

УДК 621.396.24(04)

И.В. Романов

## Генерация и приём хаотических сигналов высокочастотного диапазона динамической системой с нелинейностью в виде композиции парабол

Построена математическая модель генератора детерминированного хаоса. Указаны условия устойчивости статических состояний и возникновения динамики. Экспериментально реализован макет устройства связи с хаотической несущей и исследован генератор для него. Описаны лабораторные эксперименты и наблюдавшиеся сценарии перехода к хаосу, которые подтверждают ранее полученные теоретические выводы.

**Ключевые слова:** генератор детерминированного хаоса, нелинейное подмешивание, синхронный хаотический отклик.

В радиофизике, радиотехнике и оптике сформулирован ряд важных практических задач, для решения которых требуются источники сигналов, занимающих широкий частотный диапазон и имеющих высокую спектральную плотность. Потребность в источниках широкополосных колебаний обусловлена возможностью построения на их основе систем: радиопротиводействия и радиомаскировки, шумовой радиолокации, конфиденциальной связи, сверхбыстродействующей радиосвязи, криптографических структур [1, 2]. Коммуникационные системы с хаотической несущей используют два типа приёмников: когерентные и некогерентные [3, 4]. *Некогерентные* приёмники используют статистические свойства приходящего из канала связи сигнала для извлечения информации. *Когерентные* приёмники представляют собой системы, аналогичные генераторам хаотических сигналов в передатчиках, либо её фрагменты. Они способны синхронизоваться с передатчиком, а потому позволяют извлекать сообщение из принимаемого хаотического сигнала.

Автор изучает предложенную конструкцию системы связи с хаотической несущей, ориентированную на передачу сигналов ВЧ-диапазона [5]. В ней используется генератор детерминированного хаоса (ГДХ), содержащий нелинейный элемент с передаточной характеристикой в виде композиции трёх парабол и двух квазипарабол. Особенностью её оказывается возможность управления динамическими режимами. Ввод информации производится методом нелинейного подмешивания информационного сигнала к хаотическому и применяется *когерентный* приёмник, построенный на основе декомпозиции передатчика, т.е. ГДХ.

**Структура, математическая модель ГДХ и системы связи на его основе.** На рис. 1, а изображена структура системы связи. Передатчик 1 представляет собой генератор детерминированного хаоса, который состоит из нелинейного усилителя и контура обратной связи, образующих кольцо. Нелинейный усилитель содержит: регулируемый усилитель (РУ), схему смещения (СМ), нелинейный элемент (НЭ). Передаточная характеристика нелинейного элемента представлена композицией трёх парабол и двух инверсных квазипарабол (рис. 1, б). Контур обратной связи включает в себя: фильтр нижних частот первого порядка (ФНЧ), фильтр высоких частот первого порядка (ФВЧ) и линию задержки (ЛЗ). Ввод сообщения в передатчик осуществляется с помощью сумматора, расположенного на входе в РУ. Таким образом, информационный сигнал, проходя последовательно контур обратной связи в ГДХ, участвует в формировании его сложной динамики. Полученный хаотический сигнал, содержащий сообщение, выводится в канал связи с выхода сумматора. Канал связи 2 связывает передатчик 1 и приёмник 3. Его передаточная характеристика описывается функцией  $\psi$ , которая учитывает искажения и шумы в канале связи. Приёмник 3 использует явление синхронного хаотического отклика [1] для восстановления сообщения из хаотического сигнала.

В идеальном случае идентичности параметров 1 и 3, а также при отсутствии искажений в канале связи сигнал на выходе ЛЗ в приёмнике в точности повторяет таковой в передатчике – независимо от наличия информационного сигнала и его воздействия на динамику процессов в ГДХ. И вычитание в 3 сигнала с выхода ЛЗ из сигнала, пришедшего на вход приёмника, восстанавливает информационное сообщение.

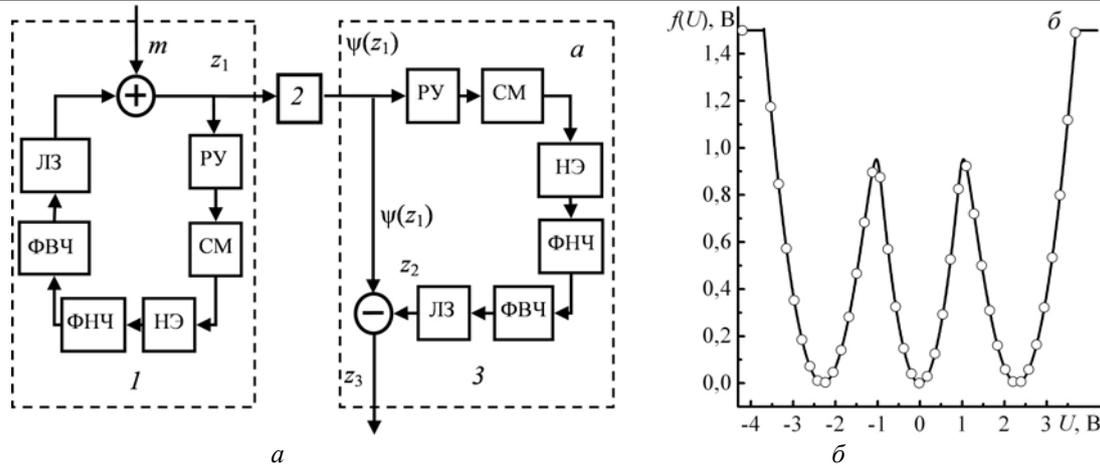


Рис. 1. Система связи с нелинейным подмешиванием в передатчике и синхронным хаотическим откликом в приёмнике: *a* – структура: 1 – передатчик, 2 – канал связи, 3 – приёмник; *б* – вольт-вольтная передаточная характеристика нелинейного элемента

Систему связи можно описать системой дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{f(D_1 + K_1(z_1(t))) - x_1(t)}{T_1}, \quad \frac{dy_1(t)}{dt} = \frac{x_1(t) - y_1(t)}{T_2}, \quad (1)$$

где  $z_1(t) = x_1(t - \tau) - y_1(t - \tau) + m(t)$ ,  $z_2(t) = x_2(t - \tau) - y_2(t - \tau)$ ,  $z_3 = \psi(z_1(t)) - z_2(t)$ .

В модели (1) первые два уравнения описывают сигнал в передатчике, вторые – в приёмнике. Переменные  $x_1$  и  $y_1$  ( $x_2$  и  $y_2$ ) – падения напряжений на конденсаторах в ФНЧ- и ФВЧ-передатчика (приёмниках);  $z_1$  ( $z_3(t)$ ) – напряжение на выходе сумматора передатчика (вычитателя приёмника);  $z_2(t)$  – сигнал на выходе ЛЗ в приёмнике;  $m(t)$  – сообщение;  $T_1, T_2$  ( $T_3, T_4$ ) – постоянные времени ФНЧ и ФВЧ в передатчике (приёмнике);  $K_1$  ( $K_2$ ) – коэффициент усиления регулируемого усилителя в передатчике (приёмнике);  $D_1$  ( $D_2$ ) – напряжение постоянного смещения в НУ передатчика (приёмника). Далее величины с размерностью времени будем приводить к безразмерному виду, нормируя к значению  $T_1$ .

**Анализ условий сохранения статических состояний в генераторе**

Два первых уравнения в (1) описывают динамику в передатчике (генераторе). Записав характеристическое уравнение (2) для последних, можно получить условие возбуждения колебаний:

$$\lambda + 1 - K \cdot f'(\alpha) \cdot e^{\left(\frac{\lambda \tau}{T_1}\right)} \pm \sqrt{\left(K \cdot f'(\alpha) \cdot e^{\left(\frac{\lambda \tau}{T_1}\right)}\right)^2 + K \cdot f'(\alpha) \cdot e^{\left(\frac{\lambda \tau}{T_2}\right)}} = 0, \quad (2)$$

где  $\alpha = D = U$  задаёт рабочую точку на вольт-вольтной передаточной характеристике нелинейного элемента (рис. 1, б). Знак реальной части характеристического показателя Ляпунова  $Re \lambda$  отвечает за устойчивость статических состояний в системе. Если  $Re \lambda < 0$ , то состояние динамической системы считается устойчивым, т.е. любое возникшее колебание в ГДХ с течением времени исчезает. Напротив, если  $Re \lambda > 0$ , то малейшая флуктуация способна привести ГДХ в динамический режим. Уравнение (2) является трансцендентным, поэтому общее (аналитическое) исследование колебательных процессов в ГДХ представляет собой трудоёмкую задачу. В ряде случаев с определённой точностью можно найти условия возбуждения ГДХ и устойчивости состояний ДС. Так, при  $K = 0$  или  $df(\alpha)/d\alpha = 0$  существует одно решение  $Re \lambda = -1$ , которое является устойчивым.

На рис. 2 приведены результаты расчёта  $Re \lambda$  на плоскости параметров  $D - K$ . Белым цветом обозначены устойчивые состояния ( $Re \lambda < 0$ ). Оттенкам серого цвета соответствуют положительные значения  $Re \lambda$ . Карты на рис. 2 построены в порядке увеличения времени задержки  $\tau$  в контуре обратной связи; рис. 2, а является крайним случаем ( $\tau = 0$ ), большая область в нём является устойчивой (белый цвет). Участки с неустойчивым состоянием расположены в области параметров  $D$ , соответствующей восходящему участку на передаточной характеристике НЭ  $f'(\alpha) > 0$ ). В данном случае

выполняется условие баланса фаз и амплитуд для единственной частоты  $\omega_0 = 1/(T_1 T_2)^{1/2}$ . Эти участки неустойчивости располагаются вблизи линий, где  $f'(\alpha) = 0$ .

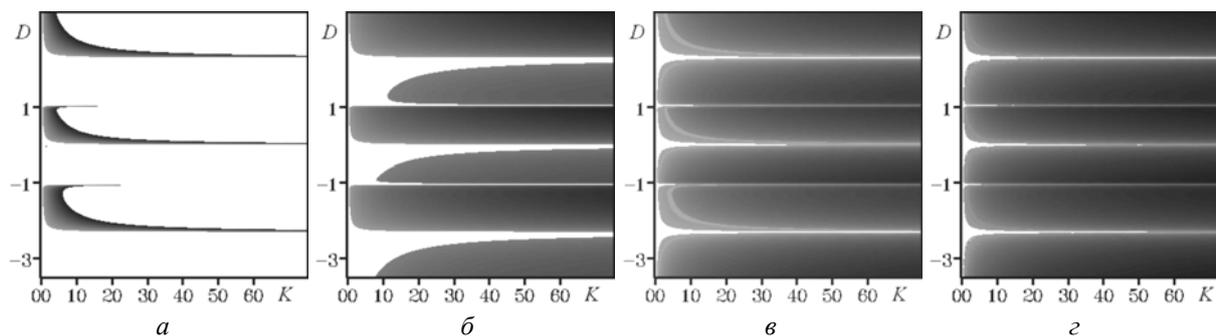


Рис. 2. Карты распределения  $\text{Re } \lambda$  для статических состояний в модели (1) ГДХ на плоскости  $D - K$  при  $T_1=1$  (ФНЧ),  $T_2=7$  (ФВЧ);  $a - \tau = 0,05$ ;  $b - \tau = 0,5$ ;  $v - \tau = 30$ ;  $z - \tau = 1000$

Наличие задержки в контуре обратной связи влечёт кардинальное изменение в структуре областей устойчивости и неустойчивости статических состояний. Уже при величине задержки  $\tau = 0,05$  (рис. 2, б) неустойчивые области заполняют большую часть карты на плоскости  $D \times K$ . Тем не менее области белого цвета остаются асимметричными относительно линий  $f'(\alpha) = 0$ . Области, расположенные на падающем участке передаточной характеристики нелинейного элемента, имеют большую площадь, чем область устойчивости на восходящем участке. Это объясняется различием в выполнении условия баланса фаз для падающего участка (3) и восходящего (4):

$$\text{arctg}\left(\frac{1}{T_2 \omega_n}\right) - \text{arctg}(T_1 \omega_n) - \tau \omega_n = 2\pi n + \pi, \quad n = 0, 1 \dots N, \quad (3)$$

$$\text{arctg}\left(\frac{1}{T_2 \omega_n}\right) - \text{arctg}(T_1 \omega_n) - \tau \omega_n = 2\pi n, \quad n = 0, 1 \dots N. \quad (4)$$

В первом случае колебания возможны на частотах  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ , но не возникают из-за невыполнения условия баланса амплитуд при малых  $K$ . Устойчивость нарушается (возникают колебания) при достаточно больших значениях коэффициента усиления ( $K > 10$ ) (см. рис. 2, б). Во втором случае устойчивость статических состояний нарушается уже при небольших значениях  $K$ . В этом случае частота колебаний равна  $\omega_0$  (см. рис. 2, а, б). Очевидно, что при увеличении значения  $K$  условие баланса амплитуд выполняется для большего количества частот ( $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_N$ ), а значит, становятся возможны многочастотные колебания.

**Экспериментальное наблюдение хаотических колебаний ВЧ-диапазона и синхронного хаотического отклика.** Для демонстрации возможности генерации колебаний в ВЧ-диапазоне с использованием принципов, заложенных в предложенную динамическую систему, разработан лабораторный макет на элементной базе полупроводниковой электроники. Эксперименты с макетом подтверждают богатое разнообразие режимов в генераторе (статического, периодических и хаотических). Управляющим параметром служит общий коэффициент усиления  $K$  в генераторе. Наблюдаются различные сценарии перехода в режим динамического хаоса. На рис. 3–6 приведены серии фазовых портретов (снимок с экрана осциллографа), где реализуется переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода (см. рис. 3), переход к хаосу через разрушение тора [6] (см. рис. 4), гипотетический переход к хаосу через возбуждение двух колебаний с некрратными частотами (см. рис. 5). Временные реализации демонстрируют переход к хаосу через перемежаемость (см. рис. 6), причём с ростом  $K$  до некоторого критического (квази)периодические колебания (ламинарная фаза) начинают прерываться короткими нерегулярными всплесками (турбулентная фаза). С увеличением  $K$  длительность ламинарной фазы уменьшается, что в конечном счете приводит к хаосу.

Богатство управляемых режимов в ВЧ-диапазоне наряду с широкой полосой частот даёт возможность использования предложенного ГДХ в составе системы связи с использованием хаотической несущей [5]. Чтобы выяснить, как она ведёт себя, в передатчик, работающий в хаотическом режиме, подаётся периодическая последовательность импульсов длительностью 1 мкс со скважностью 10 (рис. 7 и 8). Исходя из рис. 7, б, последовательность прямоугольных импульсов трудно рас-

познать на фоне хаотической «помехи». Согласно рис. 8, б спектр полезного сигнала «спрятан» в спектре хаотических колебаний  $U(t)$ .

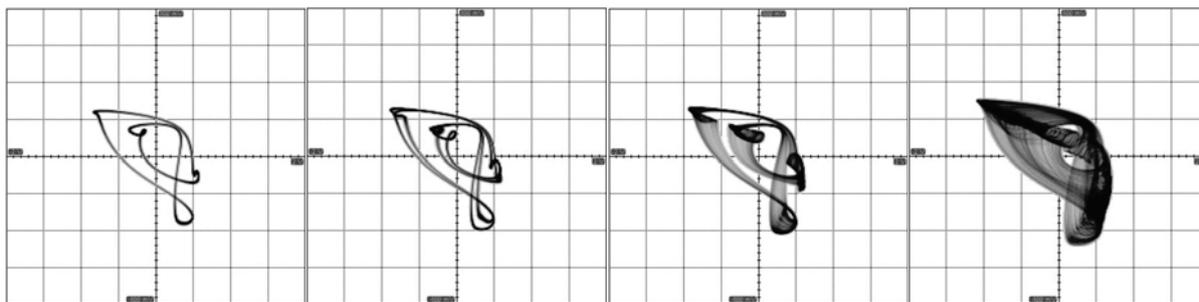


Рис. 3. Фазовые портреты: переход к хаосу через бифуркацию удвоения периода

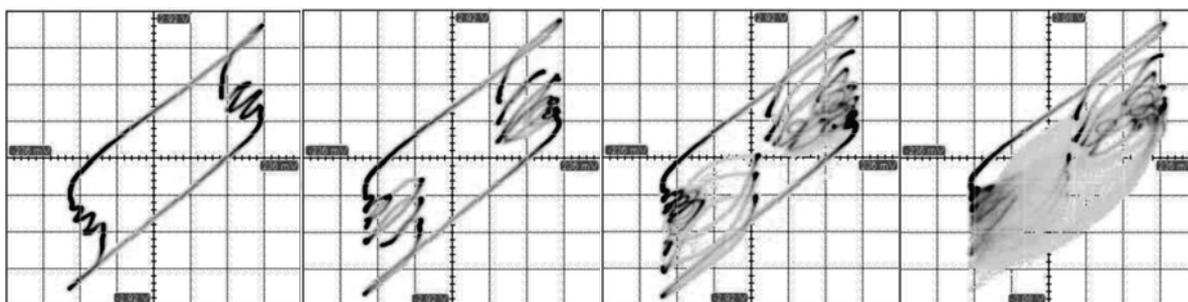


Рис. 4. Фазовые портреты: переход к хаосу через разрушение тора

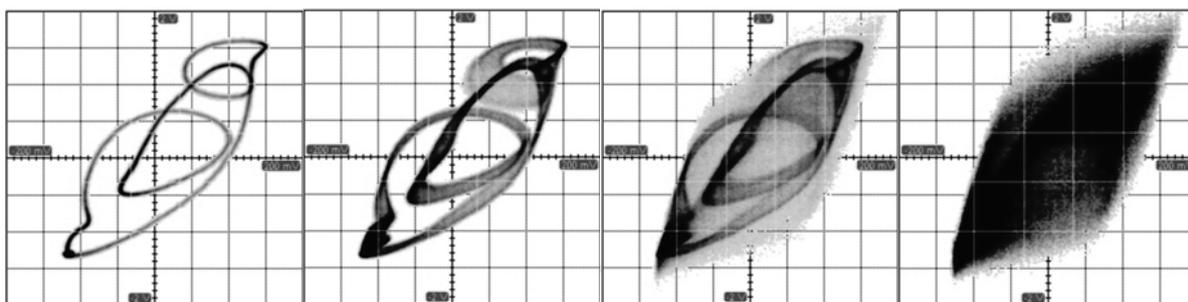


Рис. 5. Фазовые портреты: гипотетический переход к хаосу через возбуждение двух колебаний с некрратными частотами

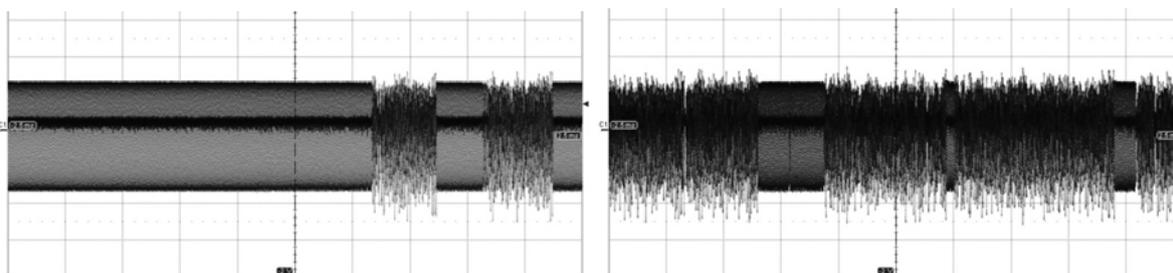


Рис. 6. Временная реализация: переход к хаосу через перемежаемость

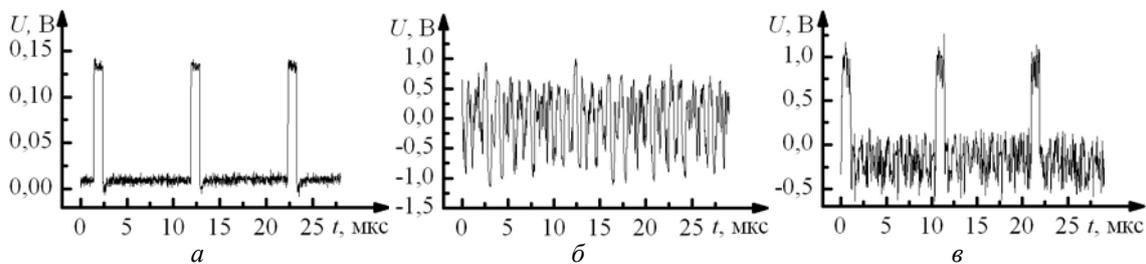


Рис. 7. Сигналы: а – на входе передатчика; б – в канале связи; в – на выходе приёмника

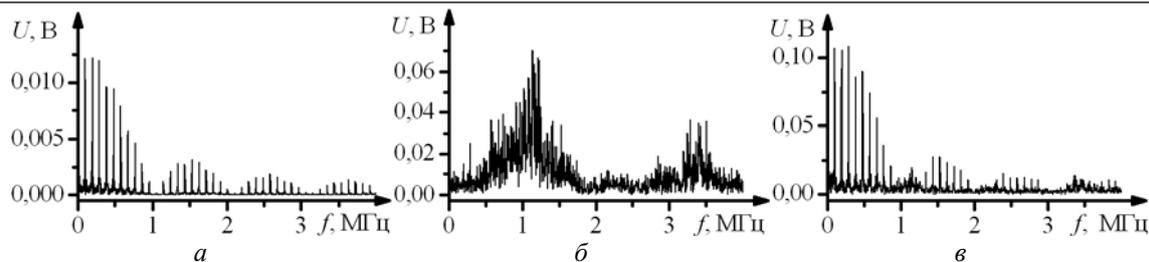


Рис. 8. Спектры Фурье при нелинейном подмешивании последовательности прямоугольных импульсов: *а* – до передатчика; *б* – в канале связи, *в* – после приёмника

**Заключение.** В работе предлагается система связи с использованием генератора детерминированного хаоса, передаточная характеристика нелинейного элемента которого является композицией трёх парабол и двух квазипарабол. Построена и подвергнута анализу математическая модель передатчика на базе ГДХ. Выполнен компьютерный эксперимент, построены карты устойчивости статических состояний, показаны отличия в условиях потери устойчивости в зависимости от значений параметров модели. Карты позволяют ориентироваться в выборе рабочих параметров. Лабораторные эксперименты с макетом ГДХ и линии связи показывают возможность маскировки сообщения на фоне хаотической несущей, а также извлечения сообщения в приёмнике. При вариации параметра усиления наблюдаются различные сценарии перехода к хаосу.

#### Литература

1. Дмитриев А.С. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи / А.С. Дмитриев, А.И. Панас. – М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 2002. – 252 с.
2. Дмитриев А.С. Беспроводная связь с хаотическими носителями: состояние и перспективы / под ред. Г.Г. Малинецкого // Будущее прикладной математики: лекции для молодых исследователей. Поиски и открытия. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – С. 511–529.
3. Хаслер М. Достижения в области передачи информации с использованием хаоса // Успехи современной радиоэлектроники. – 1998. – № 11. – С. 33–43.
4. Владимиров С.Н. Нелинейно-динамическая криптология: радиофизические и оптические системы / С.Н. Владимиров, И.В. Измайлов, Б.Н. Пойзнер. – М.: Физматлит, 2009. – 208 с.
5. Романов И.В. Нелинейное подмешивание радио- и видеосигналов в системе конфиденциальной связи с использованием динамического хаоса / И.В. Романов, И.В. Измайлов, А.П. Коханенко, Б.Н. Пойзнер // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318, – № 2. – С. 53–58.
6. Владимиров С.Н. Динамические неустойчивости потоков и отображений. Взгляд радиофизика. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2008. – 352 с.

#### Романов Илья Владимирович

Аспирант радиофизического факультета  
Национального исследовательского Томского государственного университета  
Тел.: 8 (382-2) 41-35-17  
Эл. почта: roil@elefot.tsu.ru

Romanov I.V.

#### Generation and detection of high-frequency chaos signals by a dynamic system with nonlinearity as a composition of parabolas

A mathematical model of the generator of deterministic chaos is constructed. The conditions of stability of static states and occurrence of dynamics are investigated. A breadboard model of communication system with chaos carrier experimentally is realized and the generator of deterministic chaos for it is investigated. The laboratory experiments and observed scenarios of transition to chaos are circumscribed, which confirm earlier obtained theoretical conclusions.

**Keywords:** Chaos generator, nonlinear admixing, synchronous chaotic response.