

УДК 537.876.22

А.И. Климов

## Переходные характеристики волнового поля СВЧ-импульса короткой длительности

Приведены оценки переходных процессов на фронте и срезе волны наносекундного СВЧ-импульса, излучаемого антенной, апертура которой сравнима с длиной волнового пакета.

**Ключевые слова:** наносекундный СВЧ-импульс, излучающая апертура, Фурье-преобразование.

Для ряда приложений является перспективной короткоимпульсная схема радиолокаторов [1]. Для типичного варианта [2], реализуемого в трехсантиметровом диапазоне длин волн при длительности импульса  $\sim 10$  нс (число СВЧ-колебаний  $\sim 100$ ), длина волнового пакета (элемента разрешения) становится сопоставимой с диаметром передающей антенны ( $\sim 0,6-1,5$  м). В связи с этим могут иметь значение переходные процессы, выражающиеся в искажении огибающей радиоимпульса и связанные с запаздыванием волнового поля от различных участков излучающей апертуры при формировании импульсной диаграммы направленности [3]. Анализ основных особенностей и оценка временного масштаба этих процессов могут быть выполнены в двумерном приближении.

Предположим, что на вход передающей антенны поступает импульс  $s(t)$  СВЧ-излучения с огибающей прямоугольной формы. В комплексной форме его временная зависимость дается соотношением

$$\dot{S}(t) = E \left[ \sigma\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - \sigma\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{j\omega_0 t}, \quad s(t) = \text{Re} \dot{S}(t),$$

где  $E$  – амплитуда электрического поля волны;  $\tau$  – длительность импульса;  $\omega_0$  – несущая частота СВЧ-излучения;  $t$  – время;  $\sigma(t)$  – единичная (ступенчатая) функция [4].

Спектр импульса  $\dot{S}(\omega)$  находится с помощью Фурье-преобразования:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t) e^{-j\omega t} dt = E \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sigma\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - \sigma\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{j\omega_0 t} e^{-j\omega t} dt = E \tau \frac{\sin\left(\frac{\omega_0 - \omega}{2} \tau\right)}{\frac{\omega_0 - \omega}{2}}, \quad (1)$$

где  $\omega$  – текущая круговая частота.

Исходный сигнал выражается через спектр в соответствии с обратным преобразованием Фурье:

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{E}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sigma\left(t' + \frac{\tau}{2}\right) - \sigma\left(t' - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{j\omega_0 t'} e^{-j\omega t'} dt' \right\} e^{j\omega t} d\omega = \\ &= E \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t') \left[ \sigma\left(t' + \frac{\tau}{2}\right) - \sigma\left(t' - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{j\omega_0 t'} dt' = E \left[ \sigma\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - \sigma\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{j\omega_0 t}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь использовано известное [3] соотношение для  $\delta$ -функции:

$$\delta(t-t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(t-t')} d\omega. \quad (3)$$

Рассмотрим в качестве излучающей апертуры щель шириной  $b$ , существенно превышающей длину волны  $\lambda$ :  $b \gg \lambda$ ,  $\lambda = 2\pi c / \omega$ ;  $c$  – скорость света в вакууме, (рис. 1).

Импульсная диаграмма направленности может быть получена с использованием известного выражения [5] для ее спектра:

$$E(\theta, \omega) \sim E \frac{\sin\left(\frac{\omega b \sin \theta}{2c}\right)}{\frac{\omega b \sin \theta}{2c}} = E \frac{\sin\left(\frac{\omega \tau \theta}{2}\right)}{\frac{\omega \tau \theta}{2}}, \quad (4)$$

где  $\tau_\theta = \frac{b \sin \theta}{c}$ . В этом выражении для упрощения дальнейших выкладок опущен множитель, связанный с фазовым сдвигом волны на  $\pi/2$ , множитель вида  $\frac{1}{\sqrt{|\vec{r}|}} e^{-j\vec{k}\vec{r}}$ , учитывающий уменьшение

амплитуды поля и изменение фазы волны с расстоянием  $|\vec{r}|$ , где  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки наблюдения;  $\vec{k}$  – волновой вектор ( $|\vec{k}| = \frac{\omega}{c}$ ), а также множители, слабо влияющие на распределение волнового поля по углу  $\theta$ .

Применяя обратное преобразование Фурье (2) с учетом (3), а также с учетом соотношения

$$\frac{\sin(\frac{\omega\tau_\theta}{2})}{\frac{\omega}{2}} = \int_{-\infty}^{\infty} [\sigma(t + \frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t - \frac{\tau_\theta}{2})] e^{-j\omega t} dt,$$

аналогичного (1), получим выражение для поля  $E(\theta, t)$  в дальней зоне:

$$E(\theta, t) \sim \frac{E}{\tau_\theta} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\frac{\omega_0 - \omega}{2} \tau) \sin(\frac{\omega\tau_\theta}{2})}{\frac{\omega_0 - \omega}{2} \frac{\omega}{2}} e^{j\omega t} d\omega = \frac{E}{\tau_\theta} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [\sigma(t' + \frac{\tau}{2}) - \sigma(t' - \frac{\tau}{2})] e^{j\omega_0 t'} e^{-j\omega t'} dt' \right\} \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [\sigma(t'' + \frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t'' - \frac{\tau_\theta}{2})] e^{-j\omega t''} dt'' \right\} e^{j\omega t} d\omega.$$

Меняя порядок интегрирования и вновь используя свойство  $\delta$ -функции (3), получим

$$E(\theta, t) \sim \frac{E}{\tau_\theta} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(t-t'-t'')} d\omega \right] [\sigma(t'' + \frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t'' - \frac{\tau_\theta}{2})] dt'' \right\} \times [\sigma(t' + \frac{\tau}{2}) - \sigma(t' - \frac{\tau}{2})] e^{j\omega_0 t'} dt' = \frac{E}{\tau_\theta} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t'-t'') [\sigma(t'' + \frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t'' - \frac{\tau_\theta}{2})] dt'' \right\} \times [\sigma(t' + \frac{\tau}{2}) - \sigma(t' - \frac{\tau}{2})] e^{j\omega_0 t'} dt' = \frac{E}{\tau_\theta} \int_{-\infty}^{\infty} [\sigma(t-t'+\frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t-t'-\frac{\tau_\theta}{2})] [\sigma(t'+\frac{\tau}{2}) - \sigma(t'-\frac{\tau}{2})] e^{j\omega_0 t'} dt'. \tag{5}$$

Используя еще одно свойство  $\delta$ -функции:

$$\lim_{\tau_\theta \rightarrow 0} \frac{[\sigma(t-t'+\frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t-t'-\frac{\tau_\theta}{2})]}{\tau_\theta} = \delta(t-t')$$

для углов, близких к нулю, можно получить соотношение

$$E(\theta, t) \sim E \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\sigma(t-t'+\frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t-t'-\frac{\tau_\theta}{2})]}{\tau_\theta} [\sigma(t'+\frac{\tau}{2}) - \sigma(t'-\frac{\tau}{2})] e^{j\omega_0 t'} dt', \tag{6}$$

$$E(0, t) \sim E \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t') [\sigma(t'+\frac{\tau}{2}) - \sigma(t'-\frac{\tau}{2})] e^{j\omega_0 t'} dt' = E \left[ \sigma\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - \sigma\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{j\omega_0 t}.$$

То есть огибающая сигнала в дальней зоне имеет ту же временную зависимость, что и огибающая сигнала, подаваемого в передающую антенну.

Не совсем так получается при углах, отличных от нуля. Волновое поле в дальней зоне по-прежнему дается выражением вида

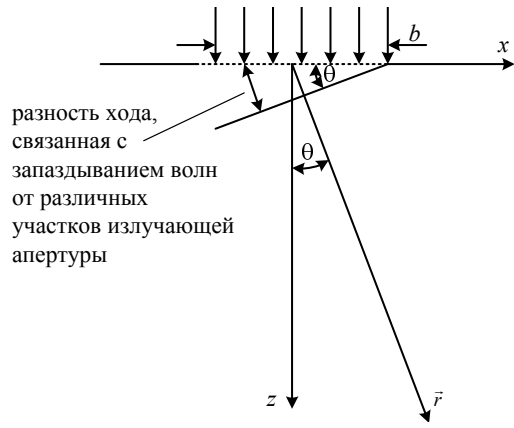


Рис. 1. Излучающая апертура

$$E(\theta, t) \sim \frac{E}{\tau_\theta} \int_{-\infty}^{\infty} [\sigma(t-t'+\frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t-t'-\frac{\tau_\theta}{2})][\sigma(t'+\frac{\tau}{2}) - \sigma(t'-\frac{\tau}{2})] e^{j\omega_0 t'} dt',$$

полученным из (5). Но детальный анализ, связанный с корректной расстановкой пределов интегрирования для различных моментов времени в течение импульса с учетом свойств произведения двух сигналов:

$$[\sigma(t-t'+\frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t-t'-\frac{\tau_\theta}{2})][\sigma(t'+\frac{\tau}{2}) - \sigma(t'-\frac{\tau}{2})],$$

для основной части импульса:

$$-\frac{\tau}{2} + \frac{\tau_\theta}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2} - \frac{\tau_\theta}{2},$$

дает выражение для волнового поля в виде

$$E(\theta, t) \sim E[\sigma(t + \frac{\tau}{2} - \frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t - \frac{\tau}{2} + \frac{\tau_\theta}{2})] \frac{\sin(\frac{\omega_0 \tau_\theta}{2})}{\frac{\omega_0 \tau_\theta}{2}} e^{j\omega_0 t}. \quad (7)$$

При малых углах  $\theta$  с учетом

$$\sin(\frac{\omega_0 \tau_\theta}{2}) \approx \frac{\omega_0 \tau_\theta}{2}$$

из (7) следует соотношение

$$E(\theta, t) \sim E[\sigma(t + \frac{\tau}{2} - \frac{\tau_\theta}{2}) - \sigma(t - \frac{\tau}{2} + \frac{\tau_\theta}{2})] e^{j\omega_0 t}.$$

Это соотношение описывает установившуюся часть импульса. Оно переходит в (6) при нулевом угле наблюдения. Видно, что длительность основной части огибающей импульса равна  $t - \tau_\theta$  и зависит от угла наблюдения. Вблизи фронта в интервале времени

$$-\frac{\tau}{2} - \frac{\tau_\theta}{2} \leq t \leq -\frac{\tau}{2} + \frac{\tau_\theta}{2}$$

и вблизи среза огибающей импульса в интервале времени

$$\frac{\tau}{2} - \frac{\tau_\theta}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2} + \frac{\tau_\theta}{2}$$

имеют место переходные процессы. В частности, вблизи фронта для поля можно формально записать выражение

$$E(\theta, t) \sim \frac{E}{\tau_\theta} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{t+\frac{\tau_\theta}{2}} e^{j\omega_0 t'} dt' = \frac{E}{j\omega_0 \tau_\theta} e^{j\omega_0(t+\frac{\tau_\theta}{2})} [1 - e^{-j\omega_0(t+\frac{\tau+\tau_\theta}{2})}].$$

Однако его корректность вызывает сомнение, поскольку в выполненном анализе было использовано выражение (4) для спектра диаграммы направленности, полученное в предположении монохроматического, а значит, бесконечно длинного во времени сигнала. Такой подход справедлив только для установившейся части импульса. Он не учитывает процессы запаздывания различных участков волнового поля вблизи излучающей апертуры и влияние этих процессов на формирование импульсной диаграммы направленности вблизи фронта и среза огибающей импульса при углах наблюдения  $\theta$ , отличных от нуля. Эти процессы, как видно из рис. 1, имеют временной масштаб порядка

$$\tau_\theta = \frac{b \sin \theta}{c}.$$

Для примера можно выполнить оценку временного масштаба для реальных условий и конструкций антенн с типичной апертурой  $b = 0,6$  м при несущей частоте 10 ГГц. Главный лепесток диаграммы направленности ограничен [5] первым ее минимумом  $\theta_{\min 1}$ , который соответствует оценке

$$\frac{\omega_0 \tau_\theta}{2} = \pi = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10^{10} \cdot 0,6 \cdot \sin \theta_{\min 1}}{2 \cdot 3 \cdot 10^8} = 20 \cdot \pi \cdot \sin \theta_{\min 1},$$

$$\sin \theta_{\min 1} = 0,05; \theta_{\min 1} \approx 3^\circ.$$

Оценка временного масштаба переходного процесса дает величину

$$\tau_{\theta_{\min 1}} = \frac{b \sin \theta_{\min 1}}{c} = \frac{0,6 \cdot 0,05}{3 \cdot 10^8} = 10^{-10} \text{ с} = 0,1 \text{ нс} .$$

Следует отметить, что характерные длительности фронта и среза огибающей импульса СВЧ-излучения наносекундной длительности составляют обычно не менее 1–2 нс. Таким образом, масштаб времени существования переходного процесса по крайней мере на порядок меньше длительностей фронта и среза. А сам переходный процесс в отличие от выводов работы [3] не должен иметь существенного значения, поскольку обычно для зондирования используется волновое поле в пределах главного лепестка диаграммы направленности антенны.

Следует отметить также, что выполненный анализ применим и к задаче рассеяния плоской волны, падающей на пластину конечной ширины  $b \gg \lambda$  и бесконечной длины, так как отражение волны от ее поверхности можно рассматривать как возбуждение апертуры щели такой же ширины.

#### *Литература*

1. Скосырев В.Н. Особенности и свойства короткоимпульсной радиолокации / В.Н. Скосырев, М.Л. Осипов // Вестник МГТУ. Сер. Приборостроение. – 1999. – № 4. – С. 21–30.
2. Климов А.И. Радиолокатор с наносекундным зондирующим импульсом / А.И. Климов, Н.Н. Бадулин, А.П. Бацула и др. // Приборы и техника эксперимента. – 1998. – № 6. – С. 111–114.
3. Жидко Ю.М. Диаграммы направленности антенн при работе в режиме очень коротких импульсов // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т. 25, № 7. – С. 1392–1396.
4. Харкевич А.А. Основы радиотехники: учебное пособие. – 3-е. изд. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2007. – С. 95–100.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики: учеб. пособие для вузов: В 5 т. Т. 4: Оптика. – 3-е. изд. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2006. – С. 309–315.

---

#### **Климов Алексей Иванович**

Канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Института сильноточной электроники Сибирского отделения Российской академии наук (ИСЭ СО РАН), г. Томск  
Тел.: (382-2) 49-19-91  
Эл. почта: klimov@lfe.hcei.tsc.ru

Klimov A.I.

#### **Step response of short microwave pulse wave field**

The article presents the estimations of step response at wave front and wave tail of the wave field of nanosecond microwave pulse radiated by the antenna aperture of which is comparable to the wave packet length.

**Keywords:** nanosecond microwave pulse, transmitting aperture, Fourier transform.

---