## УДК 535:621.372.8

С.А. Михнов, Р.В. Литвинов, Д.А. Конкин, А.А. Шибельгут, Г.А. Суркова, А.С. Задорин

## Полная компенсация межмодовой дисперсии в оптических волокнах с эффектом Керра

Рассмотрена полная компенсация межмодовой дисперсии в многомодовых ступенчатых оптических волокнах с эффектом Керра за счет нелинейных возмущений постоянных распространения. Определены условия такой компенсации в слабонаправляющих кварцевых оптических волокнах с диаметром сердцевины 6 и 9 мкм.

Ключевые слова: многомодовое оптическое волокно, компенсация межмодовой дисперсии, оптическая нелинейность.

Следуя работе [1], представим монохроматическое световое поле в оптическом волокне в виде суперпозиции его мод

$$\mathbf{E} = \sum_{M} \mathbf{E}_{M}(x, y) C_{M}(z) \exp(-i\beta_{M}^{0} z) + \kappa.c., \qquad (1)$$

где  $\beta_M^0$  и  $\mathbf{E}_M(x,y)$  – невозмущенная постоянная распространения и вектор электрической напряженности светового поля волноводной моды, характеризуемой набором индексов M и зависящей от координат в поперечной плоскости волокна. Коэффициенты разложения  $C_M(z)$  имеют медленную зависимость от продольной координаты вдоль волокна из-за самовоздействия светового поля за счет эффекта Керра, которая в рамках метода медленно меняющихся амплитуд может быть найдена из решения связанных нелинейных уравнений

$$\frac{\partial C_N}{\partial z} = -i \frac{k^2}{2\beta_N^0} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{M} C_M \left[ \boldsymbol{\varepsilon}^{NL} \left( \sum_{M'M''} C_{M'} C_{M''}^* E_{M'i} E_{M'j}^* \exp\left[ i \left( \beta_{M''}^0 - \beta_{M'}^0 \right) z \right] \right] \cdot \mathbf{E}_M \times \mathbf{H}_N^* \right] \cdot \mathbf{z}_0 \times \\ \times \exp\left[ i \left( \beta_N^0 - \beta_M^0 \right) z \right] \right] dxdy,$$
(2)

где  $\varepsilon^{NL}$  – нелинейные возмущения диэлектрической проницаемости за счет эффекта Керра,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число для света в вакууме;  $\lambda$  – длина световой волны;  $\mathbf{H}_N$  – вектор магнитной напряженности светового поля волноводной моды, характеризуемой набором индексов N.

Осциллирующие по координате z члены в правых частях системы уравнений (2) дают малый вклад в пространственную зависимость  $C_N(z)$ , если межмодовое расстояние  $\Delta\beta_{NM} = \beta_N^0 - \beta_M^0$  значительно превышает коэффициент нелинейной связи  $\gamma$ , который в рассматриваемом случае не превышает порядок  $k^2 \| \mathbf{\epsilon}^{NL} \| / 2\beta_0^0$ . Нелинейные возмущения диэлектрической проницаемости за счет эффекта Керра  $\| \mathbf{\epsilon}^{NL} \|$  составляют величину, не превышающую порядка  $10^{-5}$ . Поэтому в оптическом диапазоне длин волн порядок постоянный связи равен  $\gamma \sim 10 \text{ м}^{-1}$ , в то время как межмодовое расстояние  $\Delta\beta_{NM}$  не ниже  $100 \text{ м}^{-1}$ . Поэтому всеми членами системы уравнений (2), пропорциональными  $\exp \left[ i \left( \beta_N^0 - \beta_M^0 + \beta_{M''}^0 - \beta_{M'}^0 \right) z \right]$ , в случае

$$\Delta\beta_{NMM''M'} = \beta_N^0 - \beta_M^0 + \beta_{M''}^0 - \beta_{M'}^0 \neq 0$$
(3)

можно пренебречь. Постоянные распространения, при которых величина  $\Delta\beta_{NMM''M'}$  обращается в ноль, можно разбить на две группы. Первая характеризуется равенствами  $\beta_N^0 = \beta_M^0$  и  $\beta_{M''}^0 = \beta_{M'}^0$ . Вторая – равенством  $\beta_N^0 = \beta_M^0 - \beta_{M''}^0 + \beta_{M'}^0$ . Так как спектр постоянных распространения невозмущенного оптического волокна известен, то никакая их линейная комбинация не является постоянной распространения. Поэтому равенство  $\beta_N^0 = \beta_M^0 - \beta_{M''}^0 + \beta_{M'}^0$  в рассматриваемом случае невыполнимо. При этих условиях и в при-

ближении сохранения поляризационного состояния светового поля вдоль оси волокна, при условии отличия от нуля только одной из поперечных составляющих электрической напряженности светового поля (например,  $E_x$ ), система уравнений (2) может быть преобразована к виду

$$\frac{\partial C_N}{\partial z} = -i \frac{3\chi^{(3)}\pi}{2n_c\lambda_0} \sum_M S_{MN} \left| C_M \right|^2 C_N , \qquad (4)$$

где  $\chi^{(3)}$  – коэффициент Керра;  $n_c$  – показатель преломления сердцевины, и введен в рассмотрение интеграл перекрытия мод

$$S_{MN} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \mathbf{E}_{M} \right|^{2} \left[ \mathbf{E}_{N} \times \mathbf{H}_{N}^{*} \right] \cdot \mathbf{z}^{o} dx dy \approx$$

$$\approx n_{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \mathbf{E}_{M} \right|^{2} \left| \mathbf{E}_{N} \right|^{2} dx dy = n_{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \Psi_{M} \right|^{2} \left| \Psi_{N} \right|^{2} dx dy,$$
(5)

а также учтено приблизительное равенство  $\beta_N^0 = n_N k_0 \approx n_c k_0$ , в котором  $n_c = \sqrt{\epsilon_c^0}$  есть невозмущенный показатель преломления сердцевины волокна. Здесь  $\Psi_M = \Psi_M(x,y)$  – нормированное поперечное распределение линейно поляризованной моды волокна.

Используем представление неизвестных комплексных функций  $C_N$  в виде  $C_N = c_N(z) \exp\left[-i\left(\Delta\beta_N^{NL}(z)z - \phi_N\right)\right]$ , где  $\phi_N$  есть их фаза в плоскости возбуждения z=0. Тогда из уравнений (4) можно получить первые интегралы в виде  $c_N(z) = c_N = \text{const}$ , знание которых позволяет найти решения для нелинейных возмущений постоянных распространения волноводных мод в виде

$$\Delta\beta_N^{NL} = \frac{3\chi^{(3)}\pi}{2n_c\lambda_0} \sum_M S_{MN} c_M^2 .$$
(6)

Таким образом, в рамках используемых приближений вектор электрической напряженности линейно поляризованного светового поля в оптическом волокие с керровской нелинейностью может быть получен в виде

$$\tilde{\mathbf{E}} = \sum_{M} c_{M} \Psi_{M}(x, y) \exp\left\{i\left[\omega t - \beta_{M} z + \phi_{M}\right]\right\} \mathbf{e} + \kappa.c. , \qquad (7)$$

где *е* – единичный вектор поляризации, и введена в рассмотрение постоянная распространения, учитывающая вклад эффекта Керра:

$$\beta_M = \beta_M^0 + \Delta \beta_M^{NL} \,. \tag{8}$$

Коэффициенты  $c_M$  и начальные фазы  $\phi_M$  могут быть определены по известному поперечному распределению светового поля  $\Psi(x,y)$  в плоскости z=0 в следующем виде:

$$c_M \exp(i\phi_M) = n_c \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x, y) \Psi_M^*(x, y) dx dy .$$
(9)

Из анализа соотношений (7)-(9) следует, что в рассматриваемых условиях отсутствует энергообмен между волноводными модами, что является следствием локального характера нелинейного оптического отклика за счет эффекта Керра. При этом поперечное распределение интенсивности светового поля в волокне изменяется вдоль его оси по закону

$$I = \sum_{M} c_{M}^{2} \Psi_{M}^{2}(x,y) + 2 \sum_{M \neq N} c_{M} c_{N} \Psi_{M}(x,y) \Psi_{N}(x,y) \cos\left[\left(\beta_{M}^{0} + \Delta\beta_{M}^{NL} - \beta_{N}^{0} - \Delta\beta_{N}^{NL}\right)z + \phi_{M} - \phi_{N}\right]$$
(10)

вследствие фазового рассогласования между модами, обусловленного различием как невозмущенных постоянных распространения собственных мод, так и добавок к этим постоянным за счет эффекта Керра.

Рассмотрим вопрос о полной компенсации межмодовой дисперсии в оптическом волокне с эффектом Керра. В случае, если такая компенсация возможна, то постоянные распространения всех волноводных мод должны быть одинаковыми, равными некоторой константе *B*. Это требование, совместно с соотношениями (6) и (8), позволяет записать следующую систему уравнений:

$$\sum_{M} S_{MN} c_{M}^{2} = \frac{2n_{c}\lambda_{0}}{3\chi^{(3)}\pi} \left( B - \beta_{M}^{0} \right)$$
(11)

относительно квадратов модулей коэффициентов возбуждения волноводных мод.

Система уравнений (11) всегда разрешима. Однако квадраты коэффициентов  $c_M$ , пропорциональные мощности соответствующих волноводных мод, должны быть положительными. Как показывают численные расчеты, это требование ограничивает диапазон длин волн и тип волноводных мод, для которых оно выполнимо.

Отметим, что коэффициенты возбуждения волноводных мод  $c_M^S$ , при которых межмодовая дисперсия отсутствует, позволяют рассчитать пространственный профиль поперечного распределения светового пучка, не изменяющегося при его распространении по многомодовому волокну. Инвариантность профиля этого пучка делает его аналогичным пространственным оптическим солитонам, которые могут распространяться в объемных средах с различными механизмами оптической нелинейности [2–5]. Вектор электрической напряженности такого солитоноподобного светового пучка, распространяющегося в многомодовом оптическом волноводе, может быть представлен в виде

$$\tilde{\mathbf{E}} = \left(\sum_{M} c_{M}^{S} \Psi_{M}(x, y)\right) \mathbf{e} \exp\left\{i\left[\omega t - Bz\right]\right\} + \kappa.c., \qquad (12)$$

соответствующем одной волноводной моде с постоянной распространения В.

Рассмотрим кварцевые оптические волокна с разностью показателей преломления сердцевины и оболочки, равной  $\Delta n = 3, 2 \cdot 10^{-3}$ , и нелинейным коэффициентом  $n^{(2)} = 2, 3 \cdot 10^{-22} \text{ m}^2/\text{B}^2$  ( $\chi^{(3)} = 8n^{(2)}n_c/3$ ) [6]. Материальную дисперсию показателя преломления сердцевины  $n_c$  этих волокон удобно описывать формулами Селлмейера из работы [7]. Для *TE*-мод двухмодового волокна с диаметром сердцевины a=6 мкм равенство постоянных распространения волноводных мод величине  $B = 9,8 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$  достигается на длине световой волны  $\lambda=1$  мкм при  $c_1^S = 8,9 \cdot 10^5$  и  $c_1^S = 2,7 \cdot 10^5$ . Это соответствует максимальной интенсивности 2,9  $\cdot 10^5$  ГВт/см<sup>2</sup>. Подобные интенсивности для возбуждения волновода достижимы только при использовании импульсных лазеров с длительностью импульса порядка 1 нс и энергией в импульсе порядка 1 Дж. На длине волны света  $\lambda=1,25$  мкм равенства компенсации межмодовой дисперсии достичь не удается. Для набора *TE*-мод многомодового (6 мод) кварцевого оптического волокна с a = 9 мкм и  $\Delta n = 3,2 \cdot 10^{-3}$  компенсация межмодовой дисперсии невозможна во всем оптическом диапазоне.

Компенсация межмодовой дисперсии в оптическом диапазоне длин волн в рассматриваемых волноводах становится возможной при возбуждении в них косинусных или синусных составляющих TE-мод. В двухмодовом кварцевом волокне (a = 6 мкм,  $\Delta n = 3, 2 \cdot 10^{-3}$ ) на длине световой волны  $\lambda = 1,25$  мкм может распространяться только одна синусная мода. Нелинейные эффекты в одномодовых волноводах хорошо исследованы и в данной работе подробно не рассматриваются. Компенсация межмодовой дисперсии на этой длине волны в таком волноводе при его возбуждении косинусными модами становится возможной для коэффициентов возбуждения  $c_1^S = 7,95 \cdot 10^5$  и  $c_1^S = 1,49 \cdot 10^5$ , что соответствует максимальной интенсивности  $3 \cdot 10^4$  ГВт/см<sup>2</sup> и нелинейной постоянной распространения  $B=7,3 \cdot 10^6$  м<sup>-1</sup>. Это на порядок ниже, чем в рассмотренном выше случае компенсации межмодовой дисперсии TE-мод при  $\lambda = 1$  мкм.

В случае многомодового волновода (a=9 мкм,  $\Delta n=3,2\cdot 10^{-3}$ ) на длине световой волны  $\lambda=1,25$  мкм компенсация межмодовой дисперсии в нем может быть достигнута при его возбуждении синусными модами с коэффициентами  $c_1^S=1,44\cdot 10^3$  и  $c_1^S=5,74\cdot 10^3$ , что

соответствует максимальной интенсивности  $2 \cdot 10^4 \ \Gamma BT/cm^2$  и нелинейной постоянной распространения  $B=7,3\cdot 10^6 \ m^{-1}$ . Профиль нормированного поперечного распределения и контур интенсивности светового пучка, соответствующего найденным коэффициентам возбуждения, показаны на рис. 1. Компенсация межмодовой дисперсии в этом же волноводе косинусными модами невозможна во всем диапазоне длин волн. Однако, если разность

показателей преломления сердцевины и оболочки такого волокна довести до  $\Delta n=5\cdot10^{-3}$ , то такая компенсация становится возможной. При этом коэффициенты возбуждения должны иметь следующие значения:  $c_1^S = 9,53\cdot10^3$ ,  $c_2^S = 1,28\cdot10^3$ ,  $c_3^S = 5,58\cdot10^3$ ,  $c_4^S = 6,83\cdot10^3$ ,  $c_5^S = 1,09\cdot10^3$ . При этом световой пучок, распространяющийся в волноводе, имеет интенсивность в максимуме, равную  $4,08\cdot10^5$  ГВт/см<sup>2</sup>, и постоянную распространения, равную  $B=7,43\cdot10^6$  м<sup>-1</sup>.



Рис. 1. Профиль нормированного поперечного распределения (*a*) и контур интенсивности (*б*) пространственного оптического солитона в шестимодовом волноводе при его возбуждении модами с синусной зависимостью от азимутального угла на длине световой волны 1,25 мкм

Таким образом, вырожденное взаимодействие волноводных мод слабонаправляющего многомодового оптического волокна на локальной керровской нелинейности может быть использовано для полной компенсации межмодовой дисперсии. Такая компенсация в слабонаправляющих многомодовых кварцевых оптических волокнах становится возможной в случае превышения световой интенсивности пороговой величины в определенном диапазоне длин волн и при возбуждении многомодового оптического волновода с керровской нелинейностью световым пучком со специальным поперечным распределением. При этом в зависимости от геометрии волновода и поперечного профиля показателя преломления такая компенсация достигается при возбуждении в волноводе мод, поперечное распределение полей которых имеет либо четную, либо нечетную зависимость от азимутального угла. В двухмодовых волноводах компенсация межмодовой дисперсии может быть достигнута при возбуждении в нем мод, интенсивность которых не зависит от азимутального угла.

Поперечное распределение интенсивности светового пучка, при котором достигается полная компенсация межмодовой дисперсии, не изменяется при его распространении вдоль оптического волокна. Инвариантность профиля этого пучка делает его аналогичным пространственным оптическим солитонам, которые могут распространяться в объемных средах с различными механизмами оптической нелинейности. Возбуждение многомодовых оптических волноводов импульсными световыми полями с такой солитоноподобной пространственной формой устранит вклад межмодовой дисперсии в уширение цифровых оптических сигналов.

Снижение требования к интенсивности возбуждения возможно в полимерных оптических волокнах, у которых нелинейный коэффициент  $n^2 \sim \chi^{(3)}$  на несколько порядков превышает нелинейный коэффициент кварца.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-02-99024-р\_офи). С.А. Михнов поддержан грантом в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (государственный контракт № П543 от 05 августа 2009 г.). Литература

1. Снайдер А. Теория оптических волноводов: Пер. с англ. А. Снайдер, Дж. Лав. / Под ред. Е.М. Дианова и В.В. Шевченко. – М.: Радио и связь, 1987. – 650 с.

2. Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике. – М.: Мир, 1989. – 323 с.

3. Кившарь Ю.С. Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам. / Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал. – М.: Физматлит, 2005. – 647 с.

4. Ахмедиев Н.Н. Нелинейные импульсы и пучки / Н.Н. Ахмедиев, А. Анкевич. – М.: Физматлит, 2003. - 304 с.

5. Сухоруков А.П. Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике. – М.: Наука. – 1988. – 232 с. 6. Агравал Г.П. Нелинейная волоконная оптика. – М.: Мир, 1996. – 324 с.

7. Маркузе Д. Оптические волноводы. - М.: Мир, 1984. - 576 с.

## Михнов Сергей Анатольевич

Аспирант каф. радиоэлектроники и защиты информации (РЗИ) ТУСУРа Тел.: +7 (382-2) 41-33-65 Эл. почта: sergej-mikhnov@yandex.ru

Литвинов Рудольф Викторович

Канд. физ.-мат. наук, доцент каф. РЗИ ТУСУРа Тел.: +7 (382-2) 41-38-84 Эл. почта: LitvinovRV@rzi.tusur.ru

Конкин Дмитрий Анатольевич

Аспирант каф. РЗИ ТУСУРа Тел.: +7 (382-2) 41-33-65 Эл. почта: newline@mail.ru

Шибельгут Александр Андреевич М.н.с. каф. РЗИ ТУСУРа Тел.: +7 (382-2) 41-33-65

Эл. почта: ShibelgutAA@rzi.tusur.ru

Суркова Галина Александровна

Аспирант каф. РЗИ ТУСУРа Тел.: +7 (382-2) 41-33-65 Эл. почта: galina\_152@mail.ru

Задорин Анатолий Семенович Д-р физ.-мат. наук, проф., зав. каф. РЗИ, декан РТФ ТУСУРа Тел.: +7 (382-2) 41-33-65 Эл. почта: Anatoly.Zadorin@rzi.tusur.ru

## Mikhnov S.A., Litvinov R.V., Konkin D.A., Shibelgut A.A., Surkova G.A., Zadorin A.S. Full compensation of the intermodal dispersion in optical fibers with Kerr effect

The total compensation of the intermode dispersion in multimode graded-index optical Kerr-effect fibers due to nonlinear perturbations of the propagation constants is considered. The compensation conditions in weakly-guide quartz optical fibers with  $\mathbf{6}$  and  $\mathbf{9}$  microns core diameter are determined. Keywords: multimode fiber, compensation of the intermodal dispersion, optical nonlinearity.