

УДК 621.314.2:621.382.2

А.А. Гаврилов, Г.Я. Михальченко, С.Г. Михальченко

Нелинейная динамика преобразователей с многофазной импульсной модуляцией

Рассматриваются математическая модель и результаты моделирования замкнутой системы регулирования тока на основе параллельно включенных преобразователей понижающего типа, фазы коммутации ключей которых смещены относительно друг друга.

Ключевые слова: модульный принцип построения силовых преобразователей, многофазная импульсная модуляция, решение кусочно-непрерывных дифференциальных уравнений динамики, бифуркационный анализ установившихся режимов функционирования системы.

Введение

Можно выделить два основных направления развития систем промышленной электроники. Одно из них связано с созданием шкалы преобразователей требуемого диапазона мощностей, базирующихся на различных силовых полупроводниковых и электромагнитных элементах, перекрывающих, например, типовые ряды регулируемых электроприводов, компенсаторов реактивной энергии и др. Второе направление обусловлено необходимостью согласования не только уровней напряжения промышленных сетей и нагрузки, но и вида электрической энергии. Наличие трансформаторного оборудования в этом случае становится эффективным при достаточно высоких частотах преобразования. В этом случае приходится учитывать существующие физические ограничения по частотным свойствам полупроводниковых приборов и по мощности электромагнитных элементов. Другими словами, имеющаяся в распоряжении разработчиков элементная база позволяет создавать преобразователи с промежуточным звеном высокой частоты весьма ограниченной мощности – не более единиц киловатт, в то время как многие технологические процессы должны обеспечиваться мощностями, в десятки и сотни раз большими. Сложившуюся ситуацию удается разрешить модульным принципом построения преобразователей оговоренного диапазона мощностей, в основу которых положен принцип многозонной многофазной модуляции энергетического потока [1–2].

Этот вид модуляции позволяет обеспечить в одном устройстве следующие показатели: высокое качество преобразования энергии; потенциально высокую управляемость и быстрое действие регулирования; высокую, недостижимую в преобразователях первого направления надежность работы системы энергообеспечения; высокий коэффициент полезного действия; способность работать во всем диапазоне изменения нагрузки – от холостого хода до короткого замыкания.

В то же время перечисленные потенциально высокие показатели многофазных преобразователей не могут быть реализованы без исследования динамических процессов функционирования замкнутых систем автоматического управления и синтеза на этой основе микропроцессорных средств управления. Базовым элементом многофазных структур является преобразовательная ячейка с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ), анализу динамики которой посвящено довольно большое число публикаций [3–5]. Известные исследования параллельной работы независимых ячеек [6] посвящены изучению возможностей распределения нагрузки между модулями и не позволяют получить общую картину динамики, поскольку рассматриваемые в этой работе структуры характеризуются своими тонкими нелинейностями модуляторов, глобальными нелинейностями и постоянными времени.

Математическая модель многофазного преобразователя

Схема замещения многофазного преобразователя представлена на рис. 1, при этом приняты следующие допущения: входной источник питания E является идеальным источником напряжения; широтно-импульсный модулятор выполнен на идеальных ключах без потерь с нулевым временем переключения; пассивные элементы преобразователя линейны; корректирующее устройство представлено пропорциональным регулятором; математическая модель рассматривается на примере двух фаз; вектор внешних возмущающих воздействий положен равным нулю. Влияние внешних возмущающих воздействий на локальную устойчивость однофазной системы регулирования рассмотрено в работе [8].

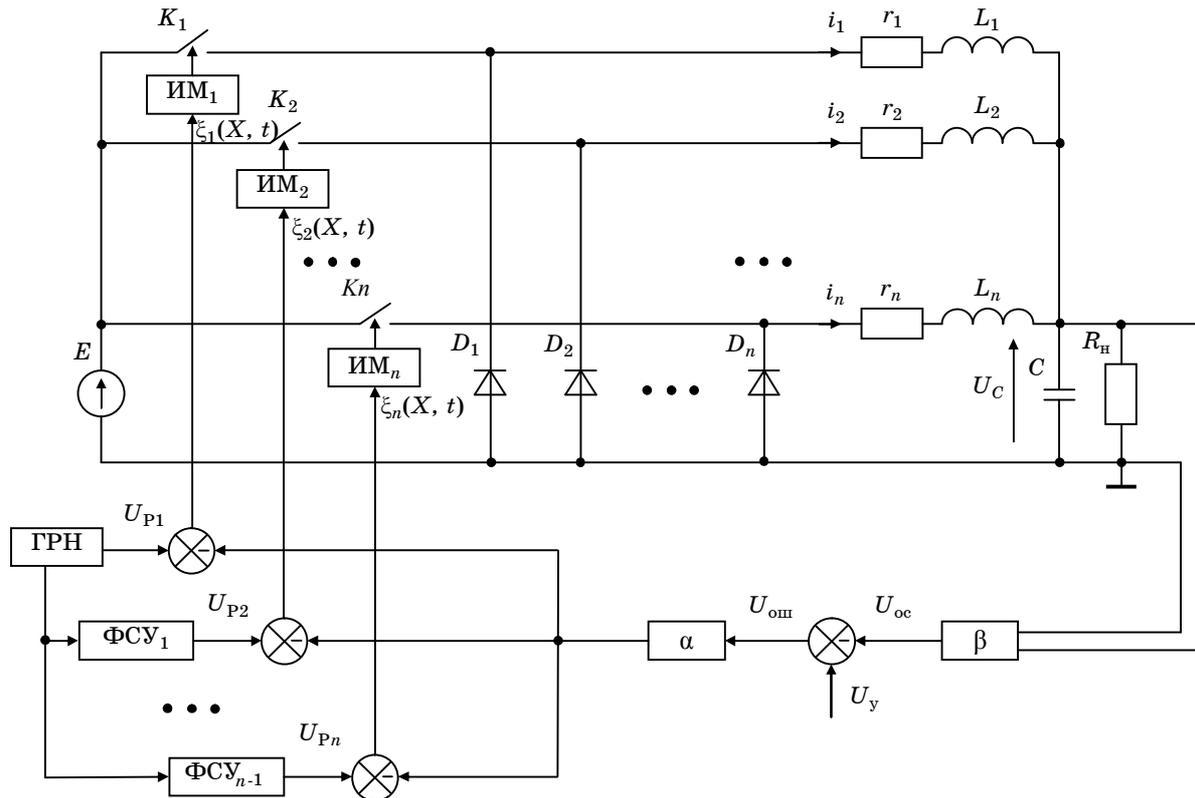


Рис. 1. Схема замещения многофазного понижающего преобразователя напряжения и его системы управления

На схеме замещения приняты следующие обозначения: E – источник входного напряжения; $L_1 \dots L_n$ – катушки индуктивностей с внутренними сопротивлениями $r_1 \dots r_n$; $i_1 \dots i_n$ – ток индуктивностей; C – емкость конденсатора выходного фильтра; R_n – сопротивление нагрузки; $D_1 \dots D_n$ – обратные диоды и $K_1 \dots K_n$ – ключевые элементы n -фазного преобразователя; $ИМ_1 \dots ИМ_n$ – широтно-импульсные модуляторы соответствующих фаз; $ФСУ_1 \dots ФСУ_{n-1}$ – фазосдвигающие устройства для получения в совокупности с генератором развертывающего напряжения ГРН сдвинутых по фазе относительно друг друга на равную величину развертывающих напряжений $U_{P2} \dots U_{Pn}$; β – масштабный коэффициент цепи обратной связи; α – коэффициент усиления корректирующего устройства; U_{oc} – сигнал обратной связи; U_y – напряжение управления; $U_{ош}$ – напряжение сигнала ошибки; U_C – напряжение на конденсаторе; $\xi_1(X, t) \dots \xi_n(X, t)$ – разностные функции обратной связи.

Показанная выше схема замещения двухфазного понижающего преобразователя напряжения описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B}(K_{F1}, K_{F2}), \quad (1)$$

где вектор неизвестных и матрица системы могут быть записаны следующим образом:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ U_C \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{r_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{r_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C \cdot R_n} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Нелинейность системы (1) имеет вид разрыва первого рода и описывается разрывными функциями коммутации идеальных ключей K_1 и K_2 . Коммутационные функции K_{F1} и K_{F2} этих ключей определяют следующие возможные значения вектора вынуждающих воздействий \mathbf{B} :

$$\mathbf{V}_{\substack{K_{F1}=0 \\ K_{F2}=0}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_{\substack{K_{F1}=0 \\ K_{F2}=1}} = \begin{pmatrix} 0 \\ E \\ L_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_{\substack{K_{F1}=1 \\ K_{F2}=0}} = \begin{pmatrix} E \\ L_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_{\substack{K_{F1}=1 \\ K_{F2}=1}} = \begin{pmatrix} E \\ L_1 \\ E \\ L_2 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Коммутационные функции, формируемые широтно-импульсными модуляторами ИМ₁ и ИМ₂, выражаются следующим образом:

$$\begin{cases} K_{F1}(\xi_1) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \text{sign}(\xi_1)); \\ K_{F2}(\xi_2) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \text{sign}(\xi_2)) \end{cases} \quad (4)$$

через разностные функции обратной связи $\xi_1(U_C, t)$ и $\xi_2(U_C, t)$, которые имеют вид

$$\begin{cases} \xi_1(U_C, t) = \alpha \cdot (U_y - \beta \cdot U_C) - U_{P1}(t); \\ \xi_2(U_C, t) = \alpha \cdot (U_y - \beta \cdot U_C) - U_{P2}(t). \end{cases} \quad (5)$$

Так как ключи работают независимо друг от друга, а их развертывающие напряжения смещены одно относительно другого, то можно для каждого тактового интервала ШИМ определить, в общем случае, четыре участка постоянства структуры (на каждом из которых система (1) линейна) и соответствующие им (3) значения вектора вынуждающих воздействий \mathbf{V} . Используя метод припасовывания, при переходе «по непрерывности \mathbf{X} » от одного интервала постоянства структуры к другому, мы имеем возможность построить точное решение системы (1)–(5) в любой момент времени. Обозначив через \mathbf{X}_{k-1} значение вектора переменных состояния на конце одного участка непрерывности, можем построить решение \mathbf{X} для любой точки последующего k -го интервала постоянства структуры:

$$\mathbf{X}(t) = e^{\mathbf{A} \cdot (t-t_{k-1})} \cdot (\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{V}_k) - \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{V}_k. \quad (6)$$

Алгоритм построения вектора переменных состояния двухфазного понижающего преобразователя $\mathbf{X}(t) = (i_1, i_2, U_C)^T$ основывается на последовательном построении по формуле (6) вектора неизвестных на каждом из интервалов непрерывности для каждого k -го тактового периода ШИМ. Точки, отделяющие один участок постоянства структуры от другого, называются моментами коммутации t_k^1 и t_k^2 и находятся из условий равенства нулю функции обратной связи $\xi_1(U_C, t)$ и $\xi_2(U_C, t)$:

$$\xi_1(U_C, t) = 0, \quad \xi_2(U_C, t) = 0. \quad (7)$$

Моделирование динамики системы (1) - (5) проводилось при указанных ниже исходных данных. Параметры силовой части: входное напряжение преобразователя $E = 1000$ В; сопротивление нагрузки $R_H = 100$ В; индуктивность дросселей $L = 0,2$ Гн, паразитное активное сопротивление дросселей $r = 10$ Ом; емкость выходного фильтра $C = 1$ мкФ; частота коммутации силовых ключей (частота квантования) $f = 10$ кГц. Параметры системы управления: масштабный коэффициент цепи обратной связи $\beta = 0,01$; амплитуда развертывающего напряжения $U_P = 10$ В; коэффициент усиления корректирующего устройства α изменяется при расчетах от 1 до 350, а управляющее напряжение U_y – от 0,01 до 10 В.

Динамика многофазного преобразователя

Построенная таким образом методика расчета мгновенных значений вектора переменных состояния двухфазного понижающего преобразователя $\mathbf{X}(t) = (i_1, i_2, U_C)^T$ позволяет проанализировать поведение системы при различных значениях параметров цепи обратной связи, силовой части преобразователя и сопоставить полученные результаты с аналогичными показателями однофазного преобразователя с широтно-импульсной модуляцией [3].

Положив в системе уравнений (1–5) число фаз $n = 1$, построим приведенную на рис. 2 двухпараметрическую бифуркационную диаграмму – обобщенную карту областей существования детерминированных и стохастических режимов одноячейкового преобразо-

вателя. Эта диаграмма в пространстве параметров α , изменяющегося от 1 до 250, и U_y – изменяющегося от 0,01 до 10 В, позволяет оценить топологию различных областей m -циклов, определить критическое значение коэффициента усиления пропорционального регулятора.

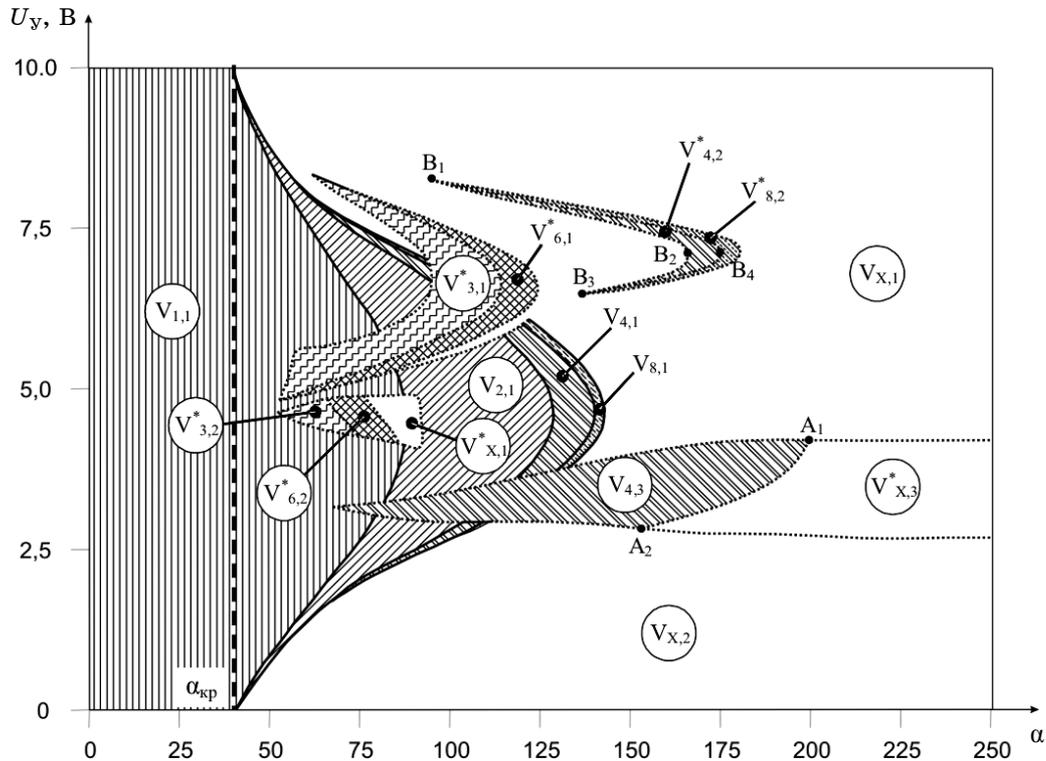


Рис. 2. Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма преобразователя с ШИМ ($n = 1$)

На рис. 2 штриховкой и символами $V_{i,j}$ отмечены области существования различных динамических режимов (i – m -цикл, характерный для данной области, j – номер области на карте динамических режимов). Под m -циклом будем понимать, как в [7], отношение частоты квантования f к частоте субгармонического режима. В частности, область $V_{1,1}$ представляет собой область существования основного ($m = 1$) режима с проектной частотой. Символами $V_{i,j}^*$ отмечены неоднозначные области m -циклов, границы которых обведены точечными контурами. Незаштрихованные области V_X соответствуют недетерминированным режимам функционирования преобразователя ($m \rightarrow \infty$). Особенностью диаграммы является преобладание по всему диапазону регулирования сценария последовательных мягких удвоений периода, представляющего собой каскад бифуркационных переходов $V_{1,1} - V_{2,1} - V_{4,1} - V_{8,1} - \dots - V_X$. Под мягким удвоением здесь понимается возникновение нового режима, амплитуда колебаний которого увеличивается плавно по мере увеличения коэффициента усиления пропорционального регулятора.

При малых значениях α периодическое решение, соответствующее области $V_{1,1}$, устойчиво и единственно. При $\alpha > 50$ появляются области $V_{3,1}^*$, $V_{3,2}^*$, характеризующиеся жестким возникновением соответствующих периодических режимов со скачкообразным увеличением примерно на порядок размаха переменной составляющей выходного напряжения.

Положив в системе уравнений (1)–(5) число фаз $n = 2$, построим двухпараметрическую бифуркационную диаграмму двухфазного преобразователя (рис. 3) при нулевых начальных условиях, на которой области существования различных режимов выделены тонировкой.

Область существования основного одноциклового режима V_1 изменяется в диапазоне $0 < \alpha < 140$, т.е. расширяется, по сравнению с $n = 1$ (см. рис. 2), практически втрое. Проектный режим $m = 1$ по мере увеличения α сменяется неоднозначными областями

жестковозбуждаемых режимов V_3 (при $\alpha = 170$), V_5 (при $\alpha = 240$) и V_∞ (на рисунке выделенно светлым). При дальнейшем увеличении коэффициента петлевого усиления ($\alpha > 350$) хаотический режим продолжает оставаться устойчивым.

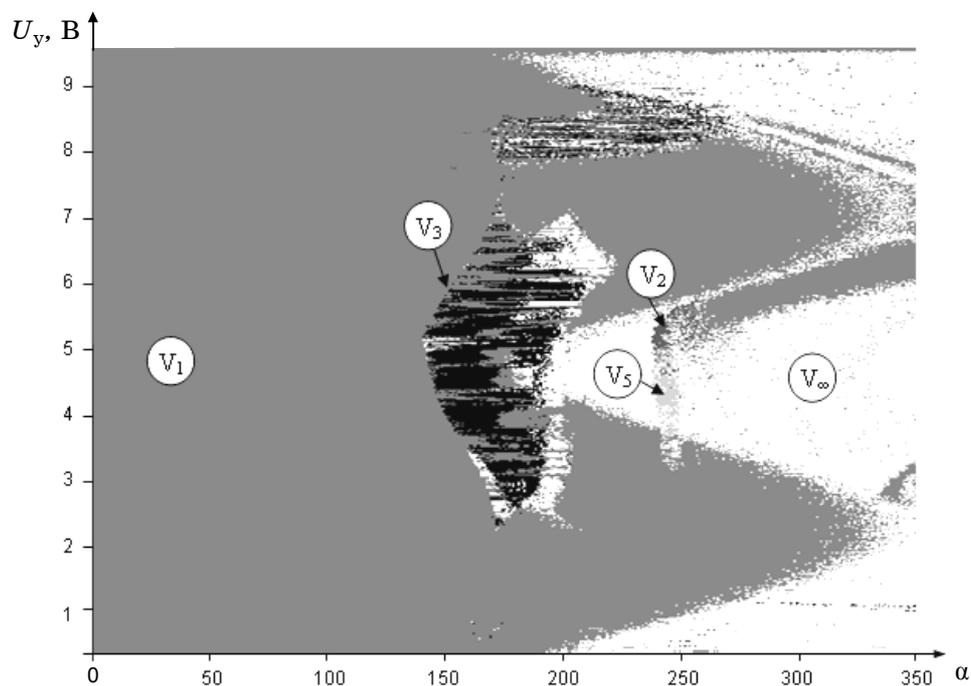


Рис. 3. Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма преобразователя ($n = 2$)

Сценарии переходов детерминированных динамических режимов в хаотические удобно проанализировать с помощью однопараметрических бифуркационных диаграмм. В качестве примера на рис. 4 приведена одна из таких диаграмм, построенная для $U_y = 5,6$ В, здесь же приведена диаграмма коэффициента пульсаций суммарного тока дросселей в зависимости от α .

Изменение коэффициента петлевого усиления α приводит к плавному увеличению суммарного тока дросселей двух фаз за счет увеличения точности стабилизации статической системы регулирования. При достижении $\alpha = 150$ происходит жесткое возбуждение трехциклового режима, который при $\alpha = 180$ претерпевает кризис с возвращением к исходному одноцикловому режиму. Однако уже при $\alpha = 190$ жестко возбуждается трехцикловый режим другой топологии с каскадом удвоения периода, последующей потерей устойчивости. Этот процесс сменяется зарождением квазипериодических режимов, переходящих через сценарий удвоения периода к хаотическому движению системы.

На этом рисунке «линзой» отражен процесс чередования различных по топологии двухцикловых режимов при разных значениях петлевого коэффициента усиления.

Диаграмма эволюции коэффициента пульсаций K_{Π} , представленная в нижней части рис. 4, позволяет классифицировать предельные значения достижимого качества преобразования электроэнергии в такого рода структурах. В частности, размах пульсаций тока при хаотизации динамических режимов в многофазных преобразователях носит узкополосный характер, в отличие от систем с $n = 1$.

Наблюдаемое резкое снижение коэффициента пульсаций при увеличении α в районе малых α ($\alpha < 6$) объясняется тем, что в этой области с увеличением α возрастает среднее значение выходного тока при незначительном изменении абсолютной величины его пульсаций.

Размытость границ областей m -цикловых режимов на рис. 3, 4 обусловлена точностью определения периодичности того или иного режима.

Представленные диаграммы построены с допущением, что суммарный ток дросселей L_1 и L_2 , по которому оценивалась периодичность состояний системы, может иметь разброс $\Delta i_{\text{погр}} = 0,02$ А при величине тока, изменяющегося в диапазоне от 1 до 9,5 А в зависимости от управляющего напряжения. Этот разброс фактически является критерием оп-

ределения периодичности того или иного режима. Точная идентификация возможна, например, с применением методов анализа устойчивости Ляпунова [8], что позволит отнести рассматриваемый режим к периодическому или квазипериодическому.

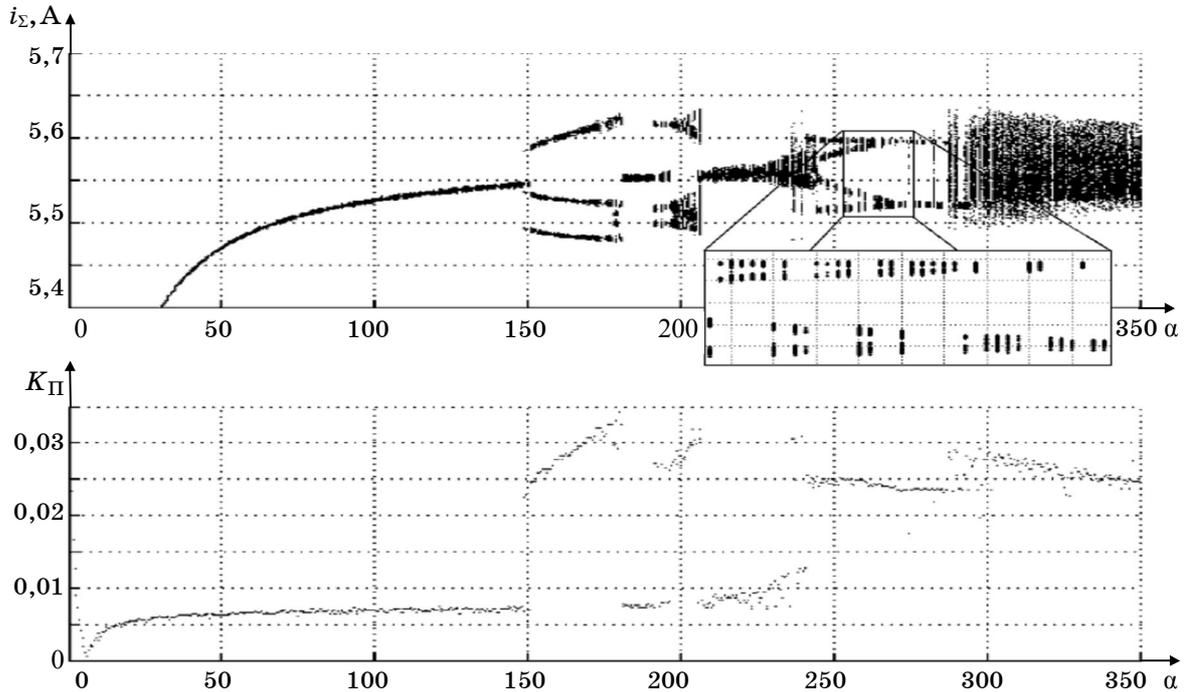


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма тока нагрузки двухфазного преобразователя ($n = 2$) и его коэффициента пульсаций

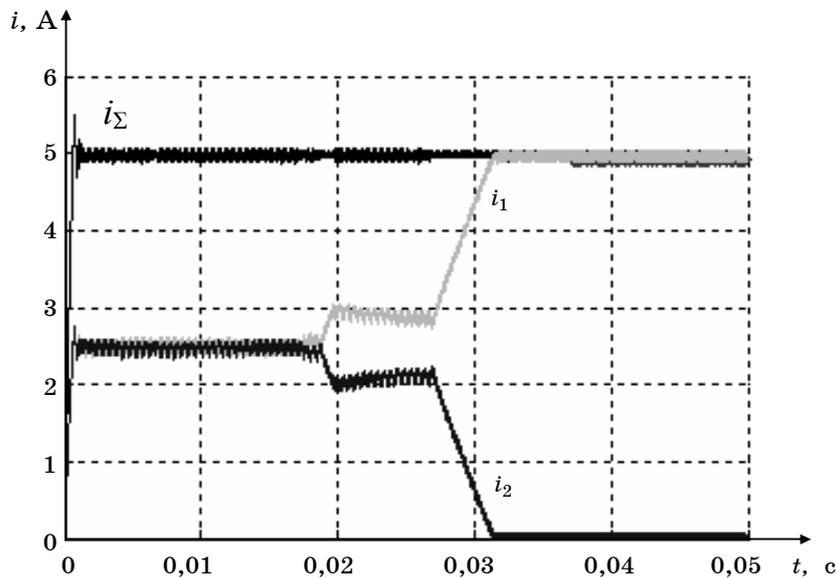


Рис. 5. Мгновенные значения токов фаз: i_1 , i_2 – токи фаз; $i_Σ$ – ток нагрузки

Одной из основных задач анализа многофазных структур является исследование возможности равномерного распределения мощности между ячейками, поскольку обеспечение требуемого уровня надежности предполагает непрерывный мониторинг загруженности всех ячеек и перераспределение мощности в случае отключения какой-либо из них. На рис. 5 приведен пример автоматического перераспределения токов между ячейками при достижении того же параметра $\alpha = 250$.

Можно видеть, что суммарный ток нагрузки величиной 5 А в интервале времени $0 < t < 0,018$ с равномерно распределен между двумя ячейками по 2,5 А, а затем одна

ячейка полностью разгружается при $t = 0,032$ с, а вторая перехватывает на себя весь ток нагрузки. Это явление неизбежно сопровождается лавинообразным развитием катастрофического отказа всей многофазной структуры преобразователя.

Для определения опасных, с этой точки зрения, параметров системы построена диаграмма существования установленного явления расхождения токов, приведенная на рис. 6. На диаграмме хорошо просматривается связь областей существования этого явления с областями существования различных режимов. В частности, области автоматического расхождения токов фаз, выделенные темным цветом, имеют место только при больших значениях коэффициента петлевого усиления α и, как правило, границы этих областей совпадают с областями хаотичных режимов, что, в общем случае, не должно влиять на функционирование преобразователя в рабочей области проектных параметров.

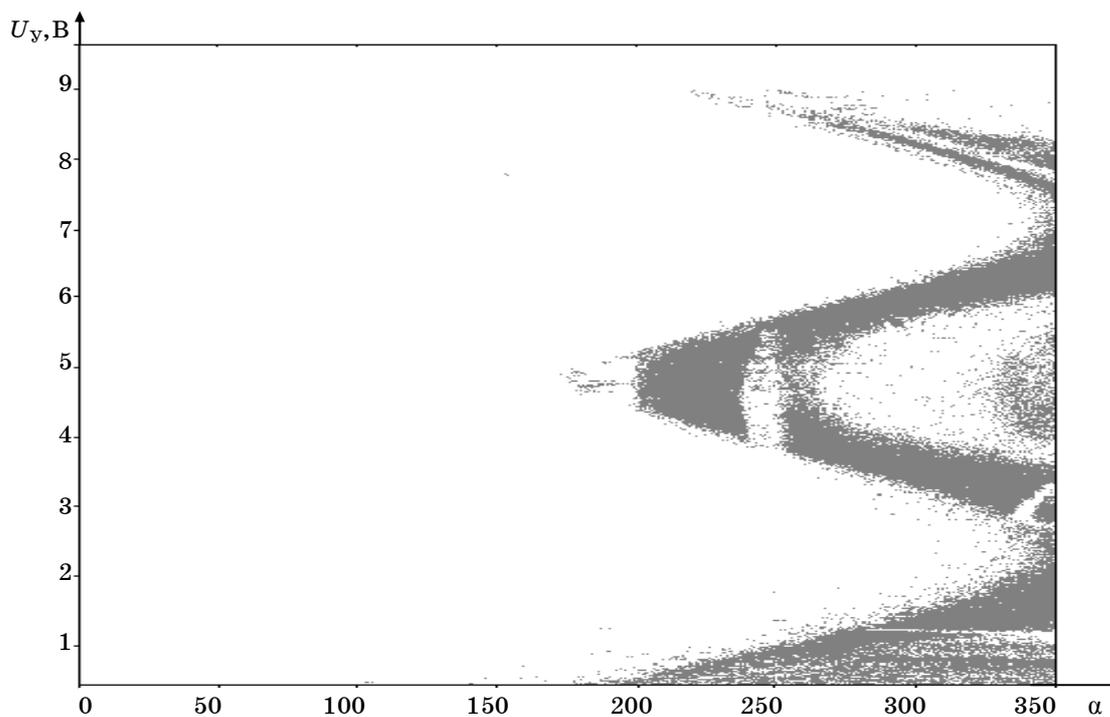


Рис. 6. Области существования режимов расхождения токов фаз

Выводы

1. Разработана численно-аналитическая модель замкнутой системы регулирования тока, выполненного из параллельно включенных преобразователей понижающего типа со смещенными относительно друг друга фазами коммутации ключей.

2. Расчеты показали, что по сравнению с $n = 1$ у двухфазного преобразователя ($n = 2$) расширяется область существования проектного режима более чем в три раза.

3. Установлен факт самопроизвольного перераспределения токов фаз при достижении значений коэффициента петлевого усиления областей существования хаотической динамики.

Полученные результаты позволяют уверенно проектировать «нормальные» [7] многофазные системы питания, не склонные к аномальным режимам функционирования.

Литература

1. Кобзев А.В. Многозонная импульсная модуляция. Теория и применение в системах преобразования электрической энергии. – Новосибирск: Наука, 1979. – 304 с.
2. Кобзев А.В. Модуляционные источники питания РЭА / А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко, Н.М. Музыченко. – Томск: Радио и связь, Томский отдел, 1990. – 336 с.
3. Кобзев А.В. Нелинейная динамика полупроводниковых преобразователей / А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко, А.А. Андриянов, С.Г. Михальченко. – Томск: Том. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 224 с.
4. Андриянов А.И. Сравнительная характеристика различных видов ШИМ по топологии областей существования периодических режимов / А.И. Андриянов, Г.Я. Михальченко // Электричество. – 2004. – № 12. – С. 46–54.

5. Андриянов А.И. Математическое моделирование импульсных преобразователей напряжения на базе однополярной реверсивной модуляции / А.И. Андриянов, Г.Я. Михальченко // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2005. – № 1.

6. Tse C.K. Flip Bifurcation and Chaos in Three-State Boost Switching Regulators // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Theory and Applications. – 1994. – Vol. CAS-41, No. 1, Jan. – P. 16–23.

7. Баушев В.С. О недетерминированных режимах функционирования стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием / В.С. Баушев, Ж.Т. Жусубалиев // Электричество. – 1992. – № 8. – С. 47–53.

8. Алейников О.А., Исследование локальной устойчивости периодических режимов в нелинейных импульсных системах / О.А. Алейников, В.С. Баушев, А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко // Электричество. – 1991. – № 4. – С. 16–21.

Гаврилов Андрей Александрович

Аспирант ТУСУРа

Эл. почта: andrey_gavrilov@live.ru

Михальченко Геннадий Яковлевич

Д-р техн. наук, профессор каф. промышленной электроники ТУСУРа

директор НИИ промышленной электроники

Тел.: (382-2) 41-32-32

Эл. почта: kpe-tusur@yandex.ru

Михальченко Сергей Геннадьевич

Канд. техн. наук, доцент каф. промышленной электроники ТУСУРа

Тел.: 8-913-826-09-07

Эл. почта: msg@ie.tusur.ru

A.A. Gavrilov, G.Ya. Mikhailchenko, S.G. Mikhailchenko

Nonlinear dynamics of converters with multiphase pulse modulation

The mathematical model and results of modeling of the closed system of current regulation on the basis of parallel-included converters of lowering type are considered, phases of keys switching are displaced from each other.

Keywords: a modular principle of construction of power converters, multiphase pulse modulation, the decision of the nonlinear differential equations of dynamics, bifurcational analysis of the established modes of system functioning.