УДК 537.874.6

А.Г. Дмитренко, Е.П. Гольцварт

Рассеяние плоской электромагнитной волны на тонком диэлектрическом цилиндре

Предложен вариант метода вспомогательных источников для численного решения задачи электромагнитного рассеяния на тонком диэлектрическом цилиндре. Дана математическая формулировка варианта. Приведены некоторые результаты численных расчетов.

Ключевые слова: метод вспомогательных источников, диэлектрический цилиндр, сечение рассеяния.

Задача рассеяния электромагнитной волны на тонком диэлектрическом цилиндре представляет интерес для исследователей, занимающихся решением таких проблем как влияние диэлектрических объектов на характеристики антенн, снижение радиолокационной заметности и др. Сама по себе эта задача не является новой. Например, она рассматривалась в работе [1]. Чаще всего для решения этой задачи использовался метод интегральных уравнений, которые затем решались методом моментов с применением различного вида сеток. Такая техника является чрезвычайно громоздкой и является оправданной для объемных неоднородных диэлектрических тел. Для тонких рассеивателей представляется целесообразным использовать более простые методы решения, изначально использующие специфику рассеивателя.

В данной статье для численного решения задачи электромагнитного рассеяния на тонком диэлектрическом цилиндре предложен вариант метода вспомогательных источников.

Геометрия задачи показана на рис. 1. Рассматривается стационарная задача дифракции электромагнитного поля $\{\vec{E}_0,\vec{H}_0\}$ на прямолинейном тонком диэлектрическом цилиндре D_i длины l с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_i и μ_i, ограниченном поверхностью S (зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$). Под тонким цилиндром будем понимать цилиндр круглого сечения со скругленными торцами, диаметр которого мал по сравнению с его длиной и длиной волны в диэлектрике. Цилиндр размещен в однородной безграничной среде D_e с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_e и μ_e. Требуется найти рассеянное поле $\{\vec{E}_e,\vec{H}_e\}$ в области D_e.

Математическая постановка задачи имеет следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}\nabla\times\vec{E}_e&=i\omega\mu_e\vec{H}_e\\ \nabla\times\vec{H}_e&=-i\omega\varepsilon_e\vec{E}_e\end{aligned}\right|_{D_e},\quad \left.\begin{aligned}\nabla\times\vec{E}_i&=i\omega\mu_i\vec{H}_i\\ \nabla\times\vec{H}_i&=-i\omega\varepsilon_i\vec{E}_i\end{aligned}\right|_{D_i},\qquad(1)$$

$$\left.\begin{aligned}\vec{n}\times\left(\vec{E}_i-\vec{E}_e\right)&=\vec{n}\times\vec{E}_0\\ \vec{n}\times\left(\vec{H}_i-\vec{H}_e\right)&=\vec{n}\times\vec{H}_0\end{aligned}\right|_{S},\qquad(2)$$

$$\left\{\sqrt{\varepsilon_e}\vec{E}_e;\sqrt{\mu_e}\vec{H}_e\right\}\times\vec{R}/R+$$
$$+\left\{\sqrt{\mu_e}\vec{H}_e;-\sqrt{\varepsilon_e}\vec{E}_e\right\}=O\left(R^{-1}\right),\ R\to\infty,\qquad(3)$$

где $\vec{E}_e,\vec{H}_e$ и $\vec{E}_i,\vec{H}_i$ – поля вне и внутри диэлектрического цилиндра; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности цилиндра S, $R=\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}$; $\vec{a}\times\vec{b}$ – векторное произведение.

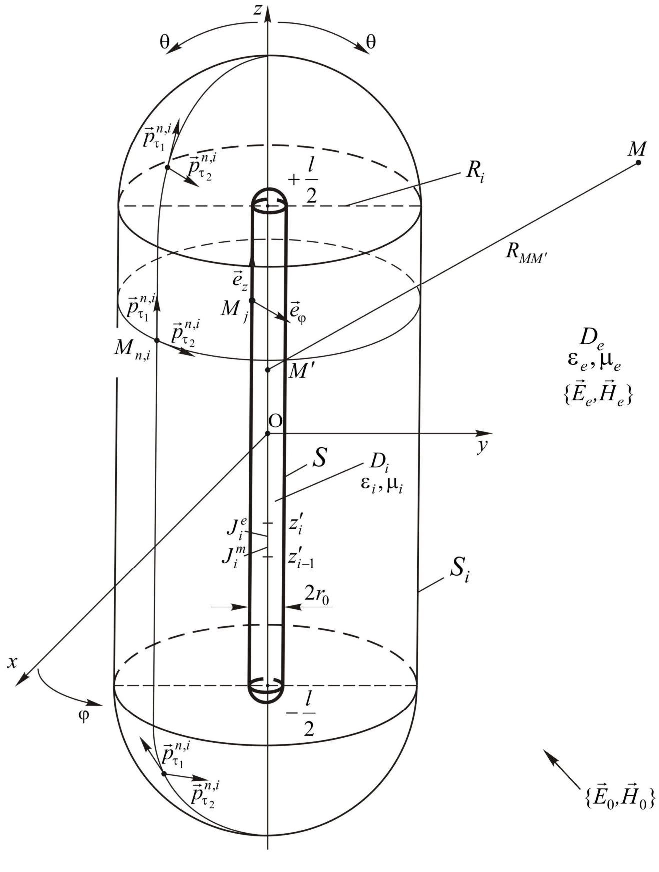

Рис. 1. Геометрия задачи

Суть предлагаемого варианта метода вспомогательных источников заключается в следующем. Разместим внутри цилиндра на его оси непрерывно распределенные вспомогательные электрический и магнитный токи $\vec{J}^e$ и $\vec{J}^m$. Представим неизвестное рассеянное поле $\left\{\vec{E}_e,\vec{H}_e\right\}$ во внешней среде D_e в виде суммы полей введенных вспомогательных токов:

$$\vec{E}_e(M)=\frac{i\omega}{k_e^2}\nabla\times\left(\nabla\times\vec{\Pi}^e\right)-\frac{1}{\varepsilon_e}\nabla\times\vec{\Pi}^m ,$$

$$\vec{H}_e(M)=\frac{1}{\mu_e}\nabla\times\vec{\Pi}^e+\frac{i\omega}{k_e^2}\nabla\times\left(\nabla\times\vec{\Pi}^m\right),$$

$$\vec{\Pi}^e=\int\limits_{-l/2}^{l/2}\Psi_e(M,M')\vec{J}^e(z')dz' ,\quad \vec{\Pi}^m=\int\limits_{-l/2}^{l/2}\Psi_e(M,M')\vec{J}^m(z')dz' . \qquad (4)$$

В выражениях (4) $\Psi_e(M,M')=\exp(ik_eR_{MM'})/4\pi R_{MM'}$; $k_e=\omega(\varepsilon_e\,\mu_e)^{1/2}$; $R_{MM'}$ – расстояние от точки M' на оси цилиндра до точки наблюдения M в D_e; $\vec{J}^e$, $\vec{J}^m$ – неизвестные осевые вспомогательные токи; интегрирование проводится вдоль оси цилиндра.

Для представления поля $\left\{\vec{E}_i,\vec{H}_i\right\}$ внутри диэлектрического цилиндра введем вспомогательную поверхность S_i (см. рис. 1), охватывающую цилиндр. Поверхность S_i также представляет собой круговой цилиндр со сферическими скругленными торцами; радиус цилиндра равен R_i, его длина равна длине рассеивающего цилиндра l. Выберем на вспомогательной поверхности S_i конечную совокупность точек $\left\{M_{n,i}\right\}_{n=1}^{N_i}$, в каждой из которых разместим пару независимых вспомогательных электрических диполей с моментами $\vec{p}_{\tau_1}^{n,i}=p_{\tau_1}^{n,i}\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}$ и $\vec{p}_{\tau_2}^{n,i}=p_{\tau_2}^{n,i}\vec{e}_{\tau_2}^{n,i}$. Единичные векторы $\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}$ и $\vec{e}_{\tau_2}^{n,i}$ выбраны в плоскости, касательной к S_i в точке $M_{n,i}$; вектор $\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}$ расположен в сечении $\varphi=\text{const}$, проходящем через точку $M_{n,i}$, а вектор $\vec{e}_{\tau_2}^{n,i}$ выбран ортогональным вектору $\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}$. Предполагается, что диполи, размещенные на S_i, излучают в однородную среду с параметрами ε_i, μ_i.

Представим неизвестное поле $\left\{\vec{E}_i,\vec{H}_i\right\}$ внутри диэлектрического цилиндра в виде суммы полей введенных вспомогательных диполей:

$$\vec{E}_i(M)=\frac{i\omega}{k_i^2}\sum_{n=1}^{N_i}\nabla\times\left(\nabla\times\vec{\Pi}_{n,i}\right),\quad \vec{H}_i(M)=\frac{1}{\mu_i}\sum_{n=1}^{N_i}\nabla\times\vec{\Pi}_{n,i} ,$$

$$\vec{\Pi}_{n,i}=\Psi_i(M,M_{n,i})\vec{p}_\tau^{n,i} , \qquad (5)$$

$$\vec{p}_\tau^{n,i}=p_{\tau_1}^{n,i}\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}+p_{\tau_2}^{n,i}\vec{e}_{\tau_2}^{n,i} ,\quad M\in D_i .$$

В выражениях (5) $\Psi_i(M,M_{n,i})=\exp\left(ik_iR_{MM_{n,i}}\right)/4\pi R_{MM_{n,i}}$, $R_{MM_{n,i}}$ – расстояние от точки $M_{n,i}$ на вспомогательной поверхности S_i до точки M в D_i; $k_i=\omega\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}$; N_i – число точек размещения диполей на S_i; $p_{\tau_1}^{n,i}$, $p_{\tau_2}^{n,i}$ $(n=1,2,\ldots,N_i)$ – неизвестные дипольные моменты.

Представления (4), (5) удовлетворяют уравнениям Максвелла (1) и условиям излучения (3). Для того чтобы удовлетворить граничным условиям (2), необходимо соответствующим образом выбрать значения дипольных моментов $p_{\tau_1}^{n,i}$, $p_{\tau_2}^{n,i}$ $(n=1,2,\ldots,N_i)$ и распределения осевых токов $\vec{J}^e$ и $\vec{J}^m$.

Введем кусочно-постоянную аппроксимацию осевых токов. Разобьем осевую линию на N малых участков, в пределах каждого из которых ток можно считать постоянным. Тогда с учетом того, что осевая линия направлена вдоль оси z, выражения для $\vec{\Pi}^e$ и $\vec{\Pi}^m$ в (4) приближенно можно записать в виде

$$\vec{\Pi}^e = \left(\sum_{i=1}^{N} J_i^e \int_{z_{i-1}}^{z_i} \Psi_e(M, M') dz' \right) \vec{e}_z , \quad (6)$$

$$\vec{\Pi}^m = \left(\sum_{i=1}^{N} J_i^m \int_{z_{i-1}}^{z_i} \Psi_e(M, M') dz' \right) \vec{e}_z ,$$

где J_i^e, J_i^m – величины элементов электрического и магнитного токов на i-м участке осевой линии; $\vec{e}_z$ – орт оси z; $M' \in \lfloor z_{i-1}, z_i \rfloor$. При таком подходе определение каждого из неизвестных распределений осевых токов сводится к нахождению значений N элементов тока.

Для определения величин дипольных моментов и элементов токов используем граничные условия (2), удовлетворяя им в соответствии с методом коллокаций.

Пусть M_j $(j = 1,2,\ldots,L)$ – точки коллокации на поверхности диэлектрического цилиндра S; L – число точек коллокации на S. Тогда для нахождения неизвестных $p_{\tau_1}^{n,i}$, $p_{\tau_2}^{n,i}$ $(n = 1,2,\ldots,N_i)$ и J_i^e, J_i^m $(i = 1,2,\ldots,N)$ получим следующую систему линейных алгебраических уравнений с комплексной матрицей размерностью $4L \times (2N + 2N_i)$:

$$\vec{n}^j \times \left(\vec{E}_i^j - \vec{E}_e^j \right) = \vec{n}^j \times \vec{E}_0^j ,$$

$$\vec{n}^j \times \left(\vec{H}_i^j - \vec{H}_e^j \right) = \vec{n}^j \times \vec{H}_0^j , \; j = 1,2,\ldots,L , \quad (7)$$

где $\vec{n}^j$ – значение единичного вектора нормали к точке M_j на поверхности диэлектрического тела; $\vec{E}_e^j$, $\vec{H}_e^j$ и $\vec{E}_i^j$, $\vec{H}_i^j$ – значения компонент внешнего и внутреннего полей в точке M_j; $\vec{E}_0^j$, $\vec{H}_0^j$ – значения компонент возбуждающего поля в этой же точке.

Решение системы (7) определяем путем минимизации функции

$$\Phi = \sum_{j=1}^{L} \left\{ \left| \vec{n}^j \times \left(\vec{E}_i^j - \vec{E}_e^j \right) - \vec{n}^j \times \vec{E}_0^j \right|^2 + \frac{\mu_e}{\varepsilon_e} \left| \vec{n}^j \times \left(\vec{H}_i^j - \vec{H}_e^j \right) - \vec{n}^j \times \vec{H}_0^j \right|^2 \right\} . \quad (8)$$

После решения задачи минимизации (определения неизвестных дипольных моментов $p_{\tau_1}^{n,i}$, $p_{\tau_2}^{n,i}$ $(n = 1,2,\ldots,N_i)$ и элементов тока J_i^e, J_i^m $(i = 1,2,\ldots,N)$) необходимые характеристики рассеянного поля определяются из (4).

На основе изложенного выше подхода создана компьютерная программа, которая использована для расчета характеристик рассеяния цилиндров различной длины, имеющих различные значения относительной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_i/\varepsilon_e$. На рис. 2 в качестве примера приведена зависимость сечения обратного рассеяния от длины цилиндра, выраженной в длинах волн ($k_e = 2\pi/\lambda$, λ – длина падающей волны). Цилиндр возбуждается плоской волной, вектор $\vec{E}_0$ которой ориентирован вдоль оси цилиндра. Радиус цилиндра $k_e r_0 = 0{,}1$, $\mu_i/\mu_e = 1$. Кривая *1* относится к цилиндру с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_i/\varepsilon_e = 4$, кривые *2* и *3* – к цилиндрам, для которых $\varepsilon_i/\varepsilon_e = 10$ и 20, соответственно. Параметры метода выбраны следующие: $k_e R_i = 2$, $N_i = 260$, $N = 30$, $L = 120$.

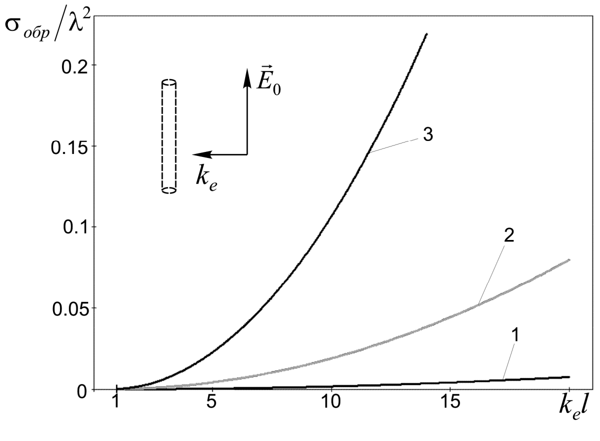

Рис. 2. Зависимость сечения обратного рассеяния от длины цилиндра

Таким образом, в данной статье для численного решения задачи электромагнитного рассеяния на тонком диэлектрическом цилиндре предложен вариант метода вспомогательных источников. Дана математическая формулировка предложенного варианта. Представлены некоторые результаты численных расчетов, характеризующие зависимость сечения обратного рассеяния от длины цилиндра.

Литература

1. Richmond J.H. Digital computer solutions of the rigorous equations for scattering problems // Proc. IEEE. – 1965. – V. 53, № 8. – P. 796–804.

Дмитренко Анатолий Григорьевич
Д-р физ.-мат. наук, проф. каф. исследования операций
Научно-исследовательского Томского государственного университета (НИТГУ)
Тел.: (382-2) 41-31-69
Эл. почта: dmitr@fpmk.tsu.ru

Гольцварт Евгений Павлович
Аспирант каф. исследования операций НИТГУ
Тел.: +7-923-417-73-39
Эл. почта: gep@sibmail.com

Dmitrenko A.G., Goltsvart E.P.

Scattering of the plane electromagnetic wave by thin dielectric cylinder

An alternative of the auxiliary sources method for numerical solution of the problem of electromagnetic scattering by thin dielectric cylinder is suggested. The mathematical formulation of the alternative is given. Some results of the numerical calculations are presented.

Keywords: auxiliary sources method, dielectric cylinder, scattering cross-section.
