УДК 004.91:338.12.015

К.А. Шелковников, А.А. Мицель

Алгоритм оптимизации выбора источника финансирования инвестиционного проекта

В статье предложена модель оптимизации выбора источника финансирования инвестиционного проекта, описаны метод и алгоритм решения данной задачи.
Ключевые слова. Источники финансирования, инвестиционный проект, оптимизация, алгоритм, автоматизированная система.

С развитием рыночных отношений появилось множество новых способов для финансирования инвестиционных проектов (например, эмиссия акций, ускоренная амортизация и т.д.) и теоретически расширились возможности по привлечению средств. В связи с такими тенденциями предприятия сталкиваются с необходимостью анализа целого ряда источников, прежде чем будет принято решение о приемлемости одного из них или их комбинации при финансировании инвестиционного проекта. При этом важным моментом является анализ особенностей каждого источника, ограничений, которые имеют место при использовании того или иного способа финансирования, а также стоимости инвестиционных ресурсов.

Естественно, что выбор источников финансирования инвестиций должен быть обоснованным. И намного удобнее, когда имеется специальный инструментарий, помогающий этот выбор обосновать. Таким инструментарием может стать автоматизированная система моделирования инвестиционного проекта и оптимизации выбора источников его финансирования.

Модель финансирования инвестиционного проекта

Исходные данные для задачи, решаемой данной системой, можно представить в виде таблицы 1, где $B_{i,j}$ – суммы, получаемые по источникам финансирования, и суммы выплат по ним, C_i – обязательные выплаты этапа, а также сторонние источники финансирования (например, прибыль от проекта, полученная на предыдущем этапе и рефинансированная в проект).

Таблица 1

Исходные данные по проекту и возможным источникам его финансирования

		Источники						Прочие поступления и выплаты
		1	2		j		k	
Этап	1	$B_{1,1}$	$B_{1,2}$	...	$B_{1,j}$	...	$B_{1,k}$	C_1
	2	$B_{2,1}$	$B_{2,2}$		$B_{2,j}$		$B_{2,k}$	C_2
	...				...			
	i	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	...	$B_{i,j}$	...	$B_{i,k}$	C_i
	n	$B_{n,1}$	$B_{n,2}$	...	$B_{n,j}$	...	$B_{n,k}$	C_n

Математически данная задача заключается в минимизации следующей функции:

$$\min\left(A_1x_1 + A_2x_2 + \ldots + A_kx_k\right),$$

где A_j – j-й критерий оптимизации, $j = 1, \ldots, k$;
k – количество критериев;
x_j – признак использования j-го источника финансирования (принимает 1 в случае использования источника и 0 – в противном случае).

В качестве возможных критериев оптимизации автор предлагает использовать эффективную процентную ставку по источнику финансирования либо суммарные выплаты по источнику. Математически данный критерий будет записан:

1) в случае использования эффективной процентной ставки используется корень уравнения (1):

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{B_{ij}}{(1+A_j)^{(t_i-t_0)/365}} = 0, \tag{1}$$

где A_j – эффективная процентная ставка; $B_{i,j}$ – выплаты по j-му источнику финансирования в момент t_i; t_0 – текущая дата; t_i – дата i-го платежа; n – количество этапов.

2) в случае использования суммарных выплат по источнику используется формула (2):

$$A_j = \sum_{i=1}^{n} B_{i,j},\ i = 1, \ldots, n, \tag{2}$$

где A_j – суммарные выплаты по j-му источнику финансирования;

Кроме того, в данной задаче накладывается ряд ограничений (см. формулу (3)), количество которых равно количеству этапов. Экономический смысл этих ограничений заключается в том, что выбранный набор источников финансирования на каждом этапе должен обеспечивать достаточность средств для финансирования проекта:

$$\sum_{j=1}^{k} \sum_{m=1}^{i} B_{m,j} x_j \geq -\sum_{m=1}^{i} C_m \text{, где } i = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Решив эту задачу, мы сможем найти такое сочетание источников финансирования, при котором выбранный критерий оптимизации будет минимизирован, а лицо, принимающее решение, получает оптимальный портфель источников финансирования и может осуществлять инвестиционную деятельность согласно сформированному графику.

Метод решения задачи

Выбор способов решения данной задачи показал, что метод Лемке и Шпильберга [1], в отличие от метода Гомори, дает результат при сравнительно небольшом количестве простых итераций.

Основная идея процедуры неполного перебора, предложенной Лемке и Шпильбергом, заключается в применении трех «критериев отсева»: критерии планомерного исключения альтернатив, критерии недопустимости и критерии предпочтительной переменной [1].

Сам процесс поиска решения, согласно данному методу, заключается в том, чтобы осуществлять «шаги» вперед либо назад по возможным вариантам решения задачи. В случае, если критерий отсева показывает, что движение вперед из текущей точки не имеет смысла, то из расчета исключается вся ветка решений, по которой можно было бы «пройти» вперед без применения критерия.

Критерий планомерного исключения альтернатив используется только после того, как было найдено хотя бы одно решение, удовлетворяющее всем ограничениям. Критерий заключается в том, что к минимизируемому выражению добавляется требование быть меньше уже найденного решения. Таким образом, решения, дающие такой же результат, исключаются.

Критерий недопустимости позволяет «отсечь» ветки решений, движение по которым не даст решения даже в самой благоприятной ситуации.

Критерий предпочтительной переменной является эвристическим и позволяет выбрать по какой из веток решения следует двигаться в случае, если их несколько.

Помимо трех указанных критериев отсева, автором данной статьи был предложен еще один критерий, вытекающий из экономического смысла задачи. Суть его сводится к тому, что величина суммы, привлекаемой из определенного источника финансирования, неизвестна, а перебор различных сумм из одного источника финансирования многократно увеличивает количество простых итераций выбора оптимального сочетания источников финансирования. Однако в реальности из одного источника финансирования несколько сумм

привлекаться не будут (например, из определенного банка под один и тот же процент и в одно и то же время). Это позволяет выделить группы источников, внутри которых может быть использован только один источник. Введение такого критерия позволяет существенно сократить количество итераций при сохранении возможности уточнения суммы, привлекаемой из конкретного источника.

Алгоритм решения задачи

Представим данный метод в виде алгоритма. В качестве исходных данных будут выступать данные о принадлежности отдельных источников финансирования к группам источников финансирования, а также данные, указанные в таблице 1.

Целевой функций является функция вида

$$Z = A_1x_1 + A_2x_2 + \ldots + A_kx_k \to \min. \quad (4)$$

В качестве критерия A_j будем рассматривать суммарные выплаты по j-му источнику финансирования.

Выходными данными задачи является точка $X = (x_1, x_2, \ldots, x_k)$ в k-мерном пространстве, причем если $x_i = 1$, то данный источник используется для финансирования проекта, и если $x_i = 0$ – в противном случае.

Представим алгоритм в виде следующих шагов.

1. Домножим левые и правые части неравенств ограничений на «–1», чтобы поменять знак неравенств на «≤», а введя дополнительные неотрицательные переменные z_i, получим эквивалентную модель с ограничениями вида

$$-\left(\sum_{j=1}^{k}\sum_{m=1}^{i} B_{m,j}x_j\right) + z_i = \sum_{m=1}^{i} C_m, \; i = 1, \ldots, n.$$

2. В качестве отправной точки X модели используется начало координат (все координаты равны 0).
3. Проверяем имеющуюся точку X на соответствие введенным ограничениям (в том числе и на фильтрующее ограничение критерия планомерного исключения альтернатив в случае его присутствия). В случае, если точка не является допустимым решением, переходим на шаг 4, в противном случае – на шаг 9.
4. Проверяем критерий недопустимости. Для этого для каждого ограничения:
   а) находим z_i для текущей точки X;
   б) вычисляем сумму S коэффициентов уравнения ограничения при координатах, значения которых выбраны нулевыми, т.е. $S_i = -\sum_{j \in J}\sum_{m=1}^{i} B_{m,j}$, где $J = \{j \mid x_j = 0, j \in [1,k]\}$ – множество индексов, для которых $x_j = 0$;
   в) в случае, если $S > Z$, то ни один «шаг вперед» из текущей точки X не может привести к решению, т.к. наибольшее значение z_i для точек, достижимых при реализации шагов вперед, равно $Z - S < 0$. В этом случае считается, что критерий недопустимости не выполнен. В случае $S \le Z$ критерий недопустимости считается выполненным.
5. Проверяем критерий групповой уникальности. Для этого проверяем текущую точку X на то, не выбрано ли в ней двух источников финансирования, относящихся к одной группе.
6. В случае выполнения критерия недопустимости и критерия групповой уникальности разрешается «шаг вперед». Сделать «шаг вперед» означает перейти к одной из точек более высокого уровня, находящегося на единичном расстоянии Хэмминга от исходного, т.е. перейти в точку, одна из нулевых координат которой будет заменена на 1 в отличие от текущей точки X. Количество возможных точек перехода равно количеству нулевых координат в текущей точке X, и приоритет данных точек определяется на шаге 7. В случае невыполнения критерия недопустимости осуществляется «шаг назад», т.е. возвра-

щаемся в точку, из которой мы перешли в текущую точку X и осуществляем дальнейшие переходы согласно порядку, установленному критерием предпочтительной переменной. В случае, если вернулись в точку начала координат, переходим на шаг 10.

7. Применяем критерий предпочтительной переменной для определения приоритета перехода в возможные точки:
   а) находим значения z_i для текущей точки X.
   б) в соотношениях, содержащих отрицательные значения z_i, вычисляем сумму коэффициентов при переменных, соответствующих возможным шагам вперед.
   в) приоритет перехода отдается в порядке возрастания сумм, полученных на предыдущем шаге.
8. Осуществляем «шаг вперед» в порядке, установленном на шаге 7. Происходит смена текущей точки X. Переходим на шаг 3.
9. Сохраняем текущую точку X, вычисляем значение Z целевой функции в текущей точке X и вводим новое фильтрующее ограничение (критерий планомерного исключения альтернатив), имеющее вид:

$$A_1x_1 + A_2x_2 + \ldots + A_kx_k + z_0 = Z, \tag{5}$$

   где $z_0 \geq 0$ – новая дополнительная переменная.

   В случае, если ограничение критерия планомерного исключения альтернатив (5) уже вводилось, то в этом ограничении следует заменить Z на вновь вычисленное.
10. Если хотя бы одна точка X была сохранена в качестве возможного решения – она признается решением задачи оптимизации, в противном случае задача решений не имеет.

Программная реализация алгоритма

На данный момент описанный алгоритм реализован в виде автоматизированной системы моделирования инвестиционного проекта и оптимизации выбора источников его финансирования.

Система реализована в виде MDI приложения с возможностью сохранения и загрузки данных проекта. Среда разработки – Borland Delphi 2007.

Рассмотрим работу алгоритма, заложенного в реализованную автоматизированную систему.

В качестве примера выберем проект с денежным потоком по этапам, у.е.: –400, –10, 350, 600, 900.

Возможными источниками финансирования были выбраны:

- облигационный заем на этапы проекта с 1 по 5 с суммой займа от 450 до 640 у.е. (с шагом 5), начальными расходами в размере 1% от суммы и купонным платежом в 17% годовых;
- банковский кредит на этапы проекта с 2 по 5 с суммой займа от 1 до 23 у.е. (с шагом 1), начальными расходами в размере 1,5% от суммы и ставкой кредита 22% годовых

По результатам оптимизации с применением обоих критериев оптимизации был выбран следующий набор источников финансирования:

- 630 у.е. на условиях облигационного займа;
- 1 у.е. на условиях банковского кредита.

При решении задачи было сделано 1 639 итераций из возможных 4 611 686 018 427 388 160, что говорит о высокой эффективности выбранного метода оптимизации.

Выводы

В данной статье предложена оптимизационная модель выбора источника финансирования инвестиционного проекта, а также предложен новый алгоритм поиска оптимального решения на основе модификации метода Лемке и Шпильберга и представлен пример работы описанного алгоритма.

По результатам работы можно сказать следующее:

- предложенная модель достаточно достоверно описывает процесс оптимизации выбора источника финансирования;
- выбранный метод оптимизации позволяет эффективно решать поставленную задачу;
- предложенная модификация метода существенно сокращает количество итераций при оптимизации;

Литература

1. Кофман А., Анри-Лабордер А. Методы и модели исследования операций. – М. : Мир, 1977. – 432 с.

Шелковников Константин Александрович
Аспирант кафедры автоматизированных систем управления ТУСУРа
Эл. почта: shell@sibmail.com

Мицель Артур Александрович
Доктор техн. наук, профессор кафедры автоматизированных систем управления ТУСУРа
Тел.: (3822) 41-31-57
Эл. почта: maa@asu.tusur.ru

K.A. Shelkovnikov, A.A. Mitsel
Optimization algorithm of investment project funding source choice
In this article describes the optimization model of investment project funding source choice, method and algorithm of solution this task.
Keywords: funding source, investment project, optimization, algorithm, automated system.