УДК 519.866

Н.А. Истомин

Обзор моделей оценки справедливой стоимости облигаций

В статье приведен обзор отечественных и зарубежных моделей оценки справедливой стоимости облигаций. Приведенные модели проанализированы на возможность применения для оценки стоимости облигаций российских эмитентов.

Ключевые слова: облигации, эффективная доходность, стоимость облигаций, спрэд, оценка доходности, математическая модель, методика.

Одним из важнейших вопросов при анализе облигационного выпуска, стоящих как перед инвестором, так и перед эмитентом, является вопрос его ценообразования. Задача оценки справедливой стоимости облигаций зачастую сводится к оценке справедливой доходности облигаций либо справедливого спрэда между доходностью облигаций и доходностью безрискового актива. Существует целый ряд отечественных и зарубежных моделей ценообразования на рынке облигаций. Большинство моделей основываются на вычислении спрэдов облигаций к эталонным (зачастую к государственным) облигациям.

Данный класс моделей оценивает величину спрэда в соответствии с вероятностью наступления дефолта и подробно описан в работе [1].

Структурная модель

В соответствии с данной моделью, впервые дефолт наступает, когда величина финансового рычага, рассчитываемая по формуле 1, достигает нуля.

$$l = (1 - R_{tax}) \cdot (C_R - R_{cr}) \cdot \frac{LC}{OC}, \tag{1}$$

где R_{tax} – ставка налога на прибыль, в десятичном выражении;
C_R – коэффициент рентабельности активов (отношение валовой прибыли к средней стоимости активов);
R_{cr} – средний размер ставки процентов за кредит;
LC – средняя сумма используемого заемного капитала;
OC – средняя сумма собственного капитала.

Подверженная дефолту дисконтная облигация с датой погашения T приносит 1 у.е. в дату T, если дефолт не происходит ко времени T, и (1−ω) у.е. в противном случае. В данном случае величина ω – доля номинальной стоимости облигации, составляющая объем потери инвестора в случае дефолта. Величину (1−ω) также называют уровнем восстановления и обозначают RR. Соответственно, величина возмещения зависит от погашения и доходности возмещения и эквивалентна (1−ω).

Когда происходит дефолт, держатели облигаций предъявляют требования к доле (1−ω) от основной суммы в дату погашения T. Поэтому подверженные дефолту дисконтные облигации с датой погашения T могут быть рассмотрены как ценные бумаги с доходом $V(T)$, выплачиваемым в дату T, определяемым в соответствии с формулой (2):

$$V(T) = \begin{cases} 1, \ \tau > T, \\ 1 - \omega, \ \tau \le T, \end{cases} \tag{2}$$

где τ – момент первого попадания значения l в граничное значение 0.

В результате цену корпоративной дисконтной облигации со сроком до погашения T можно определить по формуле (3):

$$P(T, r_t) = N \cdot (1 + IR) \cdot (1 - \omega Q), \tag{3}$$

где Q – вероятность в форвардной границе T, что компания объявит дефолт до времени T,
N – номинал облигации;
IR – процентная ставка, начисляемая по облигациям в годовом исчислении.

Можно заметить, что для определения цены подверженной дефолту облигации необходима величина вероятности дефолта Q. Для облигационных выпусков субъектов РФ существует возможность использования в качестве вероятности дефолта оценку вероятности банкротства, модель которой описана в [2].

Упрощенная вероятностная модель

В упрощенной вероятностной модели [3] также стоимость кредитных спрэдов определяется рыночной оценкой вероятности дефолта. При этом вводятся понятие уровня восстановления – оценка уровня, ниже которого цена бумаги не упадет, и вероятности снижения цены до уровня восстановления – оценка количества облигационных выпусков, которые в течение года могут оказаться в состоянии технического дефолта.

Данная математическая модель может быть записана в следующем виде:

$$\begin{cases} Vn = N \times 100\% \times (1 + IR), \\ Ve = N \times 100\% \times (1 + IR) \times (1 - (1 - RR) \times Q), \\ Vd = N \times 100\% \times RR \times (1 + IR), \end{cases} \tag{4}$$

где Vn – выплата при отсутствии дефолта;
Ve – ожидание выплаты;
Vd – выплата в случае дефолта;
N – номинал облигации;
IR – процентная ставка, начисляемая по облигациям в годовом исчислении;
RR – уровень восстановления;
Q – вероятность снижения цены до уровня восстановления или вероятность дефолта.

Графическая интерпретация вероятностной модели, описываемой формулой (4), приведена на рисунке 1.

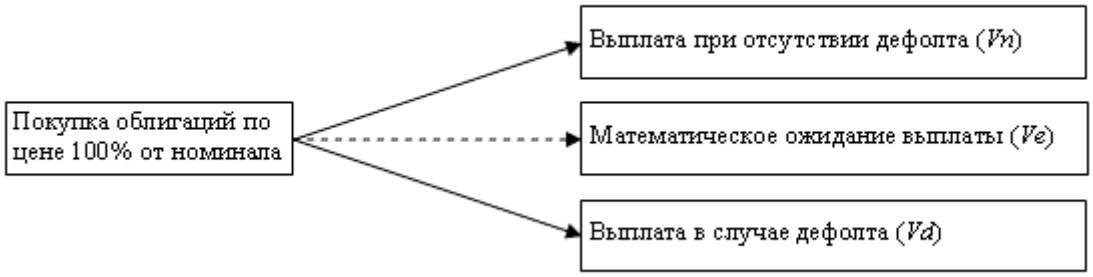

Рис. 1. Графическая интерпретация вероятностной модели

Модель, основанная на кредитных рейтингах эмитента

Существует также ряд моделей, основанных на исторических данных о рынке облигаций. Ярким примером является модель [4]. В данной модели автор предлагает оценить вероятность дефолта на основании исторических данных о дефолтах по облигациям эмитентов соответствующего кредитного рейтинга. При этом предлагается использовать матрицу кумулятивных вероятностей дефолта, составленную рейтинговым агентством Standard& Poor's. Пример данной матрицы приведен в таблице 1.

Премия за риск, в соответствии с данной моделью, рассчитывается по формуле (5):

$$RP = \frac{(P - RR) \times Q_c}{DV01}, \tag{5}$$

где RP – премия за риск; P – цена облигации; Q_c – кумулятивная вероятность наступления дефолтного события; $DV01$ – текущая цена одного базисного пункта доходности.

Похожий подход используется в модели [5].

Таблица 1

Матрица кумулятивных вероятностей дефолта

Уровень кредитного рейтинга компании	Вероятность дефолта по годам (накопленным итогом), %				
	1	2	3	4	5
AAA	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1
AA	0,0	0,0	0,1	0,2	0,3
A	0,0	0,1	0,2	0,4	0,6
BBB	0,3	0,8	1,4	2,2	3,0
BB	1,2	3,6	6,4	9,0	11,3
B	5,7	12,5	18,1	22,4	25,4
CCC/C	28,8	38,0	43,5	47,4	50,9

Модель оценки спрэдов на основе рейтинга кредитоспособности

В модели [5] строится логарифмическая аппроксимация доходности государственных ценных бумаг (ГКО/ОФЗ), обращающихся на рынке, в соответствии с формулой (6):

$$Y_k = \hat{a} \cdot \ln(k) + \hat{b} + e_k, \tag{6}$$

где Y_k – значения доходности государственных ценных бумаг; $\hat{a}$ и $\hat{b}$ – оцениваемые параметры модели; e_k – ошибка модели; k – порядковый номер периода погашения.

Оцениваемые параметры подбираются с использованием метода наименьших квадратов (МНК).

Далее используется МНК уже для расчета функций, описывающих изменение спрэдов доходности по облигациям субъектов РФ для заданного уровня рейтинга при изменении срока погашения, в соответствии с формулой (7):

$$S_{k_{СФ}} = \hat{a} \cdot \ln(k) + \hat{b} + e_k, \tag{7}$$

где $S_{k_{СФ}}$ – значения временного ряда спрэдов доходностей облигаций субъекта РФ для заданного уровня рейтинга.

Авторы отмечают, что при размещении нового выпуска модель можно [5] использовать для прогнозирования ставки доходности. Даже при отсутствии уже обращающихся займов эмитента доходность можно оценить, зная его кредитный рейтинг и срок погашения данного выпуска. Стоит также отметить инертность модели. При резком движении рынка в сторону снижения или увеличения доходностей модель, возможно, не сразу среагирует на данные изменения, так как в данном случае рынок может пересмотреть свое отношение к спрэдам между бумагами.

Похожая многофакторная модель, основанная на рейтинге эмитента и оценивающая спрэд доходности облигаций к G-кривой, представлена в работе [6].

Применение подобных моделей на российском рынке облигаций ограничивается не только небольшим количеством облигаций, имеющий рейтинг хотя бы одного из ведущих рейтинговых агентств, но и крайне малой историей реальных дефолтов облигаций российских эмитентов.

Наиболее важной проблемой, оказывающей основное влияние на погрешность моделей, описанных выше, является тот факт, что компонента риска дефолта является основным, но далеко не единственным фактором, оказывающим влияние на ценообразование.

Данную проблему позволяют решить модели, описанные в работах [7, 8]. Эти модели используют совершенно различные подходы.

Модель на основе нейронных сетей

Модель [7] основана на исторических данных о размещениях облигационных займов, а также на данных о кредитоспособности эмитентов. В модели предполагается, что инвесторы оценивают ценные бумаги эмитентов по одним и тем же критериям.

В данной модели рассматривается n облигационных выпусков, каждый выпуск задается на графике (рис. 2) двумя параметрами: r_i – эффективной доходностью и d_i – дюрацией, где $i = 1..n$. В качестве классификатора в модели используется нейронная сеть.

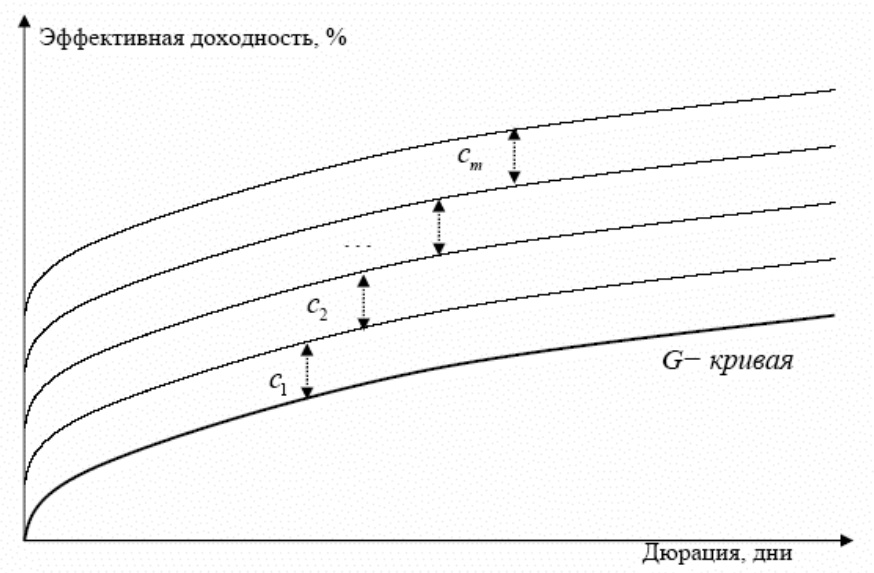

Рис. 2. Графическая интерпретация модели

Схематично модель определения эффективной процентной ставки при размещении облигационного выпуска [7] представлена на рисунке 3.

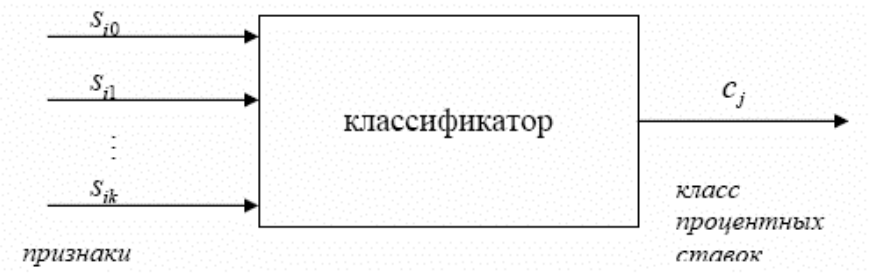

Рис. 3. Схема классификации эмитентов

Модель, основанная на расчете справедливого спрэда к G-кривой

В модели [8] предлагается рассчитывать справедливую стоимость облигаций относительно G-кривой, основываясь на рыночных сделках с облигациями одного эмитента. Данная модель применяется только для эмитентов, имеющих не менее трех обращающихся на рынке облигационных выпусков. При этом справедливая цена облигаций каждого из выпусков оценивается на основе остальных.

Выбираются все облигационные выпуски эмитента, находящиеся в обращении на биржевом рынке на момент размещения нового выпуска.

Для каждого из выбранных выпусков определяется минимальное количество торговых сессий, в течение которых с облигациями данного выпуска было заключено не менее 10 сделок в режиме основных торгов, суммарным номинальным объемом не менее одного миллиона рублей. Если в течение последних 20 торговых сессий (календарного месяца) с облигациями выпуска было заключено менее 10 сделок, либо их суммарный объем меньше одного миллиона рублей, то выпуск исключается из расчетов как неликвидный.

По итогам каждой торговой сессии рассчитывается эффективная доходность по средневзвешенной цене. Средневзвешенная цена рассчитывается по формуле (8):

$$\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{J} Q_j \cdot P_j}{\sum_{j=1}^{m} Q_j}, \tag{8}$$

где $\overline{P}$ – средневзвешенная цена облигаций;
Q_j – объем j-й сделки;
P_j – цена облигаций в j-й сделке;
J – количество сделок в торговой сессии.

По данным об эффективной доходности r^* рассчитывается спрэд к G-кривой для каждой торговой сессии каждого выпуска по формуле (9):

$$S = 100 \cdot r^* - G(t), \tag{9}$$

где S – спрэд к G-кривой в базисных пунктах (1 б.п. = 0.01%);
r^* – эффективная доходность, рассчитанная по средневзвешенной цене облигаций;
t – дюрация облигационного выпуска;
$G(t)$ – значение G-кривой.

Далее рассчитывается признаваемый спрэд к G-кривой по формуле (10):

$$\overline{S} = \frac{\sum_{i=1}^{K} Q_k \cdot S_k}{\sum_{k=1}^{K} Q_k}, \tag{10}$$

где $\overline{S}$ – признаваемый спрэд по облигационному выпуску;
Q_k – суммарный номинальный объем сделок в течение k-й торговой сессии;
S_k – спрэд эффективной доходности по средневзвешенной цене в k-й торговой сессии;
K – количество торговых сессий, необходимых для расчета.

Справедливый спрэд S_{tr} к G-кривой рассчитывается по формуле (11):

$$S_{tr} = \frac{\sum_{i=1}^{M} \overline{S}_m \cdot Q_m}{\sum_{m=1}^{M} Q_m}, \tag{11}$$

где $\overline{S}_m$ – признаваемый спрэд по m-му облигационному выпуску;
Q_m – номинальный объем m-го облигационного выпуска;
M – количество облигационных выпусков.

Справедливый уровень эффективной доходности определяется по формуле (12):

$$r_{tr} = \frac{G(t) + S_{tr}}{100}, \tag{12}$$

где r_{tr} – справедливая эффективная доходность;
S_{tr} – справедливый спрэд к G-кривой;
$G(t)$ – значение G-кривой.

Выводы

Существующие в настоящее время структурные модели оценки спрэдов доходности корпоративных облигаций серьезно недооценивают уровни спрэдов, т.к. базируются на оценке лишь вероятности дефолта. Их несостоятельность описана в [1].

Модели, основанные на вероятности дефолта, описаны также в работах [9] и [10]. Таким образом, данные модели могут применяться лишь во внутрибанковском планировании и для расчетов стоимости хеджирования кредитных рисков, как и указано одним из авторов. Подобные модели в состоянии оценить лишь долю кредитного спрэда (доходности), связанного с риском дефолта.

Модели, описанные в работах [4], [5] и [6], по тем же причинам не позволяют оценить справедливый уровень цены (доходности) облигаций. Кроме того, недостатком применения данных моделей является то, что далеко не все эмитенты корпоративных облигаций имеют публичные рейтинги агентств, публикующих обзоры статистики дефолтных событий применительно к собственной практике, а также то, что за все время существования российского рынка публичных заимствований количество произошедших дефолтов ничтожно мало по отношению к количеству выпусков, находящихся в обращении.

Применение современной регрессионной модели [11], а также модели на основе аппарата нейронных сетей [7] возможно только для определения спрэдов по субфедеральным выпускам облигаций. Кроме того, погрешность данных моделей складывается из погрешности оценки кредитных качеств эмитента и текущей конъюнктуры рынка.

С другой стороны, все рыночные факторы, связанные как с конъюнктурой рынка, так и с финансовыми показателями эмитента, уже учтены в цене обращающихся ценных бумаг эмитента. В связи с этим методика определения величины справедливой эффективной доходности на основе обращающихся выпусков облигаций данного эмитента, описанная в работе [8], является наиболее подходящей к условиям российского рынка публичных заимствований. К недостаткам данной методики можно отнести ограниченность ее применения только выпусками облигаций эмитента, имеющего не менее трех обращающихся выпусков.

Результаты сравнения моделей представлены в таблице 2.

Таблица 2

Сравнение моделей

№ в соответствии со списком литературы	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Возможность применения для субфедеральных облигаций	да	да	да	да	да	да	да	да	да	да
Возможность применения для корпоративных облигаций	да	да	да	нет	нет	нет	да	да	нет	да
Учет рыночных факторов	нет	нет	нет	да	нет	да	нет	нет	да	да
Ограничение по количеству обращающихся облигационных выпусков эмитента	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	да
Требование оценки вероятности дефолта	да	да	нет	нет	нет	нет	да	да	нет	нет
Ограничение по наличию кредитного рейтинга у эмитента	нет	нет	да	да	да	нет	нет	нет	нет	нет

Литература

1. Simon, S. Corporate Yield Spreads: Can Interest Rates Dynamics Save Structural Models? – Режим доступа : http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=643302.

2. Помазанов М.В. Модель банкротств государственных субъектов РФ по финансовым и экономическим показателям / М.В. Помазанов, Т.В. Петрук // Управление финансовыми рисками. – 2006. – №1. – С. 32–43.

3. Порывай Д. Новые реалии рынка рублевых облигаций / Д. Порывай, С. Боженко. – Режим доступа : http://www.cbonds.info/all/rus/comments/download.php/params/id/32735.

4. Сычев К. Рыночный подход к анализу кредитного риска корпоративных облигаций // Рынок ценных бумаг. – 2006. – №4. – С. 16–18.

5. Малиновский В. Оценка спрэдов облигаций субъектов РФ на основе рейтинга кредитоспособности / В. Малиновский, А. Панфилов [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://opec.demo.metric.ru/ library/ images/attach/1153.pdf.

6. Орешкин М. Мера риска дефолта / М. Орешкин, В. Байбеков // Рынок ценных бумаг. – 2007. – №17. – С. 60–20.

7. Ефремова Е.А. Модели и алгоритмы оптимизации в управлении региональным облигационным долгом : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.18 / Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники. – Томск, 2007. – 21 с.

8. Истомин Н.А. Математическая модель оценки доходности при размещении облигаций // Материалы докладов Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Научная сессия ТУСУР – 2008». – Томск : В-Спектр, 2007. – Ч. 4. – С. 59–61.

9. Артеменко О. Мера риска дефолта // Рынок ценных бумаг. – 2000. – №9. – С 17–20.

10. Твардовский В. Риски эмитента и ожидаемая доходность облигаций // Рынок ценных бумаг. – 2005. – №4. – С. 29–33.

11. Лапшина О. Справедливые спреды по субфедеральным долгам [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.pkb.ru/files/Econom/K_05_02_08.pdf.

Истомин Николай Алексеевич
Аспирант кафедры автоматизированных систем управления ТУСУРа
Тел.: (3822) 51-12-09
Эл. почта: inick@sibmail.com

N.A. Istomin

Review of bonds yield estimation methods

There is a description of some yield estimation methods on this article. These methods are analyzed on possibility to use it for yield estimation of Russian bonds.

Keywords: bonds, yield, cost of bonds, spread, yield estimation, mathematical model, methods.