УДК 621.396.41

Л.Л. Егоров, В.А. Кологривов, С.В. Мелихов

Методика коррекции зон обслуживания базовых станций при оптимизации сотовой структуры сетей связи

Сформулирована нелинейная задача расчета зон покрытия базовых станций сотовой сети стандарта GSM на основе метода линеаризации нелинейных систем алгебраических уравнений Ньютона-Рафсона по заданной двумерной плотности распределения абонентов на местности. Приведена оценка эффективности предложенного метода при решении задач планирования и оптимизации сети.

Ключевые слова: метод наименьших квадратов, нелинейная задача, итерационный алгоритм, базовая станция, зона покрытия.

Введение

На рис. 1 представлено расположение БС неоднородного кластера размерностью $q = 4$.

Для взаимной увязки зон обслуживания БС в кластере произвольной конфигурации, исходя из геометрических предпосылок, можно составить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) [1, 2]:

$$\mathbf{A} \cdot r = d , \quad (1)$$

где $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ – матрица эластичности (МЭ) зон обслуживания, т.е. матрица эластичных коэффициентов, структура и физический смысл которых пояснены ниже; $\mathbf{r} = |r_i|$ – вектор-столбец неизвестных, соответствующих радиусам круговых зон обслуживания; $\mathbf{d} = |d_i|$ – вектор известных расстояний (пролетов) между соседними БС.

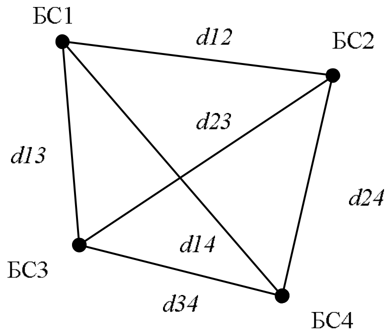

Рис. 1. Неоднородная конфигурация кластера размерностью q=4

Как следует из (1), радиусы зон покрытия r_i зависят как от коэффициентов матрицы эластичности a_{ij}, так и от компонентов вектора расстояний d_j.

Решением (1) является вектор-столбец радиусов зон обслуживания БС:

$$\mathbf{r} = \mathbf{A}^{-1} \cdot d , \quad (2)$$

где $\mathbf{A}^{-1}$ – обратная матрица эластичности.

Анализ показал, что наилучшим вариантом структуры коэффициентов матрицы эластичности a_{ij} является следующий:

$$a_{ij} = k \cdot \frac{y_i}{y_i + y_j}, \quad (3)$$

где k – коэффициент покрытия кластера ($k \approx 2$, k – var); y_i, y_j – вариационные коэффициенты, косвенно характеризующие нормированную интенсивность трафика (нагрузки) i-й и j-й БС соответственно ($y_i \le 1, y_j \le 1$).

Таким образом, структура m-го уравнения в системе 1, описывающая m-й пролет между БС, имеет вид

$$a_{mi} \cdot r_i + a_{mj} \cdot r_j = \frac{k \cdot y_i}{y_i + y_j} \cdot r_i + \frac{k \cdot y_j}{y_i + y_j} \cdot r_j = d_m . \quad (4)$$

Предложенная методика пригодна к решению задач планирования сотовых сетей, когда известны только расположения БС и только предполагаются величины трафиков. Применение данной методики к задачам оптимизации требует ее доработки. Основным отличием задачи оптимизации от задачи планирования является расчет зон обслуживания для функционирующей сети, которая характеризуется начальными данными: зоны обслуживания и соответствующие им трафики на БС. Очевидна также и неравномерность распределения абонентов в кластере.

На основе предположений о зависимости вариационных коэффициентов от нагрузок и радиусов зон обслуживания БС возникает вопрос о введении в систему уравнений величины, позволяющей в любой момент вычислять нагрузку на БС, соответствующую данному радиусу, т.е. необходима функциональная зависимость вариационных коэффициентов от трафика и радиуса зоны обслуживания БС. Сформулируем данную зависимость. Пусть некоторой БС соответствует трафик $A_{\text{сум}\_i}$, численно равный произведению

$$A_{\text{сум}\_i} = A_i \cdot m_i\,, \tag{5}$$

где $A_i = \langle \lambda \rangle \cdot \langle T \rangle$ – среднестатистический трафик одного абонента, равный произведению средней частоты вызовов λ и средней продолжительности одного обслуживания T; $m_i = \rho_i \cdot S_i$ – общее число абонентов на БС, равное произведению плотности абонентов ρ_i и площади обслуживания БС S_i.

Обозначив $A_{\text{сум}\_i}$ за вариационный коэффициент i-й БС, получим выражение, учитывающее зависимость соответствующего y_i от трафика и зоны обслуживания:

$$y_i = A_i \cdot \rho_i \cdot S_i\ . \tag{6}$$

В общем случае плотность распределения абонентов $\rho(x,y)$ в какой-либо соте является неравномерной. В этом случае выражение (6) приобретает вид

$$y_i(r_i) = A_i \cdot \iint\limits_{S_i} (x,y)\cdot dS_i\,, \tag{7}$$

соответственно, весовой коэффициент матрицы эластичности запишется в виде

$$a_{mi}(r_i,r_j) = \frac{k\cdot y_i(r_i)}{y_i(r_i)+y_j(r_j)} = \frac{k\cdot \iint\limits_{S_i}\rho(x,y)\cdot dS_i}{\iint\limits_{S_i}\rho(x,y)\cdot dS_i + \iint\limits_{S_j}\rho(x,y)\cdot dS_j}\,, \tag{8}$$

где S_i и S_j – площади зон обслуживания i-й и j-й БС. Структура уравнения m-го пролета примет вид

$$f_m(r_i,r_j) = \frac{k\cdot \iint\limits_{S_i}\rho(x,y)\cdot dS_i}{\iint\limits_{S_i}\rho(x,y)\cdot dS_i + \iint\limits_{S_j}\rho(x,y)\cdot dS_j}\cdot r_i + \frac{k\cdot \iint\limits_{S_j}\rho(x,y)\cdot dS_j}{\iint\limits_{S_i}\rho(x,y)\cdot dS_i + \iint\limits_{S_j}\rho(x,y)\cdot dS_j}\cdot r_j - d_m\,. \tag{9}$$

Объединяя уравнения пролетов для кластера БС, получаем в общем случае систему нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ)

$$F(r) = \mathbf{A}(r)\cdot\mathbf{R} - \mathbf{D} = 0\,, \tag{10}$$

где $F(r)$ – нелинейная вектор-функция; $\mathbf{A}(r)$ – матрица эластичности зон обслуживания БС; $\mathbf{D}$ – вектор расстояний пролетов БС; $\mathbf{R}$ – искомый вектор радиусов зон покрытия БС.

Следует отметить, что согласно структуре исходной системы уравнений, строки матрицы эластичности $A(r)$ имеют по два отличных от нуля элемента на пересечении с i-м и j-м столбцами, соответствующими номерам пары БС, образующих пролет.

Поскольку каждая БС может образовывать с другими несколько пролетов, то система уравнений кластера БС в общем случае может быть переопределенной, что требует выбора соответствующего метода решения. Все БС кластера должны присутствовать в системе уравнений, однако количество пролетов варьируется инженером-проектировщиком, исходя из первоначальных поставленных задач. В частности, исключение какого-либо пролета из системы может существенно перераспределить зоны покрытия в кластере.

Также особенностью предлагаемого алгоритма является итерационность процесса вычисления зон покрытий. Покажем это на примере. Допустим на БС1 кластера $q = 4$ (см. рис. 1) в результате миграции абонентов произошло увеличение трафика и возникли перегрузки. При этом на соседних БС2–БС4 произошло уменьшение трафика. Наилучшее решение данной задачи заключается не в установке дополнительных приемопередатчиков, а в перераспределении трафика с загруженной на простаивающие БС посредством изменения зон обслуживания в кластере.

Отметим, что подлежащий оптимизации кластер характеризуется первоначальными зонами обслуживания $\vec{r}_0$ и соответствующими трафиками на БС $\overrightarrow{A_0}$. Для перераспреления нагрузки на некоторой БС мы вносим изменения в $\overrightarrow{A_0}$ и получаем новый вектор зон обслуживания $\vec{r}_1$. Однако в связи с перераспределением зон обслуживания изменились и трафики на БС $\overrightarrow{A_1}$. В соответствии с изменением $\overrightarrow{A_1}$ необходим пересчет оптимальных зон обслуживания, в результате чего получаем $\vec{r}_2$. Таким образом, процесс расчета зон обслуживания при оптимизации является итерационным, и математическое описание системы производится нелинейными алгебраическими уравнениями.

Решение системы нелинейных алгебраических уравнений

Решение переопределенных СНАУ может быть реализовано различными методами. Наиболее известным является алгоритм Ньютона–Рафсона, основанный на линеаризации исходной нелинейной системы уравнений [3, 4] путем разложения нелинейной вектор-функции в окрестности предполагаемого решения в ряд Тейлора и удержании линейных членов ряда.

Для исходной СНАУ переопределенная линеаризованная система алгебраических уравнений может быть решена методом наименьших квадратов (МНК) или методом взвешенных наименьших квадратов (МВНК):

$$\Delta X^{(k)} = -\left[\mathbf{J}^T(X^{(k)}) \cdot \mathbf{J}(X^{(k)})\right]^{-1} \cdot \mathbf{J}^T(X^{(k)}) \cdot \mathbf{F}(X^{(k)}). \tag{11}$$

В результате итерационная запись метода Ньютона–Рафсона или нелинейного алгоритма МНК приобретает вид

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \left[\mathbf{J}^T(X^{(k)}) \cdot \mathbf{J}(X^{(k)})\right]^{-1} \cdot \mathbf{J}^T(X^{(k)}) \cdot \mathbf{F}(X^{(k)}). \tag{12}$$

Условие сходимости алгоритма и условие останова соответственно:

$$\left\|F(X^{(k+1)}\right\| \le \left\|F(X^{(k)}\right\|, \tag{13}$$

$$\left|\Delta X^{(k)}\right| \le \quad , \tag{14}$$

где ε – минимально значимая величина нормы вектора приращений.

Решение СНАУ требует проработки следующего ряда частных задач:

1) задание и аппроксимация двухмерной функции плотности распределения абонентов $\rho(x,y)$;

2) определение вариационных коэффициентов БС $y_l(r_i,r_j)$ и элементов матрицы эластичности $a_{li}(r_i,r_j)$ как функций радиусов зон обслуживания;

3) определение элементов матрицы частных производных (матрицы Якоби) нелинейных функций $j_{li} = \dfrac{\partial f_l}{\partial r_i}$, описывающих нагрузки в зависимости от радиусов зон обслуживания.

Задание двумерной функции плотности абонентов

С практической точки зрения у оператора сотовой связи нет полных данных, позволяющих однозначно задать функцию плотности абонентов. Поэтому при первоначальном проектировании сети возможно использовать данные о заселенности региона и функциональном назначении объектов, расположенных на территории (жилые зоны, зоны отдыха, рынки, стадионы, транспортные магистрали и т.д.). Исходя из этих данных, возможно первичное приближенное задание плотности абонентов.

В процессе эксплуатации сети функцию плотности абонентов возможно воспроизвести исходя из статистики с контроллера базовых станций.

Аппроксимацию дискретных данных о плотности распределения абонентов непрерывной двухмерной функцией произведем по сечениям осей x и y степенными полиномами (3–5)-го порядка с явным вычислением коэффициентов a_i, b_i [5, 6]. Шаг интерполяции по осям x и y выбирается исходя из обеспечения точности последующих этапов численного решения основной задачи, и в данном случае составляет порядка 100–200 м. Апроксимация полиномами с вычисляемыми коэффициентами предпочтительна в связи с возможностью применять эффективную схему Горнера для вычисления значений полиномов, а также при использовании на последующих этапах операций дифференцирования либо интегрирования.

Определение нагрузок БС как функции радиусов зон покрытия производится путем вычисления интегралов через частичные суммы $\sum_x \sum_y \rho(x_i, y_i) \cdot \Delta x_i \cdot \Delta y_i$ для нескольких значений радиусов при условии $\sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2} \le r_k$. Далее полученные для каждой БС значения интегралов интерполируются степенными полиномами $(3 \div 4)$-го порядка по переменной r_i в виде

$$y_i = y(r_i) = b_{0i} + b_{1i} \cdot r_i + b_{2i} \cdot r_i^2 + b_{3i} \cdot r_i^3, \qquad (15)$$

где индекс i определяет принадлежность к i-й БС. Коэффициенты интерполяции зависимостей нагрузок БС от радиусов зон покрытия целесообразно вычислить заранее до начала итерационного процесса, хранить в специально организованном массиве и использовать по мере необходимости в процессе итераций.

Элементы матрицы эластичности в используемом подходе определяются как отношение нагрузки текущей БС к сумме нагрузок БС, образующих пролет. Очевидно, что элементы матрицы эластичности являются функциями двух независимых переменных (радиусов r_i и r_j). Следовательно, каждый элемент матрицы эластичности необходимо интерполировать по независимым переменным r_i и r_j на каждом шаге итерации двумя полиномами вида:

$$\begin{aligned} a_{li}(r_i, r_{j\_\mathrm{const}}) &= c_{0i} + c_{1i} \cdot r_i + c_{2i} \cdot r_i^2 + c_{3i} \cdot r_i^3, \\ a_{li}(r_{i\_\mathrm{const}}, r_j) &= e_{0i} + e_{1i} \cdot r_j + e_{2i} \cdot r_j^2 + e_{3i} \cdot r_j^3, \end{aligned} \qquad (16)$$

$$\begin{aligned} a_{lj}(r_j, r_{i\_\mathrm{const}}) &= e_{0j} + e_{1j} \cdot r_j + e_{2j} \cdot r_j^2 + e_{3j} \cdot r_j^3, \\ a_{lj}(r_{j\_\mathrm{const}}, r_i) &= c_{0j} + c_{1j} \cdot r_i + c_{2j} \cdot r_i^2 + c_{3j} \cdot r_i^3. \end{aligned} \qquad (17)$$

Здесь: r_{i_const}, r_{j_const} – значения радиусов i-й и j-й БС на текущем шаге итерации.

Определение элементов матрицы частных производных не представляет труда, так как элементы матрицы эластичности выражены степенными полиномами по переменным r_i при r_{j_const} и r_j при r_{i_const}

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_l}{\partial r_i} &= \left(a_{li}(r_i, r_{j\_\mathrm{const}}) \cdot r_i + a_{lj}(r_{j\_\mathrm{const}}, r_i) \cdot r_j \right)' = \\ &= c_{0i} + 2 \cdot c_{1i} \cdot r_i + 3 \cdot c_{2i} \cdot r_i^2 + 4 \cdot c_{3i} \cdot r_i^3 + c_{0j} + 2 \cdot c_{1j} \cdot r_j + 3 \cdot c_{2j} \cdot r_j^2 + 4 \cdot c_{3j} \cdot r_j^3, \end{aligned} \qquad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_l}{\partial r_j} &= \left(a_{li}(r_{i\_\mathrm{const}}, r_j) \cdot r_i + a_{lj}(r_j, r_{i\_\mathrm{const}}) \cdot r_j \right)' = \\ &= e_{0i} + 2 \cdot e_{1i} \cdot r_i + 3 \cdot e_{2i} \cdot r_i^2 + 4 \cdot e_{3i} \cdot r_i^3 + e_{0j} + 2 \cdot e_{1j} \cdot r_j + 3 \cdot e_{2j} \cdot r_j^2 + 4 \cdot e_{3j} \cdot r_j^3. \end{aligned} \qquad (19)$$

Заключение

Решение поставленных частных задач позволило решить основную нелинейную задачу расчета зон оптимального покрытия при неравномерной плотности распределения абонентов. Предлагаемый алгоритм для оптимизации сетей адекватно учитывает особенности произвольной конфигурации кластера с произвольной плотностью абонентов.

Литература

1. Егоров Л.Л. Алгоритм расчета зон покрытия базовых станций сотовой связи / Л.Л. Егоров, В.А. Кологривов // Доклады ТУСУРа (Томск). – 2007. – № 2(16). – С. 157–162.

2. Егоров Л.Л. Алгоритм расчета зон покрытия базовых станций сотовой связи / Л.Л. Егоров, В.А. Кологривов, С.В. Мелихов // Доклады ТУСУРа (Томск). – 2009. – № 1(19). – С. 15–21.

3. Влах И. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем: пер. с англ. / И. Влах, К. Сингхал. – М.: Радио и связь, 1988. – 560 с.

4. Иванов В.В. Методы вычислений на ЭВМ: Справ. пособие. – Киев: Наукова думка, 1986. – 543 с.

5. Волков Е.А. Численные методы. – М.: Наука, 1982. – 254 с.

6. Левитин А. Алгоритмы. Введение в разработку и анализ. – М.: Вильямс, 2006. – 576 с.

Егоров Леонид Леонидович
Аспирант каф. средств радиосвязи ТУСУРа
Тел.: 41-37-09
Эл. почта: Yegoroff@sibmail.com

Кологривов Василий Андреевич
Канд. техн. наук, доцент каф. средств радиосвязи ТУСУРа
Тел.: 41-37-09
Эл. почта: mrc@main.tusur.ru

Мелихов Сергей Всеволодович
Проф., д-р техн. наук, зав. каф. средств радиосвязи ТУСУРа
Тел.: 41-37-09
Эл. почта: mrc@main.tusur.ru

Yegorov L.L., Kologrivov V.A., Melihov S.V.
The calculation of base station coverage area for optimization of cell structure of communication networks

The statement of nonlinear problem of calculation of base station coverage area of GSM cellular network, which is based on the linearization of the Newton-Raphson nonlinear systems of algebraic equations by the given two-dimensional density of subscribers location, is given. The efficiency of the suggested method for solution of network planning and optimization problems is evaluated.
Keywords: least squares method, nonlinear problem, iterative algorithm, base station, coverage area.