

УДК 621.396.9

Ю.Б. Попов, К.В. Машаров

Оценка координат воздушного объекта в многопозиционной РЛС с использованием фильтра Калмана

В работе рассмотрены вопросы разработки и программной реализации алгоритма оценки координат и навигационных параметров воздушной скоростной цели для многопозиционной РЛС малой дальности на основе аппарата фильтрации Калмана. Обсуждаются результаты исследований, выполненные с помощью имитационного моделирования. Результаты демонстрируют работоспособность алгоритма и позволяют определить его точность оценивания.

Ключевые слова: фильтр Калмана, многопозиционная радиолокационная станция.

Одним из путей развития и модернизации средств ПВО является совершенствование алгоритмов обработки вторичной информации, в том числе комплексной обработки измерений от пространственно-распределенной сети уже существующих РЛС. Особенно это актуально для систем ПВО малой дальности, обеспечивающих прикрытие объектов на рубежах 2–10 км при использовании тактики заградительного огня в точку упреждения. Такая тактика требует оперативной оценки текущих координат, параметров движения и маневра цели, поскольку интервал времени от обнаружения до уничтожения составляет единицы секунд, а необходимая точность целеуказания (определение координат точки упреждения) – единицы (доли) метра. Решение подобной задачи возможно при использовании многопозиционных измерений с применением автоматизированных систем управления (в т.ч. управления оружием). Причем пространственное разнесение измерительных пунктов, их мобильность, возможность размещения приемников и передатчика (передатчиков) на разных позициях позволяют повысить живучесть системы.

К дополнительным преимуществам многопозиционных систем, по сравнению с однопозиционными РЛС, следует отнести: более высокую помехоустойчивость; высокую точность завязки и сопровождения траекторий целей; большую информативность [1].

В данной работе рассматривается алгоритм определения координат и параметров движения подвижной воздушной цели по измерениям, полученным от четырех разнесенных в пространстве активных РЛС малой дальности. Задача решена в полярной системе координат, при этом алгоритм синтезирован на основе расширенного фильтра Калмана.

Общая постановка задачи

Рассмотрим многопозиционную систему, состоящую из четырех неподвижных носителей РЛС (рис. 1).

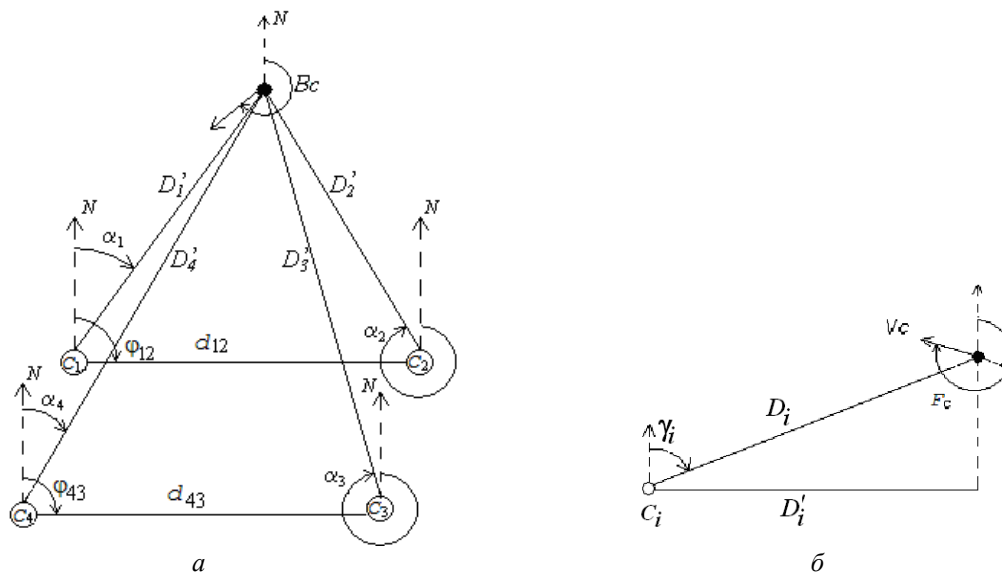


Рис. 1. Схема взаимного расположения станций и цели в горизонтальной (а) и вертикальной (б) плоскости

В качестве наблюдений выступают данные текущих измерений на станциях C_1, C_2, C_3, C_4 , которые содержат случайные ошибки. Для упрощения предположим, что измерения осуществляются синхронно в дискретные моменты времени с периодом T . При этом считается, что текущие расстояния между РЛС – d_{ij} и углы визирования одного носителя относительно другого – φ_{ij} известны точно ($i, j = 1, 2, 3, 4$ – номер станции). Каждая РЛС измеряет: D_i – наклонную дальность от РЛС до цели (на рис. 1 D_i^1 – проекция наклонной дальности на горизонтальную плоскость); α_i – азимут цели, который отсчитывается от направления на север (N) и показывает, под каким углом находится цель по отношению к РЛС; γ_i – угол места цели, отсчитывается от направления в зенит.

В данной работе алгоритм строится на базе уже существующих РЛС малой дальности, которые могут работать автономно в однопозиционном режиме. При этом полагаем, что все станции связаны между собой каналами взаимобмена информацией. То есть полученные данные измерений на одной из РЛС передаются на другие, что позволяет организовать комплексную обработку информации на каждой станции. Итоговая оценка параметров движения цели формируется на любой из станций самостоятельно, с использованием комплексных измерений.

Безусловно, в качестве альтернативной схемы можно использовать единый центр обработки информации, куда данные будут поступать со всех станций, а затем формироваться оценка координат и параметров движения цели. При этом количество каналов связи уменьшится, однако надежность системы понизится, так как при выходе из строя единого центра вся система будет не работоспособна.

Для полярной системы координат, из геометрических соображений, динамика перемещения цели относительно станций может быть описана системой дифференциальных уравнений первого порядка в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{D}_1 = V_C \cdot \cos(\alpha_1 - B_C) \cdot \cos(\gamma_1 - F_C), \\ \dot{\alpha}_1 = \frac{-V_C \cdot \sin(\alpha_1 - B_C)}{D_1} \cdot \cos(\gamma_1 - F_C), \\ \dot{\gamma}_1 = \frac{-V_C \cdot \sin(\gamma_1 - F_C)}{D_1} \cdot \cos(\alpha_1 - B_C), \\ \dot{D}_2 = V_C \cdot \cos(\alpha_2 - B_C) \cdot \cos(\gamma_2 - F_C), \\ \dots\dots\dots \\ \dot{\gamma}_4 = \frac{-V_C \cdot \sin(\gamma_4 - F_C)}{D_4} \cdot \cos(\alpha_4 - B_C), \\ \dot{V}_C = 0, \\ \dot{B}_C = 0, \\ \dot{F}_C = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где D_i, α_i, γ_i – дальности до цели, азимут и угол места цели относительно станций C_i соответственно; F_C – тангаж цели, отсчитывается от вертикали; V_C – скорость цели; B_C – курс цели, отсчитывается от направления на север.

Введем вектор состояний, включающий неизвестные и подлежащие оцениванию переменные системы (1):

$$\mathbf{X}^T(k) = \| D_1 \quad \alpha_1 \quad \gamma_1 \quad \dots \quad \gamma_4 \quad V_C \quad B_C \quad F_C \| = \| X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad \dots \quad X_{12} \quad X_{13} \quad X_{14} \quad X_{15} \|. \quad (2)$$

В разностной форме система уравнений (1) с учетом (2) приобретает следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1(k+1) = X_1(k) + T \cdot X_{13}(k) \cdot \cos(X_2(k) - X_{14}(k)) \cdot \cos(X_3(k) - X_{15}(k)), \\ X_2(k+1) = X_2(k) - \frac{X_{13}(k)}{X_1(k)} \cdot T \cdot \sin(X_2(k) - X_{14}(k)) \cdot \cos(X_3(k) - X_{15}(k)), \\ X_3(k+1) = X_3(k) - \frac{X_{13}(k)}{X_1(k)} \cdot T \cdot \sin(X_3(k) - X_{15}(k)) \cdot \cos(X_2(k) - X_{14}(k)), \\ X_4(k+1) = X_4(k) + T \cdot X_{13}(k) \cdot \cos(X_5(k) - X_{14}(k)) \cdot \cos(X_6(k) - X_{15}(k)), \\ \dots, \\ X_{13}(k+1) = X_{13}(k), \\ X_{14}(k+1) = X_{14}(k), \\ X_{15}(k+1) = X_{15}(k). \end{array} \right. \quad (3)$$

Здесь и далее k – номер текущего отсчета (дискретное время).

Следует отметить, что в (1) не используется привязка к взаимному расположению станций. То есть функциональная связь между уравнениями состояний обеспечивается через параметры движения цели (скорость, курс и тангаж). Это позволяет не учитывать расстояния между РЛС, а также разность высот расположения станций на местности.

Зададим функциональные связи между выбранным вектором состояния и измерительными каналами, т.е. запишем уравнения наблюдений:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1(k) = X_1(k) + \varepsilon_1(k), \\ Z_2(k) = X_2(k) + \varepsilon_2(k), \\ \dots, \\ Z_{12}(k) = X_{12}(k) + \varepsilon_{12}(k), \end{array} \right. \quad (4)$$

где $X_1(k) \dots X_{12}(k)$ – текущие координаты цели; $\varepsilon_1(k) \dots \varepsilon_{12}(k)$ – эквивалентные шумы наблюдений. Таким образом, выражения (2)–(4) являются исходными для синтеза алгоритма определения текущих координат и параметров движения цели на основе фильтра Калмана [2].

Синтез структуры фильтра Калмана

В силу нелинейности уравнений (1) для синтеза алгоритма будет использован расширенный фильтр Калмана [2]. При этом в качестве уравнений состояния используем вектор-функцию (3). Соответственно, функция перехода для системы уравнений (3) в векторной форме будет представлена следующим выражением:

$$\hat{\mathbf{O}}(X, k) = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{O}}_1(X, k) \\ \hat{\mathbf{O}}_2(X, k) \\ \hat{\mathbf{O}}_3(X, k) \\ \hat{\mathbf{O}}_4(X, k) \\ \dots \\ \hat{\mathbf{O}}_{13}(X, k) \\ \hat{\mathbf{O}}_{14}(X, k) \\ \hat{\mathbf{O}}_{15}(X, k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 + T \cdot X_{13} \cdot \cos(X_2 - X_{14}) \cdot \cos(X_3 - X_{15}) \\ X_2 - \frac{X_{13}}{X_1} \cdot T \cdot \sin(X_2 - X_{14}) \cdot \cos(X_3 - X_{15}) \\ X_3 - \frac{X_{13}}{X_1} \cdot T \cdot \sin(X_3 - X_{15}) \cdot \cos(X_2 - X_{14}) \\ X_4 + T \cdot X_{13} \cdot \cos(X_5 - X_{14}) \cdot \cos(X_6 - X_{15}) \\ \dots \\ X_{13} \\ X_{14} \\ X_{15} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для синтеза алгоритма используем уравнение оптимального оценивания:

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1) = \hat{\mathbf{X}}(k+1|k) + \mathbf{G}(k+1) \cdot (\mathbf{Z}(k+1) - \mathbf{H}(k+1) \cdot \hat{\mathbf{X}}(k+1|k)), \quad (6)$$

где $\hat{\mathbf{X}}(k+1)$ – оценка вектора состояния на момент времени $(k+1)$; $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k)$ – вектор предсказанных оценок на момент времени $(k+1)$ по данным на шаге k ; $\mathbf{G}(k+1)$ – матрица весовых коэффициентов; $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k) = \hat{\mathbf{O}}(\hat{X}, k)$ – матричное уравнение для расчета вектора предсказания.

Матрица весовых коэффициентов:

$$\mathbf{G}(k+1) = \mathbf{P}(k+1|k) \cdot \mathbf{H}^T \cdot \left[\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}(k+1|k) \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_E(k+1) \right]^{-1}, \quad (7)$$

где $\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{P}(k|k) \cdot \mathbf{F}^T$ – апостериорная матрица ковариаций ошибок предсказания;

$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ – матрица наблюдений размерностью (12×15) ; при этом

$\mathbf{F}(\hat{X}, k) = \frac{\partial \hat{\mathbf{O}}(\hat{X}, k)}{\partial \hat{X}}$ является матрицей Якоби от $\hat{\mathbf{O}}(\hat{X}, k)$; $\mathbf{P}(k+1|k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{G}(k+1) \cdot \mathbf{H}] \cdot \mathbf{P}(k+1|k)$ –

априорная матрица ковариации ошибок оценивания; \mathbf{I} – диагональная единичная матрица; $\mathbf{R}_E(k+1)$ – диагональная ковариационная матрица шумов наблюдения.

Для инициации работы алгоритма необходимо задать начальные значения матрицы ковариации ошибок оценивания $\mathbf{P}(0|0)$, начальный вектор оценок $\hat{X}(0)$ и диагональные элементы корреляционной матрицы ошибок наблюдения $\mathbf{R}_E(k+1)$. Начальные значения вектора $\hat{X}(0)$ могут быть заданы как средние величины, исходя из предполагаемых значений максимальной и минимальной дистанций, а также максимальной и минимальной скорости. Априорная корреляционная матрица ошибок оценивания является диагональной, значения элементов которой соответствуют дисперсиям ошибок оценивания в начальный момент времени.

Методика и результаты исследования алгоритма

Для исследования качества работы синтезированного алгоритма, в среде Borland Delphi v.7.0 была разработана программа имитационного моделирования. Программа состоит из 3 блоков (рис. 2): имитатор, фильтр Калмана, блок статистической обработки.

Первый блок имитирует перемещение цели относительно станций, рассчитывая текущие значения дальностей, пеленгов и углов места цели. Полученные значения суммируются с шумами, тем самым имитируется работа соответствующих каналов наблюдений. Блок статистической обработки предназначен для оценки качества работы фильтра при многократной реализации сеансов измерений. Данные, полученные в имитаторе и при оценке алгоритма, сравниваются и вычисляется среднеквадратическая ошибка оценивания.

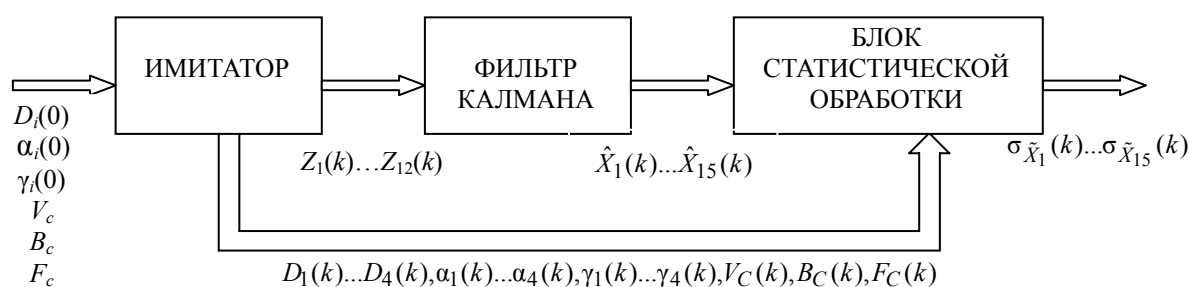


Рис. 2. Структурная схема программы

Для исследований были выбраны следующие параметры цели: $B_C = 180^\circ$ – курс цели, $F_C = 270^\circ$ – тангаж цели, $V_C = 1500$ км/ч – скорость цели. Количество сеансов, использованных для набора статистики, $N = 300$, $T = 10$ мс.

Также заданы начальные координаты цели относительно первой станции: $D_1(0) = 10$ км, $\alpha_1(0) = 0^\circ$, таким образом, предполагается, что цель движется с севера по направлению к первой станции на неизменной высоте.

Работа алгоритма была исследована при различных ошибках в каналах измерений. Для упрощения полагалось, что $\sigma_{\varepsilon 1} = \sigma_{\varepsilon 4} = \sigma_{\varepsilon 7} = \sigma_{\varepsilon 10} = \sigma_D$ – СКО шумов в канале наблюдений дальности цели для каждой станции; $\sigma_{\varepsilon 2} = \sigma_{\varepsilon 5} = \sigma_{\varepsilon 8} = \sigma_{\varepsilon 11} = \sigma_\alpha$ – СКО шумов в каналах наблюдений азимута, $\sigma_{\varepsilon 3} = \sigma_{\varepsilon 6} = \sigma_{\varepsilon 9} = \sigma_{\varepsilon 12} = \sigma_\gamma$ – СКО шумов в каналах наблюдений угла места цели. Ошибки задавались в пределах: $\sigma_D = 10\text{--}100$ м; $\sigma_\alpha = 0,3\text{--}1^\circ$; $\sigma_\gamma = 0,3\text{--}1^\circ$.

На рис. 3 приведены результаты исследований сходимости оценок дальности. При расчетах ошибки измерения угловых координат цели для всех станций задавались значениями $\sigma_\alpha = 0,3^\circ$; $\sigma_\gamma = 0,3^\circ$. Ошибки в канале наблюдений дальности варьировались. Графики представляют поведение среднеквадратической ошибки оценивания дальности $\sigma_{\tilde{X}_1}$ для следующих ошибок измерений:

1 – $\sigma_D = 100$ м; 2 – $\sigma_D = 50$ м; 3 – $\sigma_D = 30$ м; 4 – $\sigma_D = 10$ м, где $\tilde{X}_1(k) = X_1(k) - \hat{X}_1(k)$.

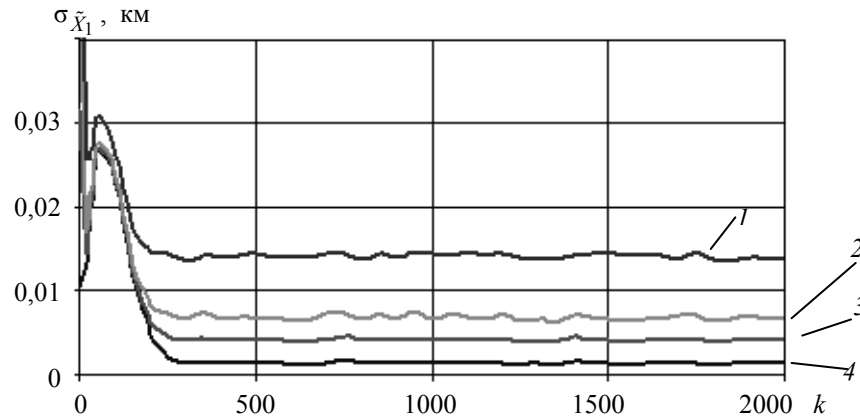


Рис. 3. Графики СКО оценивания дальности цели при различных ошибках в каналах измерения

Результаты исследований сходимости фильтра по азимуту и углу места приведены на рис. 4, 5. На графиках показана эволюция во времени среднеквадратической ошибки оценивания азимута – $\sigma_{\tilde{X}_2}$ и угла места – $\sigma_{\tilde{X}_3}$, при ошибках измерения по дальности $\sigma_D = 10$ м, по угловым координатам:

1 – $\sigma_\alpha = \sigma_\gamma = 1^\circ$; 2 – $\sigma_\alpha = \sigma_\gamma = 0,5^\circ$; 3 – $\sigma_\alpha = \sigma_\gamma = 0,3^\circ$.

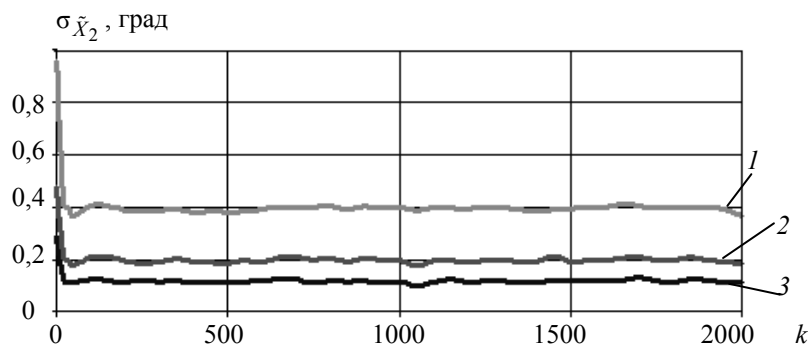


Рис. 4. Графики СКО оценивания азимута цели при различных ошибках в канале измерения

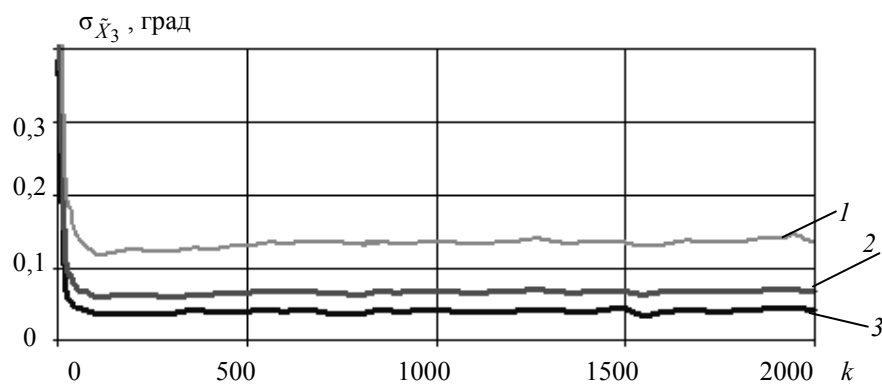


Рис. 5. Графики СКО оценивания угла места цели при различных ошибках в канале измерения

Также было исследовано влияние интенсивности шумов в каналах измерений на сходимость фильтра при оценке скорости, курса и тангажа цели. При этом ошибки наблюдений изменялись в

пределах: $\sigma_D = 10\text{--}50$ м; $\sigma_\alpha = 0,3\text{--}1^\circ$; $\sigma_\gamma = 0,3\text{--}1^\circ$. На рис. 6–8 представлены графики: $\sigma_{\tilde{X}_{13}}$ – СКО оценивания скорости цели; $\sigma_{\tilde{X}_{14}}$ – СКО оценивания курса; $\sigma_{\tilde{X}_{15}}$ – СКО оценивания тангажа цели. Графики получены для следующих ошибок в каналах измерений: 1 – $\sigma_D = 10$ м; $\sigma_\alpha = 0,3^\circ$; $\sigma_\gamma = 0,3^\circ$; 2 – $\sigma_D = 30$ м; $\sigma_\alpha = 0,3^\circ$; $\sigma_\gamma = 0,3^\circ$; 3 – $\sigma_D = 50$ м; $\sigma_\alpha = 0,3^\circ$; $\sigma_\gamma = 0,3^\circ$; 4 – $\sigma_D = 50$ м; $\sigma_\alpha = 1^\circ$; $\sigma_\gamma = 1^\circ$.

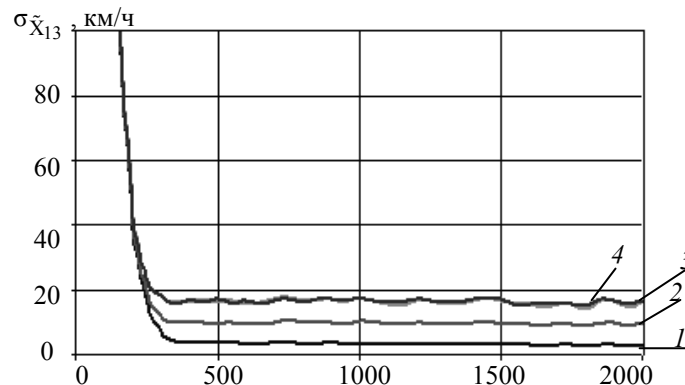


Рис. 6. Графики СКО оценивания скорости цели при различных ошибках в канале измерения

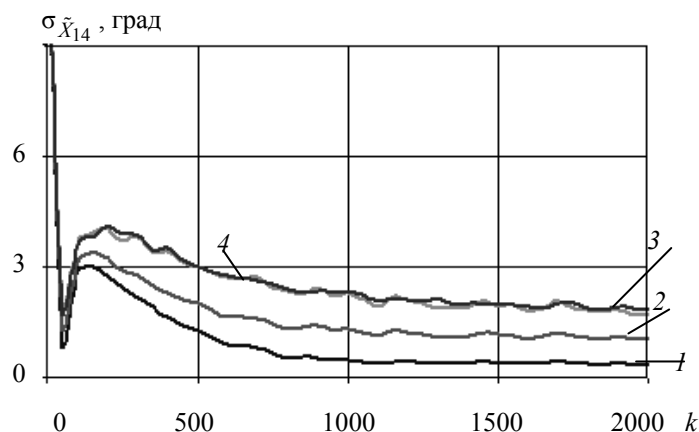


Рис. 7. Графики СКО оценивания курса цели при различных ошибках в канале измерения

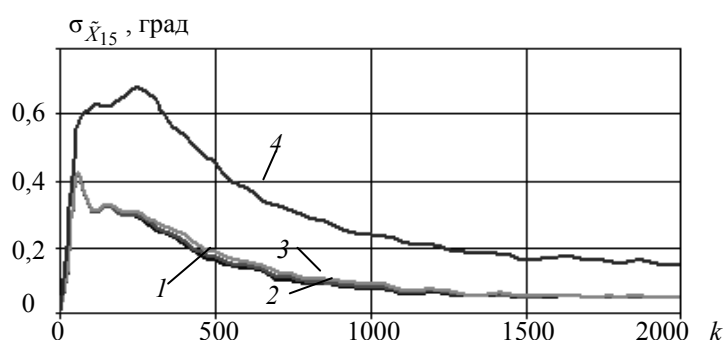


Рис. 8. Графики СКО оценивания тангажа цели при различных ошибках в канале измерения

Приведенные результаты исследований показывают работоспособность алгоритма и позволяют определить точность оценивания координат и параметров движения цели.

Из графиков видно, что значения СКО уменьшаются по мере поступления измерений. На 3–4-й секунде оценивания все параметры сходятся к величинам, близким к реальным.

Результаты исследований показывают, что алгоритм обеспечивает:

- уменьшение ошибки оценивания дальности до цели в 6–7 раз по сравнению с начальными значениями при ошибках в канале измерения $\sigma_D = 100$ м;
- точность оценивания азимута цели $0,1\text{--}0,4^\circ$ при ошибках в канале измерения $\sigma_\alpha = 1^\circ$;

- точность оценивания угла места цели $0,2^\circ$ при ошибках в канале измерения $\sigma_\gamma = 1^\circ$;
- точность оценивания скорости цели 1–5 м/с при ошибках измерения до $\sigma_D = 50$ м, $\sigma_\alpha = 1^\circ$, $\sigma_\gamma = 1^\circ$;
- точность оценивания тангажа цели $0,2^\circ$ при ошибках измерения до $\sigma_D = 50$ м, $\sigma_\alpha = 1^\circ$, $\sigma_\gamma = 1^\circ$;
- точность оценивания курса цели $0,3\text{--}2,5^\circ$ при ошибках измерения до $\sigma_D = 50$ м, $\sigma_\alpha = 1^\circ$, $\sigma_\gamma = 1^\circ$.

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что исследуемый алгоритм оценивания работает устойчиво. Ошибки оценивания обусловлены в первую очередь шумами в каналах измерения. При этом скорость сходимости оценок в фильтре тем выше, чем выше точность априорной информации. Поэтому в качестве начального вектора оценивания $\hat{X}(0)$ следует использовать измерения соответствующих переменных, полученные в момент времени $k = 0$. В соответствии с этим значения диагональных элементов матрицы ковариаций ошибок оценивания в момент времени $k = 0$ должны быть уменьшены.

Дальнейшее развитие данного алгоритма следует направить в сторону адаптации к потерям данных в каналах взаимодействия информацией между станциями [3], а также к учету возможного маневра цели.

Литература

1. Зайцев Д.В. Многопозиционные радиолокационные системы. Методы и алгоритмы обработки информации в условиях помех. – М.: Радиотехника, 2007. – 96 с.
2. Сейдж Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э.П. Сейдж, Дж.Л. Мелс. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
3. Гришин Ю.П. Динамические системы устойчивые к отказам / Ю.П. Гришин, Ю.М. Казаринов. – М.: Радио и связь, 1985. – 176 с.

Попов Юрий Борисович

Канд. техн. наук доцент каф. радиоэлектроники Сургутского государственного университета
Тел.: (346-2) 76-31-24
Эл. почта: porovyub@mail.ru

Машаров Константин Викторович

Аспирант Сургутского государственного университета
Тел.: (346-2) 76-31-24
Эл. почта: mkostya232@mail.ru

Popov Yu.B., Masharov K.V.

The estimation of the coordinates of an aerial object in multi-station radars with the usage of Kalman filter

The article describes the questions of development and program realization of the algorithm of an estimation of coordinates and navigating parameters for an air high-speed target, in multi-station radar of small range, with the usage of Kalman filter device. The results prove the efficiency of the algorithm and allow to define its accuracy in estimation.

Keywords: Kalman filter, multi-station radar.