УДК 330.4

А.М. Семиглазов, В.А. Семиглазов

К вопросу использования «золотого сечения» в экономико-управленческих задачах

Работа посвящена математическому обоснованию пропорций «золотого сечения». Исходя из свойств этих пропорций скорректированы финансовые критерии для диагностики кризисустойчивости предприятий, критерии для оценки монополистического положения фирмы на рынке, ряд других критериев.
Ключевые слова: золотое сечение, критерий Гурвица, монополизация рынка, производительность труда, производственная функция, коэффициент текущей ликвидности, коэффициент восстановления платежеспособности, коэффициент утраты платежеспособности, коэффициент обеспеченности собственными оборотными средствами, коэффициент кризисустойчивости.

На рубеже 20–21-х веков в Институте РАН проблем управления ведется разработка нового направления современного менеджмента – гармоничного менеджмента [1]. Гармоничность по В. Далю – это «согласованность, стройность в сочетании чего-либо», а в БСЭ дано следующее определение: «гармония – созвучие, согласие, ... согласованность частей в расчлененном целом».

Решение задачи гармоничного сочетания частей и целого известно с древних веков в виде композиции:

Целое (100%) = часть 1 (62%) + часть 2 (38%).

Наличие этой вроде бы элементарной пропорции, с легкой руки Леонардо да Винчи названной «золотым сечением», лежит в основе «стержня» устойчивости всех мировых явлений, от космоса до строения тела человека, до технических систем, политики, образования, военного дела и т.д. На фоне лавины исследований и поисков [2–4, 6] проявления золотого сечения уже все более и более заметно использование его в экономике и, в частности, экономике бизнеса.

Авторы в своей статье не ставят себе цель доказывать то, что известно со времен Аристотеля, Евклида, Птолемея, Леонардо да Винчи и др. Цель состоит в другом – откорректировать имеющиеся, но не обоснованные математические соотношения в экономике и управлении, подмеченные авторами, на соответствие гармонии золотого сечения.

Математические аспекты золотого сечения

Пропорции золотого сечения

Пусть целый отрезок (рис.) представлен как 1, большая часть отрезка как «a» и меньшая как «b».

Составим пропорцию $\frac{a}{1} = \frac{b}{a}$, при $a = x_1$ и $b = (1 - x_1)$ получим уравнение:

$$x_1^2 + x_1 - 1 = 0. \tag{1}$$

Положительный корень этого уравнения $x_1 = 0{,}618$.

Введем константу G (gold): $G = 0{,}618 \approx 0{,}62$; $1 - G = 0{,}382 \approx 0{,}38$.

Составим второе уравнение для ранее принятой пропорции при следующих обозначениях:

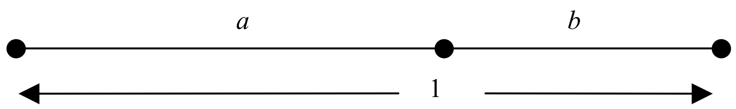

Рис.

$$a=\frac{1}{x_2} \text{ и } b=1-\frac{1}{x_2}, \text{ получим: } x_2^2-x_2-1=0. \tag{2}$$

Положительный корень этого уравнения $x_2=1{,}618=1+G$. Нетрудно убедиться что: $x_2=\frac{1}{x_1}=\frac{1}{G}$, или $1+G=\frac{1}{G}$, что является замечательным свойством золотого сечения.

Решим составленную пропорцию, приняв $b=x_3$, а $a=1-x_3$, получим уравнение:

$$x_3^2-3x_3+1=0, \tag{3}$$

которое имеет два положительных корня $x_{3_1}=2{,}618=1+\frac{1}{G}$ и $x_{3_2}=0{,}382=G^2$, которые тоже связанны с золотой пропорцией.

Деление целого в среднем и крайнем отношении

Найдем большую часть целого ($x_{\text{ср.а}}$) как среднеарифметическое между целым и меньшей частями:

$$x_{\text{ср.а}}=\frac{1+(1-x_{\text{ср.а}})}{2},$$

откуда $3\cdot x_{\text{ср.а}}=2$, $x_{\text{ср.а}}=\frac{2}{3}$ – назовем это соотношение парламентским большинством.

Определим большую часть целого как среднегеометрическую величину ($x_{\text{ср.г}}$) между целым и меньшей частями: $x_{\text{ср.г}}=\sqrt{(1-x_{\text{ср.г}})}$, откуда: $x_{\text{ср.г}}^2+x_{\text{ср.г}}-1=0$; получаем уравнение золотого сечения (1) с корнем $x_{\text{ср.г}}=G$.

Другой способ получения уравнения (1).

Так как $a < 1$ и $b < 1$, то, если представить целое – «1» – как сумму $a = x$ и $b = x^2$, получим уравнение: $x^2 + x = 1$ – уравнение золотой пропорции.

Следовательно: $x = 0{,}618 = G$ и $x^2 = 0{,}382 = G^2$, или:

$$G^2 = 1 - G = 0{,}382. \tag{4}$$

Также замечательное свойство золотого сечения.

Сумма геометрической прогрессии

Докажем, что уравнение суммы двух членов геометрической прогрессии, равной единице, $x + x^2 = 1$ является уравнением (1) золотого сечения.

Пусть $x = a_1$ – большая часть, а меньшая $b = q\cdot x$, где $q = x$ (знаменатель прогрессии); a_1 – первый член прогрессии, тогда сумму двух членов прогрессии, равной единице, запишем как:

$$S=1=\frac{a_1(1-q^2)}{1-q}=\frac{x(1-x^2)}{1-x},$$

где $1-x=x(1-x^2)=x(1-x)(1+x)$, сократив обе части уравнения на $(1 - x)$, получим $x + x^2 - 1 = 0$ – уравнение (1) золотого сечения.

Сумма бесконечного ряда золотой пропорции

$$G^2+G^3+\ldots+G^n, \text{ при } n\to\infty,\ S_n=\frac{a_1}{1-q}, \text{ где } a_1=G^2,\ q=G.$$

Используя (4) получим: $S_n=\frac{G^2}{G^2}=1$, т.е. сумма ряда:

$$G^2+G^3+\ldots+G^n=1, \tag{5}$$

что согласуется с выводами [3].

Запишем ряд чисел, которые используем в дальнейшем:

$$G^2 = 0{,}382;\ G^3 = 0{,}236;\ G^4 = 0{,}146;\ G^5 = 0{,}09;\ G^6 = 0{,}056. \qquad (6)$$

Интересно отметить, что каждый следующий член ряда (6) равен разности двух предыдущих членов: $a_n = a_{n-2} - a_{n-1}$, и сумме двух последующих членов, т.е. получаем ряд Фибоначчи наоборот:

$$a_n = a_{n+1} + a_{n+2}.$$

Из вышеизложенного очевидно, что к пропорциям золотого сечения могут привести различные подходы к делению целого на части.

Рассмотрим далее конкретные примеры применения золотого сечения в экономико-управленческих задачах.

Критерий Гурвица. При принятии управленческих решений в условиях неопределенности используется этот критерий для расчета математического ожидания выигрыша с позиции оптимиста/пессимиста. Полагается, что лицо, принимающее решение (ЛПР), характеризуется с точки зрения его рискоготовноти какой-то долей оптимизма, а с точки зрения его осторожности – какой-то долей пессимизма (неуверенности в успехе решения). Для успешности бизнеса неприемлема позиция ЛПР как чересчур осторожная (можно упустить выгодный шанс), так и позиции безрассудного оптимиста (можно понести большие убытки). Опыт успешных ЛПР показывает, что оптимизм при выборе решения должен в какой-то мере преобладать над пессимизмом. Мы полагаем, что с точки зрения гармоничного, близкого к оптимальному, решения доля оптимизма должна составлять 0,618, а пессимизма – 0,382. Доля собственного пессимизма и оптимизма определяется каждым ЛПР интуитивно, субъективно. Существуют различные тесты, позволяющие количественно выразить степень готовности ЛПР к риску, например тест «RSK» Шуберта. Риск понимается как действие наудачу в надежде на счастливый исход, или как возможная опасность, как действие, совершаемое в условиях неопределённости[§]. Коэффициент готовности к риску, полученный после прохождения теста, можно использовать в качестве индивидуальной характеристики ЛПР в расчетах[**] [8].

Монополизация рынка. Наиболее выгодной для общества в целом формой конкуренции на рынке является совершенная конкуренция. Такая конкуренция предполагает большое количество (n) продавцов однотипного товара или услуги ($n \to \infty$). При этих условиях спрос на рынке становится эластичным, и снижение цены, а значит увеличение продаж, возможно при снижении издержек производителя или повышения качества товара.

Для приближения конкурентной ситуации на рынке близкой к совершенной Федеральным законом «О защите конкуренции» предусмотрено, чтобы доля рынка самой крупной фирмы не превышала 35%. Вполне очевидно, что это норма связана с многолетней статистикой по анализу рынка, учитывает мировую практику, но не соответствует гармоничной организации рынка, поскольку не опирается на выводы золотого сечения.

Если вернуться к уравнению (5) и ряду (6), то можно видеть, что самый большой член ряда при бесконечно большом количестве членов ряда равен 0,382 (38,2%), что, по нашему мнению, может служить поводом для корректировки норм Закона.

Если представить сумму ряда с начальным членом ряда 0,35, то можно определить знаменатель прогрессии бесконечного ряда членов (продавцов на рынке) в соответствии с официальной нормой: $S = 1 = \frac{a_1}{1-q}$, при $a_1 = 0{,}35$, $q = 0{,}65$, а для золотого сечения $q = G = 0{,}618$, т.е. имеется отличие от структуры гармоничного ряда.

§ Тест «RSK» Шуберта запрограммирован на странице интернета http://retraining.ru/calculator2.html.

** Разработанный автором алгоритм расчета готовности инвестора к риску при выборе инновационного проекта запрограммирован в интерактивном калькуляторе, находящемся в интернете по адресу http://retraining.ru/calculator.html.

Производительность труда. В работе [7] отмечено, что рост производительности труда должен опережать рост заработной платы. Это необходимо с целью обеспечения расширенного воспроизводства фирмы, получения прибыли и рентабельности. Невыполнение этого условия повлечет перерасход заработной платы, повышение себестоимости продукции, уменьшение прибыли и т.д.

В свете изложенного встает закономерный вопрос: на сколько процентов следует поднять заработную плату, если считать, что подъем производительности произошел на 100% ?

Здесь мы сталкиваемся с необходимостью деления целого на две неравные части, т.к априори полагаем, что большая часть должна быть направлена на повышение зарплаты с целью адекватного мотивирования роста производительности труда; а меньшая на обеспечение расширенного воспроизводства. По нашему мнению, оптимальное и гармоничное увеличение зарплаты может быть достигнуто в пропорции золотого сечения. Таким образом, рост зарплаты должен составлять 62% от роста производительности труда.

Производственная функция. Производственная функция устанавливает зависимость объема производства от наличия или потребления ресурсов. Производственная функция в макроэкономических расчетах может быть представлена формулой Кобба–Дугласа [8]:

$$Y = a \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta},$$

где Y – выручка, доход хозяйствующего субъекта;
K – величина капитала;
L – стоимость трудовых ресурсов;
a – постоянный параметр производительности;
α, β – коэффициенты эластичности производства, причем для постоянного масштаба производства: $\alpha + \beta = 1$.

В «классической» производственной функции $\alpha = 0{,}33$; $\beta = 0{,}67$. Очевидно, следуя логике предыдущих рассуждений, коэффициент α следует принять равным 0,382, а $\beta = 0{,}618$. Очевидно, что до широкомосштабного использования предложенных коэффициентов должны быть проведена их экспериментальная проверка.

Нормированные финансовые коэффициенты, характеризующие кризисоустойчивость предприятия [6].

Коэффициент текущей ликвидности ($К_{тл}$*):*

$$К_{тл} = \frac{А_1 + А_2 + А_3}{П_1 + П_2} \geq 2, \qquad (7)$$

где $А_1$, $А_2$, $А_3$ – коэффициенты ликвидности;
$П_1$ – кредиторская задолженность;
$П_1$+$П_2$; $П_2$ – краткосрочные кредиты.

Вполне логично, что числитель формулы (7) должен превышать знаменатель. Вопрос стоит лишь в том, на сколько обоснованна величина 2.

Если принять сумму $А_1 + А_2 + А_3 + П_1 + П_2$ за единицу, то мы сталкиваемся с отношением большей части целого к меньшей, что в соответствии с решением уравнения (2) равно 1,618. Учитывая, что величина 2 в уравнении (7) математически никак не обоснована и является итогом экспертных оценок, считаем целесообразным заменить ее на 1,618.

Такая корректировка выражения (7) приводит к вполне обоснованной корректировке двух других финансовых коэффициентов, базирующихся на соотношении (7) при замене 2 на 1,618.

Коэффициент восстановления платежеспособности ($К_{впл}$*):*

$$К_{впл} = \frac{К_{тл.нач} + \frac{6}{Т}(К_{тл.кон} - К_{тл.нач})}{1{,}618} > 1,$$

где $К_{тл.нач}$ – коэффициент текущей ликвидности на начало периода;
$К_{тл.кон}$ – коэффициент текущей ликвидности на конец периода.

Коэффициент утраты платежеспособности ($К_{упл}$*):*

$$К_{упл} = \frac{К_{тл.нач} + \frac{3}{T}(К_{тл.кон} - К_{тл.нач})}{1{,}618}.$$

Коэффициент обеспеченности собственными оборотными средствами $К_{осс}$:

$$К_{осс} = \frac{СИ - ВА}{А_1 + А_2 + А_3} \geq 0{,}1, \tag{8}$$

где СИ – собственный источник средств; ВА – внеоборотные активы.

Величина 0,1 здесь также не имеет математического обоснования. Если привести формулу (8) в согласие с гармонией золотого сечения, то, используя соотношение (6), можно видеть, что коэффициент 0,1 наиболее близок к коэффициенту $G^5 = 0{,}09$, его и следует использовать в выражении (8), что позволяет снизить жесткость требований, предъявляемых к величине собственных оборотных средств.

Дополнительный мультипликативный коэффициент кризисустойчивости ($К_{ку}$*).*

На базе выражений (7) и (8) введем новый нормированный коэффициент кризисустойчивости, базирующийся на пропорции золотого сечения.

$$К_{ку} = К_{тл} \cdot К_{осс} = \frac{А_1 + А_2 + А_3}{П_1 + П_2} \cdot \frac{СИ - ВА}{А_1 + А_2 + А_3} = \frac{СИ - ВА}{П_1 + П_2} = 1{,}618 \cdot 0{,}09 \geq 0{,}146.$$

Таким образом, мультипликативный коэффициент кризисустойчивости определяется отношением собственных оборотных средств к краткосрочным КО обязательствам (КО = $П_1 + П_2$) и должен быть не менее 0,146.

Как можно видеть из представленных материалов, официальные нормированные коэффициенты различного приложения довольно близки к пропорции золотого сечения, что может свидетельствовать об обоснованности его использования в экономико-управленческих задачах.

Литература

1. Иванус А.И. Код да Винчи в бизнесе или гармонический менеджмент по Фибоначчи. – М. : ЛЕНАНД, 2005. – 104 с.

2. Прагвишвили И.В. Энтропийные и другие системы закономерности: вопросы управления сложными системами. – М. : Наука, 2003. – 315 с.

3. Сороко Э.М. Структурная гармония систем. – Минск : Наука и техника, 1984. – 423 с.

4. Коробко В.И. Золотая пропорция в человеке / В.И. Коробко, Г.Н. Коробко. – М. : АСВ, 2002. – 214 с.

5. Баянова Е.С. Использование «золотого сечения» в антикризисном управлении / Е.С. Баянова, А.М. Семиглазов, В.А. Семиглазов // Научная сессия ТУСУР – 2008 : Материалы докладов Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск, 5–8 мая 2008 г. : В пяти частях. Ч. 4. – Томск : В-Спектр, 2008. – С. 186–190.

6. Савицкая Г.В. Экономический анализ: учет. – М. : Новое знание, 2005. – 651 с.

7. Семиглазов В.А. Учет готовности инвестора к риску при выборе инновационного проекта // Инновации. – 2007. – №10. – С. 119–121.

8. Власов М.П. Моделирование экономических процессов / М.П. Власов, П.Д. Шимко. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2005. – 409 с.

Семиглазов Анатолий Михайлович
Докт. техн. наук, профессор кафедры телевидения и управления ТУСУРа
Тел.: (3822) 41-59-71
Эл. почта: sam@tu.tusur.ru

Семиглазов Вадим Анатольевич
Канд. техн. наук, директор Центра профессиональной переподготовки ТУСУРа
Тел.: (3822) 41-59-71
Эл. почта: vadim@rk.tusur.ru

A.M. Semiglazov, V.A. Semiglazov

To a question of use of «gold section» in economic-administrative problems

Work is devoted to a mathematical substantiation of proportions of « gold section «. Proceeding from properties of these proportions financial criteria for diagnostics of stability to crisis of the enterprises, criteria for an estimation of monopolistically position of firm in the market, a number of other criteria are corrected.

Keywords: Gold section, Gurvits's criterion, market monopolisation, labour productivity, production function, factor of current liquidity, factor of restoration of solvency, factor of loss of solvency, factor of coverage of own circulating assets, factor of stability to crisis.