УДК 658.310.8:519.876.2

О.А. Лузин, Л.И. Лузина

Управление линейными дискретными стохастическими системами при условии отказов резервированных датчиков

Приводятся как алгоритмы для расчета управления линейными дискретными стохастическими системами при условии отказов резервированных датчиков, так и результаты моделирования для движения самолета. Получены результаты моделирования по точности оценивания вектора состояния системы для отказов резервированных датчиков.

Ключевые слова: управление, линейные дискретные стохастические системы, отказ, резервированные датчики.

При управлении многими технологическими процессами, летательными аппаратами в некоторые моменты времени могут происходить различные нарушения функционирования канала наблюдения или отказы резервированных датчиков. Отказы датчиков могут быть вызваны появлением аномальных помех в канале наблюдения. Использование алгоритмов оценивания, не учитывающих возможности появления аномальных помех в канале наблюдения, приводит к существенному возрастанию ошибок фильтрации и значительной потере точности оценивания. Но линейные дискретные стохастические системы должны выполнять свои функции и после возникновения отказов резервированных датчиков, быть может, с ухудшенными характеристиками. В связи с этим возникает задача управления линейными дискретными стохастическими системами при условии отказов резервированных датчиков и проведения моделирования для движения самолета с разной кратностью резервирования. Причем, относительно аномальных помех априорная информация может присутствовать, а может и отсутствовать.

Алгоритмы для расчета управления

Линейная дискретная система описывается следующим уравнением [1]:

$$\mathbf{x}(k+1)=\mathbf{\Phi}(k+1,k)\mathbf{x}(k)+\mathbf{G}(k)\boldsymbol{\omega}(k)+\mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k),\ k=0,1,...$$

с каналом наблюдения вида [2]

$$\mathbf{z}_{[i]}(k)=\mathbf{H}_{[i]}(k)\mathbf{x}(k)+\mathbf{v}_{[i]}(k)+\theta(k)\mathbf{C}_{[i]}(k)\mathbf{f}(k),\ k=1,2,...\ ,$$

где $\mathbf{x}$ – n-мерный вектор состояния системы; $\mathbf{\Phi}$ – переходная матрица состояния размера $n \times n$; $\mathbf{G}$ – матрица передачи возмущений размера $n \times l$; $\boldsymbol{\omega}$ – l-мерный вектор возмущения; $\mathbf{B}$ – матрица передачи управления размера $n \times l'$; $\mathbf{u}$ – l'- мерный вектор управления; $\mathbf{z}_{[i]}$ – $(i \times m)$-мерный вектор наблюдений; $\mathbf{H}_{[i]}$ – матрица наблюдений размера $im \times n$; $\mathbf{v}_{[i]}$ – $(i \times m)$-мерный вектор ошибок наблюдений; θ – скалярная переменная ($\theta=0$ соответствует случаю отсутствия отказов, $\theta=1$ соответствует случаю присутствия отказов); $\mathbf{C}_{[i]}$ – булева матрица размера $im \times r$; $\mathbf{f}$ – r-мерный вектор аномальных помех, вызывающих отказы датчиков; i – кратность резервирования; k – дискретные моменты времени.

Вектор управления вычисляется по формуле

$$\mathbf{u}(k)=\mathbf{K}^{*}\hat{\mathbf{x}}(k),$$

где $\mathbf{K}^{*}$ – оптимальная матрица обратных связей размера $l' \times n$; $\hat{\mathbf{x}}$ – n-мерный вектор оценки фильтрации вектора состояния $\mathbf{x}(k)$ системы.

Процессы $\{\boldsymbol{\omega}(k),k=0,1,...\}$ и $\{\mathbf{v}_{[i]}(k),k=0,1,...\}$ являются гауссовскими белыми последовательностями, для которых

$$\mathbf{M}\{\boldsymbol{\omega}(k)\}=0, \mathbf{M}\{\boldsymbol{\omega}(k)\boldsymbol{\omega}^{T}(i)\}=\mathbf{Q}(k)\boldsymbol{\delta}_{ki}, \mathbf{Q}\geq 0;$$

$$\mathbf{M}\{\mathbf{v}_{[i]}(k)\}=0, \mathbf{M}\{\mathbf{v}_{[i]}(k)\mathbf{v}_{[i]}^{T}(k)\}=\mathbf{R}_{[i]}(k)\delta_{ki}, \mathbf{R}_{[i]}(k)>0,$$

где $\mathbf{M}\{\}$ – математическое ожидание случайной величины; $\mathbf{Q}$ – неотрицательно определенная ($l\times l$)-матрица; δ_{ki} – символ Кронекера ($\delta_{ki} = 0$ при $k = i$, $\delta_{ki} = 1$ при $k = i$); $\mathbf{R}_{[i]}(k)$ – положительно определенная матрица размером $im\times im$.

Процесс $\{\mathbf{f}(k), k = 1,2,...\}$ является r-мерной белой последовательностью с произвольным законом распределения, неизвестным математическим ожиданием $\overline{\mathbf{f}}(k)$ и с неизвестной ковариационной матрицей $\mathbf{\Gamma}(k)$. Помеха $\mathbf{f}(k)$ является аномальной помехой, и для неё выполняется неравенство $tr\mathbf{\Gamma}(k) >> tr\mathbf{R}(k)$, где tr – след матрицы.

Предполагается, что на интервале [0, $k1$) отсутствуют отказы и $\theta(k)=0, \mathbf{f}(k)=0$, а на интервале [$k1$, $k2$] присутствуют отказы и $\theta(k)=1, \mathbf{f}(k)\neq 0$. Тогда в условиях отсутствия отказов на интервале [0, $k1$) для расчета оптимальной оценки фильтрации $\hat{\mathbf{x}}(k)$ используются уравнения фильтра Калмана [1]:

$$\hat{\mathbf{x}}(k)=\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)+\mathbf{K}_1(k)\left[\mathbf{z}_{[i]}(k)-\mathbf{H}_{[i]}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)\right],\quad \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)=\mathbf{\Phi}(k,k-1)\hat{\mathbf{x}}(k-1)+\mathbf{BK}^*\hat{\mathbf{x}}(k-1), \hat{\mathbf{x}}(0)=\overline{\mathbf{x_0}},$$

$$\mathbf{K}(k)=\mathbf{P}_{[i]}(k|k-1)\mathbf{H}_{[i]}^T(k)\mathbf{S}_{[i]}^{-1}(k),\quad \mathbf{S}_{[i]}(k)=\mathbf{H}_{[i]}(k)\mathbf{P}_{[i]}(k|k-1)\mathbf{H}_{[i]}^T(k)+\mathbf{R}_{[i]}(k),$$

$$\mathbf{P}_{[i]}(k|k-1)=\mathbf{\Phi}(k,k-1)P_{[i]}(k-1)\mathbf{\Phi}^T(k,k-1)+\mathbf{G}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{G}^T(k-1), \mathbf{P}(0)=\mathbf{P}_0,$$

$$\mathbf{P}_{[i]}(k)=\left[\mathbf{I}_n-\mathbf{K}_1(k)\mathbf{H}_{[i]}(k)\right]\mathbf{P}_{[i]}(k|k-1),$$

где $\mathbf{P}_{[i]}(k)$ – ковариационная матрица ошибок оценивания размером $n\times n$, $\mathbf{P}_{[i]}(k)=\mathbf{M}\left\{\tilde{\mathbf{x}}(k)\tilde{\mathbf{x}}^T(k)\right\}$, а $\tilde{\mathbf{x}}(k)=\mathbf{x}(k)-\hat{\mathbf{x}}(k)$ – ошибка оценки фильтрации, диагональные элементы матрицы $\left(\mathbf{P}_{[i]}\right)_{jj}, \mathbf{j}=\overline{\mathbf{1,n}}$ – дисперсии ошибок оценивания.

На интервале [$k1$, $k2$] присутствуют отказы датчиков, т.е. $\mathbf{f}(k)\neq 0$. Далее рассмотрим два случая. Первый случай предполагает, что относительно аномальной помехи $\mathbf{f}(k)$ известна полная априорная информация, т.е. $\mathbf{f}(k)$ распределен по гауссовскому закону с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\mathbf{\Gamma}(k)$ или $\mathbf{f}(k)\sim\mathbf{N}(0,\mathbf{\Gamma})$. Тогда для расчета оптимальной оценки фильтрации $\hat{\mathbf{x}}(k)$ используются уравнения фильтра Калмана2 (Ф.К.2) [2]:

$$\hat{\mathbf{x}}(k)=\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)+\mathbf{K}_1(k)\left[\mathbf{z}_{[i]}(k)-\mathbf{H}_{[i]}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)\right],\quad \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)=\mathbf{\Phi}(k,k-1)\hat{\mathbf{x}}(k-1)+\mathbf{BK}^*\hat{\mathbf{x}}(k-1), \hat{\mathbf{x}}(0)=\overline{\mathbf{x_0}},$$

$$\mathbf{K}_1(k)=\mathbf{P}_{[i]}(k|k-1)\mathbf{H}_{[i]}^T(k)\mathbf{S}_{1[i]}^{-1}(k),\quad \mathbf{S}_{1[i]}(k)=\mathbf{S}_{[i]}(k)+\mathbf{C}_{[i]}(k)\mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{C}_{[i]}^T(k),$$

$$\mathbf{S}_{[i]}(k)=\mathbf{H}_{[i]}(k)\mathbf{P}_{[i]}(k|k-1)\mathbf{H}_{[i]}^T(k)+\mathbf{R}_{[i]}(k),$$

$$\mathbf{P}_{[i]}(k|k-1)=\mathbf{\Phi}(k,k-1)\mathbf{P}_{[i]}(k-1)\mathbf{\Phi}^T(k,k-1)+\mathbf{G}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{G}^T(k-1), \mathbf{P}(0)=\mathbf{P}_0,$$

$$\mathbf{P}_{[i]}(k)=\left[\mathbf{I}_n-\mathbf{K}_1(k)\mathbf{H}_{[i]}(k)\right]\mathbf{P}_{[i]}(k|k-1).$$

Второй случай предполагает, что на интервале [0, $k1$) отсутствуют отказы датчиков, а на интервале [$k1$, $k2$] присутствуют отказы. Причем относительно помехи $\mathbf{f}(k)$ отсутствует априорная информация ($\overline{\mathbf{f}}(k)=?$ и $\mathbf{\Gamma}(k)=?$). В этих условиях оценка фильтрации $\hat{\mathbf{x}}(k)$ определяется уравнением адаптивного фильтра (АФ) [2]:

$$\hat{\mathbf{x}}(k)=\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)+\tilde{\mathbf{K}}_1(k)\left[\mathbf{z}_{[i]}(k)-\mathbf{H}_{[i]}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)\right],\quad \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)=\mathbf{\Phi}(k,k-1)\hat{\mathbf{x}}(k-1)+\mathbf{BK}^*\hat{\mathbf{x}}(k-1),$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_1(k)=\mathbf{P}_{[i]}(k|k-1)\mathbf{H}_{[i]}^T(k)\mathbf{E}_{[i]}^T(k)\left(\mathbf{E}_{[i]}(k)\mathbf{S}_{[i]}(k)\mathbf{E}_{[i]}^T(k)\right)^{-1}\mathbf{E}_{[i]}^{-1}(k),$$

$$\mathbf{S}_{[i]}(k)=\mathbf{H}_{[i]}(k)\mathbf{P}_{[i]}(k|k-1)\mathbf{H}_{[i]}^T(k)+\mathbf{R}_{[i]}(k),$$

$$\mathbf{P}_{[i]}(k\,|\,k-1)=\mathbf{\Phi}(k,k-1)\mathbf{P}_{[i]}(k-1)\mathbf{\Phi}^T(k,k-1)+\mathbf{G}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{G}^T(k-1),$$

$$\mathbf{P}_{[i]}(k)=\left[\mathbf{I}_n-\tilde{\mathbf{K}}_1(k)\mathbf{H}_{[i]}(k)\right]\mathbf{P}_{[i]}(k\,|\,k-1),\mathbf{P}_{[i]}(0)=\mathbf{P}_0.$$

Здесь матрица преобразования $\mathbf{E}_{[i]}(k)$ размеров $((im\text{-}r)\times im)$ получается из единичной матрицы $\mathbf{I}_{im}$ вычеркиванием строк с номерами $i_1,i_2,...,i_r$, по которым происходят отказы датчиков.

Для практики представляет интерес использование точности оценивания, которая определяется соотношением

$$\mathbf{J}^{[i]}(k)=tr\left[\mathbf{Д}\mathbf{P}_{[i]}(k)\right],$$

где **Д** – неотрицательно определенная $(n\times n)$-матрица; i – кратность резервирования; $\mathbf{P}_{[i]}(k)$ – ковариационная матрица ошибок оценивания.

Анализ результатов моделирования

Получены результаты моделирования для продольного движения самолета ТУ-154 с разной кратностью резервирования датчиков [3].

Далее учитываем, что $J_{[11111]}$ соответствует случаю безотказной работы датчиков, а случай, например, $J_{[10111]}$ соответствует отказу второго датчика. Приведем результаты моделирования для кратности резервирования один $(i=1)$:

1) $J_{[11111]}=0{,}41315854810\cdot 10^{-3}$;
2) $J_{[01111]}=0{,}41317633364\cdot 10^{-3}$;
3) $J_{[10111]}=0{,}41317829090\cdot 10^{-3}$;
4) $J_{[11011]}=0{,}43389707573\cdot 10^{-3}$;
5) $J_{[11101]}=0{,}44892004546\cdot 10^{-3}$;
6) $J_{[11110]}=0{,}41320442909\cdot 10^{-3}$.

Аналогичные результаты моделирования получены и для кратности резервирования датчиков два и три, что дает возможность выделить два класса датчиков: первый класс жизненно важных датчиков (это третий, четвертый и пятый датчики), для которых точность оценивания имеет большие значения; второй класс менее важных датчиков (это первый и второй датчики), для которых точность оценивания имеет меньшие значения.

Далее приведем результаты моделирования по точности оценивания $(i=1)$ при условии полной априорной информации относительно аномальных помех (когда работает Ф.К.2) и соответственно при условии отсутствия априорной информации относительно аномальных помех (когда работает АФ):

1) $J_{[01111]}=0{,}41317633364\cdot 10^{-3}$;
   $J_{[01111]}=0{,}41317633943\cdot 10^{-3}$;
2) $J_{[10111]}=0{,}41317829090\cdot 10^{-3}$;
   $J_{[10111]}=0{,}41317832904\cdot 10^{-3}$;
3) $J_{[11011]}=0{,}43389707573\cdot 10^{-3}$;
   $J_{[11011]}=0{,}43389735741\cdot 10^{-3}$;
4) $J_{[11101]}=0{,}44892004546\cdot 10^{-3}$;
   $J_{[11101]}=0{,}45128808230\cdot 10^{-3}$;
5) $J_{[11110]}=0{,}41320442909\cdot 10^{-3}$.
   $J_{[11110]}=0{,}41320700667\cdot 10^{-3}$.

Аналогичные результаты моделирования получены и для кратности резервирования датчиков два и три. Имеем, что точность оценивания для $i = 1, 2, 3$ лучше (имеет меньшие значения) при условии полной априорной информации относительно аномальных помех (когда работает Ф.К.2), чем при условии отсутствия априорной информации относительно аномальных помех (когда работает АФ). Таким образом, за незнание априорной информации приходится расплачиваться точностью оценивания.

Для практики представляют интерес значения точности оценивания для различных наборов отказов резервированных датчиков. Выделены наборы допустимых отказов датчиков (это наборы [00111], [01110]) и недопустимых отказов (это наборы [01011], [01101], [10011], [10101], [10110], [11001], [11010], [11100]).

Выводы

Из результатов моделирования вытекают следующие выводы:

1) Резервированные датчики делятся на два класса: первый класс жизненно важных датчиков и второй класс менее важных датчиков.

2) Определены наборы допустимых отказов датчиков и наборы недопустимых отказов.

3) Появляется новая задача построения вместо традиционной жесткой схемы резервирования датчиков гибкой схемы резервирования.

Литература

1. Сейдж Э.П. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э.П. Сейдж, Дж.Л. Мелс. – М.: Связь, 1976. – 496 с.

2. Лузина Л.И. К проблеме резервирования датчиков // Труды международной конференции по использованию результатов конверсии науки в вузах Сибири для международного сотрудничества (Томск). – 1995. – Т. 2. – С. 212–213.

3. Браславский Д.А. Приборы и датчики летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1970. – 392 с.

Лузин Олег Александрович
Студент 4-го курса ТУСУРа
Тел.: (382-2) 70-15-36

Лузина Людмила Ивановна
Канд. техн. наук, доцент каф. автоматизированных систем управления ТУСУРа
Тел.: (382-2) 70-15-36
Эл. почта: luzina@asu.tusur.ru

Luzin O.A., Luzina L.I.

The linear discrete stochastic systems control under condition of the redundant sensors fault

In the article there are described calculation algorithms for the control of discrete stochastic systems under condition of the redundant sensors fault, and the results of airplane movement simulation are considered. The simulation results on the accuracy estimation of a system state vector for redundant sensors fault have been obtained.

Keywords: control, linear discrete stochastic systems, fault, redundant sensors.