из путей поддержания высокого качества выходного напряжения – измерение внешних параметров и подстройка коэффициентов корректирующих звеньев широтно-импульсного (ШИМ) регулятора – приводит к адаптивному управлению. Изменения внешних параметров могут быть обусловлены, например, для источника питания компьютера резким ростом (или сбросом) нагрузки при запуске (или остановке) сложных вычислений, одинаковые источники из серии будут иметь разную нагрузку при произвольных конфигурациях компьютеров. После резких изменений внешних параметров возникает переходный процесс, а затем преобразователь переходит в установившееся состояние с некоторым набором показателей качества. Продолжительность функционирования в установившемся состоянии много больше, чем в переходном процессе. Основные показатели качества стабилизаторов, определяемые на установившихся состояниях, обычно называют статическими, к ним относят коэффициент стабилизации, выходное дифференциальное сопротивление источника [1]. Поскольку стабилизированный преобразователь постоянно подвергается воздействию малых возмущений, то весьма важной характеристикой является длительность переходного процесса в малом. Значительное изменение внешних параметров, например тока нагрузки, из-за нелинейностей характеристик ШИМ преобразователей повлечет изменение показателей качества, которые также изменятся значительно, иногда в разы. Поэтому в преобразователях с фиксированными коэффициентами обратных связей и параметрами корректирующих звеньев требуется иметь большие запасы как по показателям качества, так и по устойчивости. В работе [2] авторами был предложен алгоритм адаптивного управления стабилизатором понижающего типа, описываемый системой дифференциальных уравнений размерности два, в настоящей работе результат сформулирован в общей форме, что позволяет распространить его на другие преобразователи, в том числе повышающего и инвертирующего типа, и с размерностью более двух.

Структурная схема преобразователя с адаптивным управлением изображена на рис. 1. Силовая часть и выходной фильтр представлены на схеме одним блоком. Для ключевых преобразователей уравнения силовой части [3]

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}_k\mathbf{X} + \mathbf{B}_k\,, \tag{1}$$

где $\mathbf{X}$ – одностолбцовая матрица (вектор) переменных состояния, размерности N; $\mathbf{A}_k$ – квадратная матрица размерности $N{\times}N$ и $\mathbf{B}_k$ – размерности N; t – время. Система (1), описывающая процессы в преобразователе на интервале, соответствующем k-му состоянию ключей, имеет аналитическое решение

$$\mathbf{X}(t) = e^{\mathbf{A}_k(t-t_{0k})}(\mathbf{X}(t_{0k}) - \mathbf{X}_{sk}) + \mathbf{X}_{sk}, \mathbf{X}_{sk} = -\mathbf{A}_k^{-1}\mathbf{B}_k\,,$$

t_{0k} – время начала k-го интервала. Количество интервалов для преобразователей повышающего, понижающего и инвертирующего типов равно 2 в режиме непрерывного тока дросселя или 3 в режиме прерывистого. Далее рассматривается только случай непрерывного тока $k = 1, 2$, поскольку такому режиму чаще всего соответствует номинальная нагрузка. Полученные качественные результаты возможно распространить и на случай прерывистых токов.

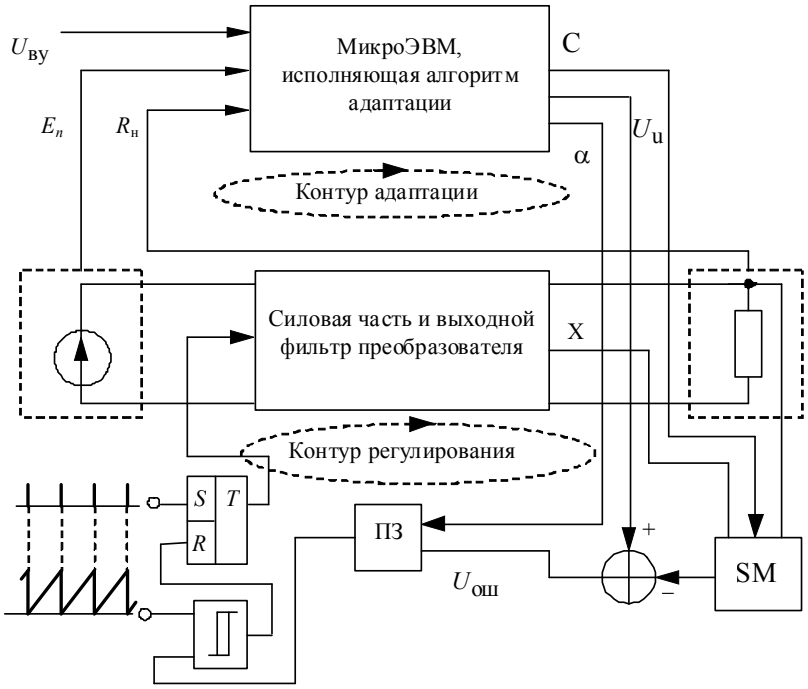

Рис. 1. Структурная схема преобразователя

Рассматривая динамику на одном такте ШИМ, будем далее полагать, что t_{0k}=0 при k=1 и $t_{0k}=\gamma a$ при k=2, где $0 \le \gamma \le 1$ – коэффициент заполнения; a – период квантования ШИМ. Напряжение на компараторе ШИМ 2-го рода

$$\xi(t) = U_{ПЗ}(t) + U_P \cdot t, \;\; U_{ПЗ}(t) = \alpha \cdot U_{ош}(t - t_{ds}), \;\; U_{ош}(t) = U_y - \mathbf{C} \cdot \mathbf{X}(t) .$$

Здесь $U_{ПЗ}$ – напряжение на выходе пропорционального звена (ПЗ); α – коэффициент усиления ПЗ; U_P – амплитуда пилообразного напряжения; t_{ds} – параметр, позволяющий учесть задержку, обусловленную переходными процессами в ПЗ; $U_{ош}$ – напряжение ошибки. Сумматор SM вычисляет произведение матрицы строки **C** на вектор состояния **X**. При этом предполагается, что все переменные состояния измеряются, а устройство адаптивного управления может изменять как компоненты **C**, так и α. В момент срабатывания компаратора t_{com} выполняется условие

$$\xi(t_{com}) = 0 . \tag{2}$$

Смена состояния ключей происходит после выполнения (2) через время t_{dk}, позволяющее учесть суммарную задержку компаратора, триггера, драйвера силового ключа и силового ключа. Следовательно,

$$\gamma \cdot a = t_{com} + t_{dk} . \tag{3}$$

Если регулятор стабилизатора выполнен на DSP контроллере, то обычно применяется ШИМ 1-го рода, где для формирования импульса используется значение $\mathbf{X}(t_s)$, (t_s – момент времени оцифровывания выходного напряжения корректирующего звена, обычно в конце предыдущего тактового интервала ШИМ). Напряжение на компараторе в этом случае

$$\xi(t) = \alpha \cdot U_{ош} + U_P \cdot t, \;\; U_{ош} = U_y - \mathbf{C} \cdot \mathbf{X}(t_s) .$$

Контур адаптации, настраивающий контур регулирования, рассчитывает C, α и U_y, опираясь на измеряемые значения внешних параметров и известные значения внутренних параметров, с использованием метода, излагаемого ниже. Контур адаптации всегда должен работать значительно медленнее контура регулирования [4]. Тогда при проектировании контура адаптации допустимо полагать, что контур регулирования находится в установившемся режиме или незначительно отклоняется от этого режима или же отклоняется значительно, но на малое время, не сопоставимое со временем функционирования в установившемся режиме, и показатели качества, с целью улучшения которых производится адаптация, имеют смысл для установившегося режима.

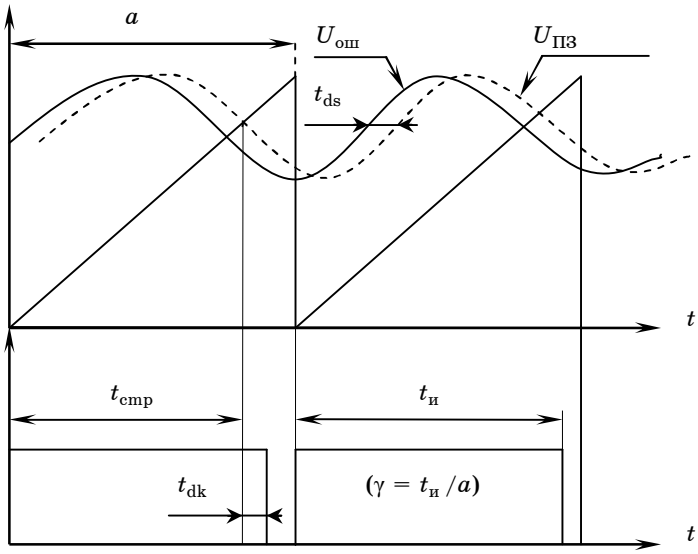

Рис. 2. Диаграмма, поясняющая формирование импульсов ШИМ 2-го рода

Если сшить решения на интервалах k=1 и k=2, то получим функцию $X_{L+1}(X_L)$, позволяющую по известным значениям вектора состояния в начале текущего тактового интервала ШИМ – $\mathbf{X}_L$, находить переменные состояния в начале следующего тактового интервала:

$$\mathbf{X}_{L+1} = e^{aA_2(1-\gamma_L)}(e^{aA_1\gamma_L}\left(\mathbf{X}_L - \mathbf{X}_{s1}\right) + \mathbf{X}_{s1} - \mathbf{X}_{s2}) + \mathbf{X}_{s2}, \tag{4}$$

где $\mathbf{X}_L = \mathbf{X}(t = a \cdot L)$, $L = 1, 2, 3, \ldots$ Система (4), совместно с условиями определения γ_L (2) и (3), называется отображением Пуанкаре [5]. Динамика возмущенного движения в малом описывается уравнением $\varepsilon(t) = \mathbf{F}(t,\mathbf{X})\,\varepsilon(0)$, где $\mathbf{F}$ –фундаментальная матрица, $\varepsilon(t)$ возмущение [5]. При t=a выражение для фундаментальной матрицы удобнее всего получить аналитически, продифференцировав отображение Пуанкаре:

$$\begin{gathered}\mathbf{F}(t = a, \mathbf{X}_L) = \frac{d\mathbf{X}_{L+1}}{d\mathbf{X}_L} = \mathbf{A} + \mathrm{diag}\left(\mathbf{W}\right) \cdot \mathbf{U} \cdot \mathrm{diag}\left(\mathbf{S}\right), \\ \mathbf{A} = e^{a\mathbf{A}_2(1-\gamma)} e^{a\mathrm{A}_1\gamma}, \quad \mathbf{W} = a\mathbf{A}_2 e^{a\mathbf{A}_2(1-\gamma)}(\mathbf{X}_{s2} - \mathbf{X}_{s1}) \quad \mathbf{S} = \frac{d\gamma_L}{d\mathbf{X}_L}.\end{gathered} \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{A}$ – квадратная матрица размерности $N \times N$, $\mathbf{W}$ и $\mathbf{S}$ – одностолбцовые матрицы размерности N; diag – оператор диагонализации; $\mathbf{U}$ – матрица размерности $N \times N$, все элементы которой единицы.

Компоненты S находим, дифференцируя (3) с условием (2), используя правило дифференцирования функции, заданной неявно:

$$\mathbf{S}_i = \frac{d\gamma}{d\mathbf{X}_{L,i}} = -a\xi' / \frac{d\xi}{d\mathbf{X}_{L,i}}, \quad i = \overline{1, N}.$$

С учетом выражения, определяющего ξ, получим

$$-\mathbf{C} \cdot \frac{d\mathbf{X}(t_{\mathrm{com}} - t_{ds} - t_{dk})}{d\mathbf{X}_{Li}} \times \mathbf{S}_i - \mathbf{C} \cdot \frac{d\mathbf{X}(t_{\mathrm{com}} - t_{ds} - t_{dk})}{dt} + q = 0, \; i = \overline{1, N}, \tag{6}$$

где $q = U_P / \alpha$. С известными γ и $\mathbf{S}$ выражение (6) представляет собой систему линейных уравнений, из которой легко находятся $\mathbf{C}$, q и α.

Сначала рассмотрим задачу стабилизации постоянного напряжения. Очевидно, среднее за период ШИМ напряжение на выходе стабилизатора будет определяться γ, причем γ = const в установившемся режиме. Несложные методики расчета γ зависят от структуры преобразователя (повышающего, понижающего типа и т.п.) и параметры фильтра их можно найти в [3, 6]. Если γ известно, то для произвольных $\mathbf{C}$, q можно всегда найти такое U_y, при котором выполнится (2), причем $\mathbf{F}$, как видно из (5), (6), не зависит от U_y. Это позволяет разделить задачу управления на подзадачу обеспечения среднего вы-

ходного напряжения, которая решается путем управления значением U_y, и подзадачу обеспечения требуемых динамических свойств, на которые возможно влиять посредствам изменения **C** и α.

Излагаемый ниже метод управления динамическими свойствами близок к методу модального управления с той разницей, что в [7] рассматриваются непрерывные системы обыкновенных дифференциальных уравнений, а в настоящей работе рассматривается отображение Пуанкаре.

Обозначим **V**=diag(**W**)×**U**×diag(**S**) и рассмотрим определитель суммы матриц **A**+**V**. Определитель суммы двух матриц можно представить в виде суммы, состоящей из N^2 определителей, используя свойство полилинейности определителей [8]:

$$|\mathbf{A}+\mathbf{V}|=|\mathbf{A}|+|\mathbf{A}_1\,\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{V}_N|+\cdots+|\mathbf{A}_1\,\mathbf{V}_2\cdots\mathbf{A}_N|+|\mathbf{V}_1\,\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_N|+|\mathbf{A}_1\ldots\mathbf{V}_{N-1}\,\mathbf{V}_N|+\ldots+|\mathbf{A}_1\,\mathbf{V}_2\cdots\mathbf{V}_N|+|\mathbf{V}|,$$

где $\mathbf{A}_j, j=\overline{1,N}$ – столбцы матрицы **A**, а $\mathbf{V}_j, j=\overline{1,N}$ – столбцы матрицы **V**.

Из всех определителей этой суммы ненулевыми будут только те, матрицы которых включают в себя не более чем один столбец матрицы **V**, поскольку все столбцы матрицы **V** представляют собой линейную комбинацию друг друга. С учетом сказанного

$$|\mathbf{A}+\mathbf{V}|=|\mathbf{A}|+|\mathbf{A}_1\,\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{V}_N|+\ldots+|\mathbf{A}_1\,\mathbf{V}_2\cdots\mathbf{A}_N|+\ldots+|\mathbf{V}_1\,\mathbf{A}_2\cdots\mathrm{A}_N|\,.$$

Каждый j-й столбец матрицы **V** равен $\mathbf{V}_j=\mathbf{W}\cdot\mathbf{S}_j$ поэтому

$$|\mathbf{A}+\mathrm{diag}(\mathbf{W})\cdot\mathbf{U}\cdot\mathrm{diag}(\mathbf{S})|=|\mathbf{A}|+|\mathbf{A}_1\,\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{W}|\cdot\mathbf{S}_N+\ldots+|\mathbf{A}_1\,\mathbf{W}\cdots\mathbf{A}_N|\cdot\mathbf{S}_2+|\mathbf{W}\,\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_N|\cdot\mathbf{S}_1\,,$$

с учетом формулы Крамера, для определителей полученной суммы справедливо:

$$\frac{1}{|\mathbf{A}|}|\mathbf{A}_1\cdots\mathbf{A}_{j-1}\,\mathbf{W}\,\mathbf{A}_{j-1}\cdots\mathbf{A}_N|=\left(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{W}\right)_j\,,$$

откуда

$$|\mathbf{A}+\mathrm{diag}(\mathbf{W})\cdot\mathbf{U}\cdot\mathrm{diag}(\mathbf{S})|=|\mathbf{A}|\left(1+\left(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{W}\right)^T\mathbf{S}\right). \tag{7}$$

Таким образом, определитель фундаментальной матрицы является линейной функцией от **S**, а **S**, в свою очередь, – линейной функцией от **C** и q, это открывает широкие возможности по управлению свойствами переходного процесса в малом. Ниже рассматриваются три задачи, возникающие при расчете коэффициентов обратных связей.

Задача 1. Пусть для стабилизатора постоянного напряжения требуется найти **C** и α, соответствующие заданному набору мультипликаторов $\rho_i, i=\overline{1,N}$, причем все мультипликаторы различны и не равны нулю.

Как известно, $|\mathbf{F}-\rho\cdot\mathbf{E}|=0$. Введем обозначение $\mathbf{A}_i=\mathbf{A}-\rho_i\cdot\mathbf{E}$, тогда для каждого i-го мультипликатора с учетом (7) имеем

$$1+\left(\mathbf{A}_i^{-1}\ \mathbf{W}\right)^T\mathbf{S}=0\,. \tag{8}$$

С учетом всех $i=\overline{1,N}$ (8) образует систему, имеющую в невырожденном случае единственное решение для вектора **S**. После определения **S** с помощью (6) находим **C**, q и α.

С точки зрения обеспечения большого запаса устойчивости и минимизации длительности переходного процесса в малом важен частный случай $\rho_i=0, i=\overline{1,N}$.

Задача 2. Пусть для стабилизатора постоянного напряжения требуется найти такие **C** и α, при которых $\rho_i=0, i=\overline{1,N}$.

Рассмотренный выше подход, очевидно, не работает, когда требуется получить кратные корни. Для равенства нулю всех мультипликаторов необходимо, чтобы все коэффициенты характеристического полинома были равны нулю. В этом случае характеристический полином вырождается в уравнение вида $\rho^N=0$, имеющее нулевой корень кратности N.

Как известно, коэффициенты характеристического полинома равны сумме главных миноров k-го порядка [8]. Но все определители, получающиеся после удаления строк и столбцов (5), будут иметь вид, аналогичный (7), т.е. вид линейного уравнения относительно искомых компонентов S. В частном случае размерности N = 2 необходимо, чтобы определитель и след матрицы **F** были равны нулю, т.е. $|\mathbf{F}|$ = 0 и $tr(\mathbf{F})$ = 0, что приводит к линейному уравнению размерности 2. А для случая N=3 и $|\mathbf{F}|$=0 $tr(\mathbf{F})$=0 и $c_2(\mathbf{F})$ – к урав-

нению размерности 3. Здесь $c_2(\mathbf{F})$ – сумма главных миноров – определителей матриц, получающихся из F после удаления строк и столбцов на главной диагонали.

Задача 3. Требуется создать стабилизатор, в котором напряжение изменяется по заданной траектории, для случая N=2.

Практическое применение задачи 3 – режимы плавного пуска, усилители класса D, корректоры коэффициента мощности. Пусть траектория изменяющегося напряжения или ее участок состоит из M интервалов квантования ШИМ, тогда основная матрица будет равна произведению фундаментальных матриц, определяемых на каждом интервале траектории:

$$\mathbf{F}(Ma,\mathbf{X}_1)=\prod_{L=0}^{M}\mathbf{F}_{M-L},\quad \mathbf{F}_L=\mathbf{F}(a,\mathbf{X}_L)\,. \tag{9}$$

Фундаментальная матрица будет равна нулю, если произведение пары смежных матриц в последовательности будет равно нулю. Для этого достаточно на L-м такте ШИМ найти такие $\mathbf{C}_L$, q_L, при которых выполняется условие $|\mathbf{F}_L|=0$, а на следующем такте – такие $\mathbf{C}_{L+1}$, q_{L+1}, чтобы выполнялись условия $|\mathbf{F}_{L+1}|=0$ и $\mathbf{F}_{L,11}\cdot\mathbf{F}_{L+1,11}+\mathbf{F}_{L,12}\cdot\mathbf{F}_{L+1,12}=0$. Таким образом, задача 3 требует, помимо U_y, так же производить расчеты и $\mathbf{C}_L$, q_L на каждом такте ШИМа.

Алгоритм адаптации состоит из следующих этапов:

– измеряются внешние параметры;

– определяется γ, согласно методике, соответствующей структуре преобразователя, приближенно;

– рассчитываются матрица **A** и вектор **W**, определенные в (5), и далее с учетом ограничений на значения мультипликаторов (задача 1, 2) или ограничений на коэффициенты матриц $\mathbf{F}_L$, $\mathbf{F}_{L+1}$ (задача 3) находятся компоненты вектора **S**;

– по известным **S** и γ, с помощью (6) находятся **C**, q и α.

В [9] для одномерных отображений введен термин «сверхустойчивость». Она проявляется, когда один из сомножителей, а следовательно, и все произведение (9) равны нулю. Используя рассмотренный метод адаптивного управления, возможно получить «сверхустойчивые» движения, но уже в случаях с размерностью 2 и более для динамических объектов, имеющих практическое применение.

На сайте университета http://www.ie.tusur.ru/books/js/calc.htm доступно программное обеспечение, решающее задачу 2 для стабилизатора напряжения понижающего типа. На рис. 3 изображена осциллограмма входного (Канал 2) и выходного (Канал 1) напряжений экспериментального стабилизатора понижающего типа. В ходе эксперимента резко увеличивалось входное напряжение (верхняя кривая). Нижняя кривая показывает переходный процесс на нагрузке. Его продолжительность не превышает 3 тактов ШИМа, что является практическим пределом для таких устройств. Для наглядности пульсации выходного напряжения значительно увеличены.

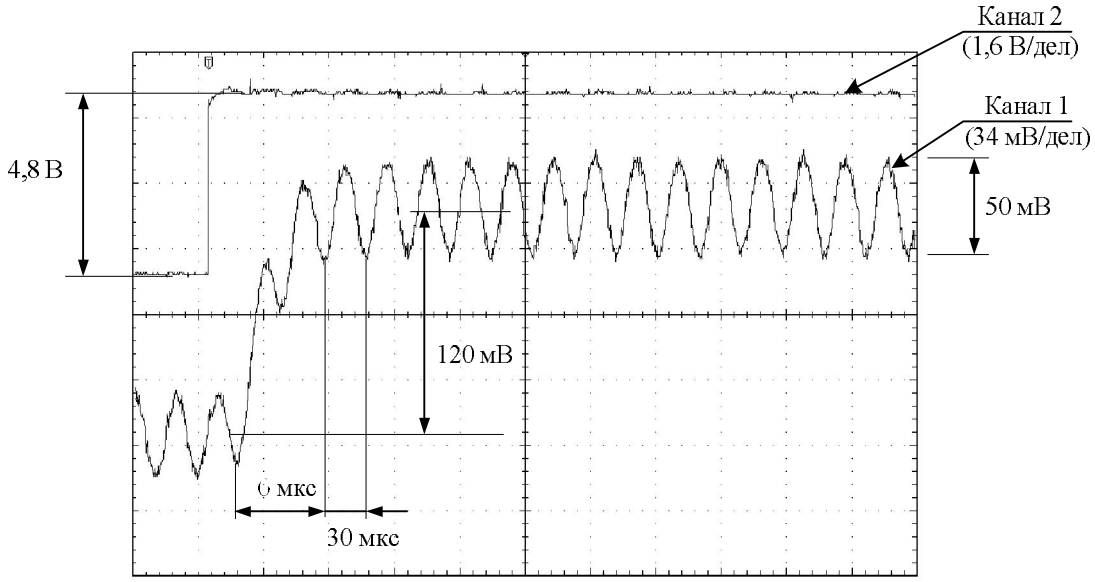

Рис. 3. Осциллограмма напряжений преобразователя

Выводы. Отсутствие необходимости выполнять рекурсивные операции в предлагаемом методе адаптивного управления создает умеренную нагрузку на вычислительные ресурсы. Экспериментально установлено, что одно ядро современного микропроцессора, работающее на частоте 2 ГГц, способно выполнить вычисления и все вспомогательные операции около 400000 раз в секунду. Это дает возможность выполнять непрерывный пересчет параметров корректирующих звеньев для усилителей-стабилизаторов класса D, перекрывающих звуковой диапазон частот с запасом. Полученное решение, при котором траектория движения корректируется посредствам $U_у$, а малые возмущения компенсируются **C** и α, обладает свойствами стабилизатора как параметрического типа, так и компенсационного [6] и обеспечивает характеристики, близкие к максимально достижимым при использовании ШИМ-регуляторов. Работа вблизи сверхустойчивых траекторий дает пониженную чувствительность и существенные параметрические запасы по устойчивости. Алгоритм адаптации может использоваться однократно, если предполагается, что внешние параметры будут изменяться незначительно, либо для расчета опорных начальных параметров корректирующих звеньев ШИМ-регуляторов, которые далее могут уточняться согласно специфике технического задания.

Литература

1. Мелешин В.И. Транзисторная преобразовательная техника. – М.: Техносфера, 2005. – 632 с.
2. Кобзев А.В. Алгоритм адаптивного управления стабилизатором понижающего типа с широтно-импульсной модуляцией / А.В. Кобзев, Д.А. Савин, Ю.Н. Тановицкий // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. – 2007. – № 3. – С. 27–33.
3. Тонкаль В.Е. Вентильные преобразователи переменной структуры / В.Е. Тонкаль, В.С. Руденко, В.Я. Жуйков. – Киев: Наукова думка, 1989. – 336 с.
4. Первозванский А.А. Чувствительность грубость и эффективность адаптации // Техническая кибернетика. – 1992. – №6. – С. 30–41.
5. Холодниок М. Методы анализа нелинейных математических моделей / М. Холодниок, А. Клич, М. Кубичек, М. Марек. – М.: Мир, 1991. – 368 с.
6. Сазонов В.В. Принцип инвариантности в преобразовательной технике. – М.: Энерго-атомиздат, 1990. – 168 с.
7. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
8. Хорн Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 656 с.
9. Лоскутов А.Ю. Основы теории сложных систем / А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов. – Москва; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007. – 620 с.

Тановицкий Юрий Николаевич
Канд. техн. наук, доцент каф. промышленной электроники ТУСУРа
Тел.: (+7 382 2) 41 39 46
Эл. почта: tyn@mail.ru

Халиляев Тимур Февзиевич
Магистрант каф. промышленной электроники ТУСУРа
Эл. почта: htf@yandex.ru

Кобзев Геннадий Анатольевич
Начальник отдела международных связей ТУСУРа
Эл. почта: kga@tusur.ru

Tanovitskiy Yu.N., Halilyaev T.F., Kobzev G.A.
Adaptive control algorithm of the stabilized converter with pulse-width modulation

A method of adaptive control of converter with pulse-width modulation is considered. Adaptive contour generates feedback coefficients. Simple explicit control formulas are obtained. A mathematical apparatus can also be used for one-time settings.
Keywords: PWM-converter, adaptive control.