УДК 537.874.3

А.В. Новиков, Ю.П. Акулиничев

Сравнительная оценка влияния неоднородностей тропосферы и неровностей земной поверхности на характеристики электромагнитного поля

С помощью конформного отображения и метода параболического уравнения (ПУ) получены выражения, позволяющие оценить поле эквивалентного индекса преломления, которое возникает в результате перехода от задачи распространения радиоволн (PPB) над неровной земной поверхностью в однородной среде к задаче PPB над плоской поверхностью в неоднородной среде. Приведены результаты численного расчёта значений эквивалентного индекса преломления для модели неровностей земной поверхности в виде гауссовской случайной функции для разных среднеквадратических значений высот и интервалов корреляции по дальности. Сделана оценка эффективной высоты для поля эквивалентного индекса преломления.

Ключевые слова: индекс преломления, конформное отображение, неровности земной поверхности, распространение радиоволн.

На характеристики электромагнитного поля (напряжённость, угол прихода, поляризацию) влияют неоднородности тропосферы как среды распространения и неровности земной (подстилающей) поверхности. Влияние обоих факторов сводится к наличию в общем случае комплексной диэлектрической проницаемости. Тропосфера для диапазона дециметровых и сантиметровых волн является средой с вещественной диэлектрической проницаемостью, т.е. средой с потерями, малыми относительно ослабления поля за счёт естественной расходимости пучка радиоволн [1]. Исключение составляет избирательное поглощение в водяных парах на частотах около 22,3 ГГц [1]. Неоднородности индекса преломления тропосферы определяются неоднородностями влажности, температуры и, в меньшей степени, атмосферного давления [1, 2]. Земная поверхность для исследуемого диапазона длин волн имеет комплексную диэлектрическую проницаемость, которая зависит от типа почвы, климатических условий и от длины волны излучаемого поля [1].

Если неровности земной поверхности можно оценить с приемлемой точностью (программа «Google Earth» даёт разрешение в лучшем случае 1 м по высоте), то неоднородности тропосферы по всей трассе распространения, например с разрешением в 1 м и с ошибкой 5 N-ед., оценить пока не представляется возможным [3]. Поэтому встаёт задача выявления условий, при которых влияние неровностей земной поверхности на характеристики принимаемых радиосигналов будет значительно перекрывать влияние случайных неоднородностей тропосферы. При этом рефракцию в тропосфере можно будет учесть усреднённым высотным профилем, параметры которого известны [4].

Распространение радиоволн описывается уравнением Гельмгольца [1], которое линейно содержит оператор Лапласа от функции поля и само поле. Удобным аналитическим способом сравнения степени влияния двух вышеперечисленных факторов на характеристики поля нам представляется использование конформного преобразования. Такое преобразование отображает криволинейную систему координат uOv в прямоугольную xOy и обладает свойством сохранения формы оператора Лапласа [5]. Именно последнее свойство позволяет свести задачу РРВ над неровной земной поверхностью в однородной среде к задаче РРВ над плоской поверхностью в неоднородной среде.

Оценка на основе метода конформного преобразования

В работе [6] было найдено конформное преобразование системы координат, которое позволяет для произвольно заданного рельефа подстилающей поверхности найти поле эквивалентного показателя преломления. Это преобразование основано на экспоненциальных функциях

$$u(x,y) = x + \sum_{n=1}^{N} A_n \exp(-K_n y) \sin(K_n x + \varphi_n), \qquad (1)$$

$$v(x,y) = y - \sum_{n=1}^{N} A_n \exp(-K_n y) \cos(K_n x + \varphi_n), \qquad (2)$$

где (u, v) – координаты некоторой точки в новой системе координат; $K_n = 2\pi n / D$ – пространственная частота по оси OX; D – длина проекции трассы распространения на ось OX; A_n , φ_n – коэффициенты разложения функции g(x), описывающей профиль рельефа земной поверхности, в ряд Фурье.

Из параболического уравнения (ПУ), записанного в новой системе координат, следует, что для сравнения степени влияния неровностей земной поверхности и неоднородностей тропосферы необходимо сравнить между собой две функции [6]:

$$\varepsilon(x, y) \bowtie 1 / J(x, y). \tag{3}$$

Первая функция в выражении (3) определяет поле диэлектрической проницаемости тропосферы как среды распространения радиоволн, а вторая – функция, обратная якобиану преобразования – поле эквивалентной диэлектрической проницаемости. Перейдём от диэлектрической проницаемости є к индексу преломления N по формуле

$$\varepsilon(x, y) = n^2(x, y) = (1 + N(x, y)10^{-6})^2.$$

В выражение 1 / *J*(*x*, *y*) подставим приближённое выражение для якобиана [6], тогда получается, что сравнивать необходимо два выражения:

$$\left(1+N(x, y)\cdot 10^{-6}\right)^2 \,\,\mathrm{M}\left(1+2\sum_{n=1}^N A_n K_n \exp(-K_n y) \cos(K_n x+\varphi_n)\right)^{-1}.$$
(4)

Наибольшее значение поля эквивалентной диэлектрической проницаемости будет вблизи оси OX, т.е. при y = 0, поэтому соответственно перепишем выражение (4)

$$\left(1+N(x, 0)\cdot 10^{-6}\right)^2 \,\,\mathrm{M}\left(1+2\sum_{n=1}^N A_n K_n \cos(K_n x+\varphi_n)\right)^{-1}.$$
(5)

При практических расчётах поля переменную у в выражении для якобиана можно учитывать вплоть до высоты

$$y_{\max} = -1/(2\pi)D\ln p, \qquad (6)$$

где p – относительный уровень, до которого убывает экспонента $\exp(-K_n y)$;

D – длина трассы. Например, при p = 0,1 получим, что $y_{\text{max}} \approx 0,37D$, т.е. влияние любых ($A_n \neq 0$) неровностей земной поверхности после преобразования координат сказывается в области высот до 0,37D.

Для малых углов наклона земной поверхности справедливо [6]

$$dg/dx\Big|_{\max} = t/(1-t) <<1, \ t = \sum_{n} A_n K_n \ , \tag{7}$$

поэтому ограничимся в (5) слагаемыми вплоть до первого порядка малости

$$1 + 2N(x, 0) \cdot 10^{-6} \text{ M} 1 - 2\sum_{n=1}^{N} A_n K_n \cos(K_n x + \varphi_n), \qquad (8)$$

откуда можно найти выражение для эквивалентного индекса преломления вблизи поверхности

$$N(x, 0) = -10^{6} \sum_{n=1}^{N} A_{n} K_{n} \cos(K_{n} x + \varphi_{n}), \text{ N-ед.}$$
(9)

Среднее значение поля N(x, 0) по ансамблю (A_n, φ_n) равно нулю, а среднеквадратическое отклонение (СКО) σ_N равно

$$\sigma_N = \left(10^6 \pi \sqrt{2}/D\right) \sqrt{\sum_n n^2 {\sigma_n}^2} , \text{ N-ed.}, \tag{10}$$

где σ_n^2 – математическое ожидание квадрата амплитуды A_n соответствующей гармоники ряда Фурье.

Дисперсия высот земной поверхности σ_h^2 связана с дисперсиями амплитуд A_n равенством Парсеваля

$$\sigma_h^2 = \sum_{n=1}^N \sigma_n^2 , \qquad (11)$$

поэтому зависимость СКО N от СКО высот земной поверхности линейна (это справедливо при выполнении условия (7))

$$\sigma_N = k \sigma_h. \tag{12}$$

Чтобы численно оценить значения коэффициента k в (12), требуется задать (в виде отсчётов) некоторую корреляционную функцию, параметрами которой будут СКО высот и интервал корреляции, и с помощью процедуры дискретного преобразования Фурье определить дисперсии амплитуд гармоник σ_n^2 . Как показало моделирование на ЭВМ (таблица) для двух корреляционных функций (гауссовской и экспоненциальной), значения коэффициента близки.

Интервал	Корреляционная функция	
корреляции	Экспоненциальная	Гауссовская
<i>τ_x</i> , м		
16	$3,0.10^{5}$	$2,6.10^{5}$
32	$2,1.10^{5}$	$1,9.10^{5}$
64	1,6.105	1,4·10 ⁵
128	$1,2.10^{5}$	$1,0.10^{5}$
256	1,0.105	$8,0.10^4$
512	$9,3.10^4$	$7,4.10^4$
1024	$9,1.10^{4}$	$8,2.10^4$

Значения коэффициента k в (12) для D = 1024 м

Коэффициент *k* в (12) зависит от интервала корреляции высотных отсчётов нелинейным образом.

Например, при длине трассы 1024 м и интервале корреляции 16 м из таблицы получим, что $k = 3 \cdot 10^5$ N-ед./м. Типовое значение СКО индекса преломления для приземного слоя тропосферы 0–200 м составляет 10 N-ед. [3]. Если взять при этом СКО индекса преломления, превышающее на два порядка это типовое значение, то из (12) следует, что СКО высот земной поверхности составит 3,3 мм. Такая величина

является слишком малой для реального рельефа местности и характеризует шероховатую, в целом плоскую поверхность.

Похоже, что оценка (10) степени влияния неровностей земной поверхности является завышенной.

Во-первых, для каждой гармоники в выражении (4) СКО N убывает экспоненциально с увеличением высоты y со скоростью тем большей, чем больше номер гармоники n. В реальной тропосфере СКО N убывает не так быстро [3].

Во-вторых, можно ожидать, что в тропосфере влияние неоднородностей максимально, если они являются коррелированными вдоль трассы РРВ, т.е. тропосфера является слоистой.

Результаты моделирования

Поэтому более объективные данные могут быть получены в результате расчётов напряжённости поля для рассмотренных ситуаций.

Например, возьмём вектор **g** как ряд отсчетов нормальной случайной функции с экспоненциальной корреляционной функцией.

В качестве способа генерации случайного процесса с заданной корреляционной характеристикой был выбран метод формирующего фильтра [7].

Поле рассчитывалось методом численного решения ПУ для трёх случаев. В первом, эталонном, случае тропосфера однородна, а подстилающая поверхность – плоская. Два оставшихся случая характеризуются наличием либо неоднородностей тропосферы, либо неровностей подстилающей поверхности. Высотный профиль неоднородностей индекса преломления тропосферы – это случайная функция с той же экспоненциальной корреляционной функцией.

Зададим СКО высот подстилающей поверхности $\sigma_h = 0,06$ м, а интервал корреляции высотных отсчётов $\tau_x = 0,5D$, чтобы максимальная крутизна не превышала единиц градусов.

Интервал корреляции отсчётов N возьмём равным интервалу корреляции отсчётов высот подстилающей поверхности, а $\sigma_N = 1000$ N-ед. Источник поля – точечный, приподнятый над трассой на 2,5 м, с длиной волны $\lambda = 0,1$ м; шаг сетки по высоте $\Delta h = 0,5$ м, по дальности – 1 м. Число отсчётов как по высоте, так и по дальности – 512. ПУ решалось методом преобразования Фурье с расщеплением шага («split-step») [8]. Неровности земной поверхности учитывались методом «shift map» (кусочно-линейная аппроксимация поверхности [8]). Максимальная крутизна земной поверхности составила 2,0°. Ширина диаграммы направленности источника выбрана максимально возможной в данной разностной схеме, равной $\lambda/\Delta h = 0,2$ рад. Результаты расчётов показаны на рис. 1.

Если за меру различия профилей на рис. 1 принять среднеквадратическое значение разностей амплитуд поля **u** и **v**, выраженных в децибелах

$$\varepsilon_r = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} 20 \lg(|u_i/v_i|)}, \ \mathrm{d}\mathbf{b},$$

то мера отклонения ε_r между парами кривых (*A* и *B*) и (*A* и *C*) будет составлять 9 и 12 дБ соответственно (в пределах от 0 до 40 м по высоте).



Рис. 1. Примеры сравнительных расчётов поля *U* по методу ПУ для случайных неровностей подстилающей поверхности и случайных неоднородностей индекса преломления тропосферы: *A* – для плоской поверхности и однородной тропосферы; *B* – для плоской поверхности и неоднородной тропосферы; *C* – для неровной поверхности и однородной тропосферы

Рельеф земной поверхности, показанный на рис. 1, является шероховатой, в целом плоской, поверхностью, характер отражений от которой зависит от угла скольжения. При малых углах преобладает зеркальное отражение, что мы и наблюдаем (кривая *C* на рис. 1) до высот 20 м в виде двулучевой интерференционной картины, а при больших углах индикатриса рассеяния расширяется, что приводит к искажению интерференционной картины поля на остальных высотах.

Заключение

Таким образом, даже в том случае, когда земная поверхность является почти плоской и слабошероховатой, ее влияние на характеристики поля сопоставимо с влиянием неоднородностей индекса преломления тропосферы, СКО которых на два порядка превышает реально наблюдаемые значения. То есть, на коротких трассах прямой видимости можно не учитывать влияние неоднородностей индекса преломления тропосферы.

Работа проводилась в рамках госконтракта № 02.740.11.0232 по ФЦП «Научные и научнопедагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. Литература

1. Долуханов М.П. Распространение радиоволн. – М.: Связь, 1972. – 336 с.

2. Бин Б.Р. Радиометеорология / Б.Р. Бин, Е.Д. Даттон. – Л.: Гидрометеоиздат, 1971. – 362 с.

3. Новиков А.В. Модель пространственно-временного поля индекса преломления приземного слоя атмосферы / А.В. Новиков, Ю.П. Акулиничев // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2010. – № 1 (21), ч. 2. – С. 36–44.

4. Радиоклиматический тропосферный атлас Тихого океана / Под ред. Г.С. Шарыгина. – Томск: Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2000. – 171 с.

5. Лаврентьев М.А. Методы теории функций комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М.: Наука, 1965. – 716 с.

6. Новиков А.В. Конформное отображение как метод учёта неровностей подстилающей поверхности с малой крутизной при численном решении параболического волнового уравнения / А.В. Новиков, Ю.П. Акулиничев // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2011. – № 1 (23). – С. 55–59.

7. Бакалов В.П. Цифровое моделирование случайных процессов. – М.: Изд-во МАИ, 2001. – 84 с.

8. Mireille Levy. Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation / The Institution of Electrical Engineers. – London: United Kingdom, 2000. – 336 p.

Новиков Анатолий Викторович

Ассистент каф. радиотехнических систем ТУСУРа Тел.: 8-952-155-96-99 Эл. почта: naw1983@yandex.ru

Акулиничев Юрий Павлович

Д-р техн. наук, профессор каф. радиотехнических систем ТУСУРа Тел.: (382-2) 41-36-70 Эл. почта: ayp@rts.rk.tusur.ru

Novikov A.V., Akulinichev Yu.P. Comparative evaluation of the influence of troposphere irregularities and the Earth surface roughness on the electromagnetic field characteristics of centimeter and decimeter wavelength ranges

Using the conformal mapping technique and the parabolic equation method there were found expressions for transforming the earth surface irregularities in the equivalent value of the refractive index. There are given the numerical calculation results of the equivalent refractive index for the model of the earth surface irregularities in the form of a Gaussian random variable for different RMS heights and intervals of the distance correlation. The estimation of the effective height for the field of the equivalent refractive index is done.

Keywords: refractive index, conformal mapping, rough ground surface, radio propagation.