УДК 656.6+523

А.С. Конаков, В.В. Шаврин, В.И. Тисленко, А.А. Савин

Исследование статистических свойств оценок координат в бесплатформенной инерциальной навигационной системе с использованием кватернионного метода преобразования базисов

Предложен алгоритм определения навигационного вектора потребителя, использующий сигма-точечный алгоритм фильтра Калмана в бесплатформенной инерциальной навигационной системе с использованием кватернионного подхода к описанию вращательного движения. Выполнены расчеты СКО погрешности оценок местоположения потребителя. Изучено влияние скорости поступления данных на точность оценки местоположения.

Ключевые слова: бесплатформенная инерциальная навигационная система, кватернионы, сигма-точечный фильтр Калмана.

Необходимость в точном решении навигационной задачи характерна для многих практических приложений. В большинстве случаев эта задача успешно решается с помощью спутниковых радионавигационных систем (СРНС), таких как GPS и ГЛОНАСС. Однако довольно часто возникают ситуации, в которых использование СРНС невозможно или же они дают неудовлетворительный результат. В частности, это характерно при работе СРНС в городских условиях, когда реально наличие многолучевости при приеме сигналов навигационных спутников, или при работе в открытых каньонах, где вследствие уменьшения угла видимости спутников также возрастает погрешность оценок местоположения. Применение комплексирования СРНС с автономными навигационными средствами, использующими, в частности, принцип инерциальной навигации позволяет обеспечить достоверность и точность решения навигационной задачи в сложных условиях приема сигналов СРНС. Одной из автономных систем, пригодной для данной цели, является бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС).

Существенными преимуществами БИНС являются малые габариты, низкие энергопотребление и стоимость, отсутствие ограничений на угловые маневры потребителя, возможность работы в любом базисе. Главный недостаток инерциальных систем – накопление погрешностей оценок координат с течением времени.

Решение навигационной задачи в БИНС основано на численном решении уравнения сложного движения [1]. При рассмотрении нескольких систем отсчёта (СО) возникает понятие сложного движения — когда материальная точка движется относительно какой-либо системы отсчёта, а та, в свою очередь, движется относительно другой системы отсчёта [1].

$$\vec{V}(t)=\vec{V}^0(t)+\left[\vec{\omega}\times\vec{R}\right]+\vec{V}^n(t),$$

$$\dot{\vec{V}}(t)=\vec{a}^0+\vec{a}^n+\left[\vec{\varepsilon}\times\vec{R}\right]+\left[\vec{\omega}\times\left[\vec{\omega}\times\vec{R}\right]\right]+2\left[\vec{\omega}\times\vec{V}^n(t)\right], \quad (1)$$

где $\vec{V}(t)$ – линейная скорость тела в инерциальной системе отсчета (ИСО); $\vec{V}^0(t)$ – линейная скорость в неинерциальной системе отсчета (НСО) относительно инерциальной системы отсчета; $\vec{V}^n(t)$ – линейная скорость тела относительно неинерциальной системы отсчета; $\vec{\omega}$ – угловая скорость вращения НСО относительно ИСО; $\vec{R}$ – радиус-вектор, соединяющий центр масс тела относительно НСО; $\dot{\vec{V}}(t)$ – ускорение тела в ИСО; $\vec{a}^0$ – линейное ускорение НСО относительно ИСО, вычисленное в ИСО; $\vec{a}^n$ – линейное ускорение тела относительно НСО; $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение НСО относительно ИСО; $2\left[\vec{\omega}\times\vec{V}^n(t)\right]$ – ускорение Кориолиса; $\left[\vec{\omega}\times\left[\vec{\omega}\times\vec{R}\right]\right]$ – добавочное ускорение.

Существенным для БИНС является то, что все данные, используемые для определения навигационного вектора потребителя, получены в базисе, жестко связанном с объектом. Возможны два способа решения:

1. Определение векторов скорости и перемещения тела в связанном базисе и последующее их преобразование в инерциальный базис, в котором определяются координаты потребителя.

2. Преобразование ускорений и угловых скоростей в инерциальный базис с последующим интегрированием и получением конечного решения в этом базисе.

Наиболее перспективным является 2-й способ. Здесь информация о гравитационном поле задается в инерциальном базисе, и она изначально доступна, а первичная информация представлена в связанном базисе, который реально существует для БИНС. При этом необходимо использовать алгоритм перехода между различными базисами. Существует несколько таких алгоритмов [1, 2]. Они основаны на задании преобразований с помощью:

- углов Эйлера – Крылова;
- параметров Родрига – Гамильтона;
- параметров Кэли – Клейна;
- кватернионов.

Кватернионный метод обладает рядом важных достоинств. Это, в частности, отсутствие ограничений на угловые маневры (в отличие от метода углов Эйлера – Крылова), ясность физической интерпретации (в отличие от параметров Кэли – Клейна и Родрига – Гамильтона). Однако его главный недостаток – существенная нелинейность уравнений. Основное уравнение для перехода между базисами при использовании кватернионов [2] имеет вид

$$\vec{X}^E = \mathrm{vect}\left[Q_b^E \circ \vec{X}^b \circ Q^{-1}{}_b^E\right], \tag{2}$$

где $\vec{X}^E$ – вектор в базисе E; $\vec{X}^b$ – вектор в базисе b; Q_b^E – кватернион перехода между базисом b и E; $\circ$ – знак умножения кватернионов. Формула (2) в матричной форме имеет вид [2]

$$X^E = C\left(Q_b^E\right)X^b, \tag{3}$$

где матрица $C\left(Q_b^E\right)$

$$C\left(Q_b^E\right) = \begin{bmatrix} q_0{}^2 + q_1{}^2 - q_2{}^2 - q_3{}^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0{}^2 - q_1{}^2 + q_2{}^2 - q_3{}^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0{}^2 - q_1{}^2 - q_2{}^2 + q_3{}^2 \end{bmatrix}, \tag{4}$$

где q_i – параметры кватерниона.

При вращательном движении объекта ориентация между связанным базисом и инерциальным изменяется, и эволюция кватерниона описывается следующим кинематическим уравнением [1]:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \dot{Q} = \frac{1}{2}Q \circ \vec{\omega}. \tag{5}$$

В итоге дифференциальные уравнения для вектора состояния $\vec{X}^T = \left[\vec{r}^e \quad \vec{V}^e \quad \vec{Q}_b^E \quad \vec{a}^b \quad \vec{\omega}\right]$ и наблюдений $\vec{Y}^T = \left[\vec{a}^b \quad \vec{\omega}\right]$, необходимые для синтеза вычислителя координат, в котором используется алгоритм фильтра Калмана, имеют вид

$$\dot{\vec{X}} = \begin{bmatrix} \dot{\vec{r}}^e \\ \dot{\vec{V}}^e \\ \dot{\vec{Q}}_b^E \\ \vec{a}^b \\ \dot{\vec{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{V}^e \\ -2\mathbf{\Omega}_{ie}^e\vec{V}^e + \vec{g}^e + \mathbf{C}\left(\vec{Q}_b^E\right)\vec{a}^b \\ \frac{1}{2}\mathbf{\Omega}_{eb}^b\vec{Q}_b^E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

$$\vec{Y} = \begin{bmatrix} \vec{a}^b \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{H}\vec{X}$$

где $\mathbf{\Omega}_{ie}^{e}$ – матрица угловых скоростей; $\vec{a}^{b}$ – вектор кажущихся ускорений; $\vec{g}^{e}$ – вектор гравитационного ускорения; матрица H определена следующим образом:

$$\mathbf{H} = \left[\mathbf{0}_{6\times10}\,\mathbf{E}_{6\times6}\right],$$

где $\mathbf{0}_{6\times10}$ – нулевая матрица размерности (6×10); $\mathbf{E}_{6\times6}$ – единичная матрица размерности (6×6).

Начальные условия для (6) всегда могут быть заданы с учетом конкретной ситуации. В современных БИНС данные с датчиков кажущихся ускорений и угловых скоростей доступны в цифровой форме, следовательно, уравнения (6) представляются в дискретном виде.

Рассматриваемая задача определения координат потребителя в силу использования гиперкомплексных чисел обладает существенной нелинейностью. Вследствие этого линейная аппроксимация данных уравнений не может обеспечить необходимую точность. Для решения нелинейных задач подобного типа существуют различные алгоритмы фильтрации [3, 4]. Расширенный фильтр Калмана учитывает лишь линейные члены разложения функции в ряд Тейлора и не позволяет достигнуть желаемой точности [3]. Нелинейный сигма-точечный алгоритм фильтра Калмана позволяет учесть составляющие разложения в ряд Тейлора до четвертого порядка включительно [3].

В предположении, что данные с датчиков представляют собой аддитивную смесь истинного значения и белого шума (идеальная модель), в результате математического моделирования и статистической обработки были получены СКО оценок положения, которые можно считать потенциальными точностными характеристиками данного алгоритма. Интенсивность белого шума была принята равной интенсивности шума для микроэлектромеханического датчика марки ADIS16354 фирмы Analog Devices, который является типичным представителем микроэлектромеханических систем из низкого ценового диапазона. Зависимость СКО от времени (рис. 1) для случая равноускоренного движения в пространстве с ускорением до 20 м/с^2 имеет нарастающий по квадратичной параболе характер. Это объясняется тем, что фактически в процессе фильтрации происходит двукратное интегрирование белого шума, СКО которого при этом возрастает по квадратичному закону [5].

Математическая модель сигналов реальных датчиков помимо шумовой составляющей, учитывает наличие смещения нуля, масштабный коэффициент и неортогональность осей. При несущественном влиянии неортогональности осей используют модель в виде [2]

$$\vec{Y} = \begin{bmatrix}\vec{a}\\ \vec{\omega}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{S}_a\vec{a} + \vec{a} + \vec{b}_a + \vec{n}_a\\ \mathbf{S}_\omega\vec{\omega} + \vec{\omega} + b_\omega + \vec{n}_\omega\end{bmatrix}, \qquad (7)$$

где $\mathbf{S}_a$, $\mathbf{S}_\omega$ – диагональные матрицы масштабных коэффициентов кажущихся ускорений и угловых скоростей размером 3×3; $\vec{b}_a$, $\vec{b}_\omega$ – смещение нуля кажущихся ускорений и угловых скоростей; $\vec{n}_a$, $\vec{n}_\omega$ – аддитивный белый гауссовский шум кажущихся ускорений и угловых скоростей.

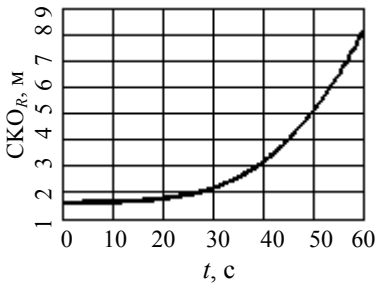

Рис. 1. Зависимость СКО местоположения от времени (размерность пространства состояний 16)

Расчеты СКО оценок координат, выполненные для фильтра с размерностью вектора состояния 16, в предположении идеальной модели наблюдений при обработке фактических данных, поступающих от датчиков, удовлетворяющих модели (7), показали увеличение СКО в 5,38 раз (при равноускоренном движении с ускорением до 20 м/с^2). Это, очевидно, обусловлено существенным отличием модели наблюдений, используемой при синтезе алгоритма, от истинной.

Точность оценок может быть улучшена путем расширения вектора состояния $\vec{X}^T = \left[\vec{S}_a \quad \vec{S}_\omega \quad \vec{b}_a \quad \vec{b}_\omega\right]$ параметрами, учитывающими реальную модель (7). Размерность вектора состояния при этом возрастает до 28. Уравнения наблюдений в этом случае нелинейные и имеют вид

$$\vec{Y} = \begin{bmatrix}\vec{a}\\ \vec{\omega}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\vec{n}_a\\ \vec{n}_\omega\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{S}_a\vec{a} + \vec{b}_a + \vec{a}\\ \mathbf{S}_\omega\vec{\omega} + \vec{b}_\omega + \vec{\omega}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\vec{n}_a\\ \vec{n}_\omega\end{bmatrix} = \vec{h}\left(\vec{X}\right) + \begin{bmatrix}\vec{n}_a\\ \vec{n}_\omega\end{bmatrix}, \qquad (8)$$

Это влияет на скорость обработки, значительно ухудшая ее, но позволяет улучшить точность, позволяя приблизиться к потенциальной точности, реализуемой в случае справедливости идеальной модели наблюдений. Зависимость СКО оценок местоположения от времени показана на рис. 2. При этом проигрыш в производительности составляет 2,64 раза.

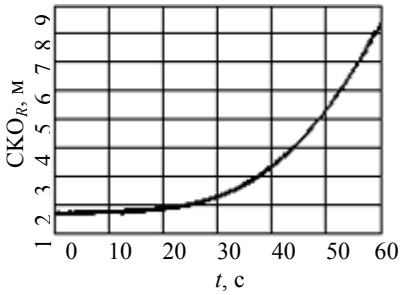

Рис. 2. Зависимость СКО местоположения от времени (размерность пространства состояний 28)

Поскольку основой процесса оценивания навигационного вектора потребителя является численное решение дифференциальных уравнений, представляет интерес исследование зависимости погрешности решения от темпа поступления данных. Отметим, что приведенные выше результаты получены при использовании метода Рунге – Кутты для кинематических уравнений и метода Эйлера для уравнений по остальным переменным (таблица).

Зависимость скорости обработки данных и СКО оценок положения в зависимости от темпа поступления данных

Время дискретизации, с	0,001	0,005	0,0075	0,01	0,025	0,05	0,075	0,1
СКО местопол., м	8,25	8,27151	8,2936	8,3345	9,2212	9,3917	9,9743	13,692
Время работы, с	796,997	145,048	93,2016	73,5560	27,5085	15,3071	9,16272	7,19581

Представленные выше результаты получены путем прямого вероятностного моделирования алгоритма обработки в среде Matlab с применением процессора AMD Turion (tm) X2 Dual Core Mobile RM-76**,** статистическое усреднение выполнялось по 50 независимым реализациям.

Заключение

1. В результате статистического исследования алгоритма были получены потенциальные точностные характеристики, выяснены характер получаемых погрешностей и их причины.

2. Исследованы точностные характеристики модернизированного алгоритма, учитывающего реальную модель наблюдений датчиков, используемых в БИНС.

3. Определено влияние частоты поступления данных на точность получаемых оценок и быстродействие алгоритма. Предложено оптимальное значение для скорости поступления данных с датчиков.

4. Оптимальное время дискретизации составляет порядка 10 мс. Точность оценок, получаемых при решении уравнений (6), зависит от времени дискретизации и от СКО шума наблюдений. Следовательно, при малом времени дискретизации (меньше 10 мс) основной вклад в погрешность вносит шум наблюдений и дальнейшее уменьшение времени дискретизации не приводит увеличению точности.

Литература

1. Бранец В.Н. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных систем / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. – М.: Наука, 1992. – 280 с.

2. Gao J. Development of a Precise GPS/INS/On-Board Vehicle Sensors Integrated Vehicular Positioning System [электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.ucalgary.ca/engo_webdocs/GL/07.20251.JianningQiu.pdf, свободный (дата обращения: 20.03.2010).

3. De Freitas J. Sequential monte carlo methods for optimisation of neural network models/ J. de Freitas, M. Niranjan [электронный ресурс]. – Режим доступа: http:/www.shlrc.mq.edu.au/ proceedings/ icslp98/PDF/SCAN/SL980213.PDF, свободный (дата обращения: 26.05.2010).

4. Haykin S. Uncovering nonlinear dynamics: The case study of sea clutter // Proceedings of IEEE. – 2002. – Vol. 90, №5. – P. 860–881.

5. Первачев С. В. Радиоавтоматика. – М.: Радио и связь, 1982. – 620 с.

6. Marji Q. Implementation and analysis of GPS Ambiguity Resolution Strategies in Single and Multiple Reference Station Scenarios [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http:/www.ucalgary.ca/engo_webdocs/ MEC/08.20263.Qais_Marji.pdf, свободный (дата обращения: 17.05.2010).

Конаков Алексей Сергеевич
Студент каф. радиотехнических систем ТУСУРа
Тел.: 8-(382-2) 41-36-70
Эл. почта: aleksey.konakov@gmail.com

Шаврин Вячеслав Владимирович
Магистрант каф. радиотехнических систем ТУСУРа
Тел.: 8-(382-2) 41-36-70
Эл. почта: svv281088@sibmail.com

Тисленко Владимир Ильич
Д-р техн. наук, профессор каф. радиотехнических систем ТУСУРа
Тел.: 8-(382-2) 41-36-70
Эл. почта: wolar1491@yandex.ru

Савин Александр Александрович
Канд. техн. наук, доцент каф. радиотехнических систем ТУСУРа
Тел.: 8-(3822) 41-36-70
Эл. почта: savin@orts.tomsk.ru

Konakov A.S., Shavrin V.V., Tislenko V.I., Savin A.A.

Research of statistical properties of co-ordinates estimation in a strapdown inertial navigating system using the quaternion approach of transformation of coordinates

The algorithm for the definition of a navigating vector of the consumer was offered and it is based on the condition and Kalman filter variables in strapdown inertial navigating system which uses the quaternion approach to the rotary motion description. Calculation accuracy characteristics of the given algorithm are done. There was investigated the influence of frequency of data receipt on accuracy of location.
Keywords: strap down inertial navigation systems, quaternion, Kalman filter.