

УДК 621.396.41

Л.Л. Егоров, В.А. Кологривов, С.В. Мелихов

Алгоритм расчета зон покрытия базовых станций сотовой связи

Предложен алгоритм расчета и оптимизации зон покрытия базовых станций (БС) с использованием модифицированного метода взвешенных наименьших квадратов, основанного на перестановке столбцов в транспонированной матрице эластичности системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) произвольной сотовой структуры. Определен критерий оптимальности при расчете зон покрытия. Показана эффективность предложенного алгоритма решения СЛАУ в зависимости от трафика БС и расстояний (пролетов) между ними.

Ключевые слова: метод наименьших квадратов, базовая станция, зона покрытия.

Задача построения и расчетов зон покрытий базовых станций

В современных сотовых сетях подвижной связи процесс успешной эксплуатации сети напрямую зависит от ее планирования. В больших городах с развитой инфраструктурой постоянно изменяющаяся обстановка заставляет оператора незамедлительно реагировать на происходящие вокруг изменения. Постоянное увеличение объемов передаваемой информации требует оптимизации территориального распределения частотного ресурса оператора, пространственной структуры построения сети, поиска оптимальных методов обеспечения ЭМС, ведения постоянного мониторинга перегрузок с последующим перераспределением ресурса. Высокую эффективность качества работы сети в таких условиях, возможно обеспечить путем использованием дорогостоящего программного обеспечения с использованием моделей распространения электромагнитных волн в различных условиях с учетом рельефа местности на основе геоинформационных технологий и решением проблем электромагнитной совместимости. В области планирования сотовых сетей имеются различные программные продукты, способные рассчитать зоны покрытия отдельно стоящих БС. С помощью данных программ нет возможности рассматривать и анализировать кластерную систему расположения БС. Таким образом, актуальна необходимость алгоритма для просчета системы БС. В данной статье предложен такой алгоритм, который на основе метода наименьших квадратов способен осуществлять автоматический просчет кластерной системы БС.

Постановка задачи

Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) может быть разрешимой – иметь единственное точное решение, либо неразрешимой – не иметь точного решения. И если в первом случае снимаются все вопросы с полученного результата в виду его единственности и однозначности, то во втором случае возможно лишь приближенное решение, например, аппроксимацией по методу наименьших квадратов (МНК) с минимальной среднеквадратической ошибкой [1].

На основе [1] в [2] найдено решение переопределенной СЛАУ вида $A \cdot r = d$ методом наименьших квадратов (МНК) при среднем квадрате ошибки

$$E^2 = \Sigma(A \cdot r - d)^2 \quad (1)$$

для нахождения зон покрытия БС по минимуму функции ошибки $E^2(r)$:

$$r = [A^T \cdot A]^{-1} \cdot A^T \cdot d, \quad (2)$$

где $r = |r_i|$ – вектор-столбец неизвестных, соответствующих радиусам зон покрытия;

$A = [a_{ij}]$ – матрица эластичности зон покрытия, определяемая интенсивностями нагрузок соседних БС;

A^T – транспонированная матрица A ;

$d = |d_j|$ – вектор известных расстояний (пролетов) между соответствующими парами БС.

Расчеты показывают, что решение (2) с использованием МНК не всегда определяет удачное оптимальное покрытие определенной территории несколькими БС. Поэтому разработка модифицированного метода, позволяющего найти другие решения с меньшими среднеквадратичными ошибками, актуальна и является предметом рассмотрения в настоящей работе.

Модифицированный метод взвешенных наименьших квадратов

Известно [1], что с учетом дополнительных факторов можно получить различный набор векторов-решений r , например, применяя метод взвешенных наименьших квадратов (МВНК). Суть МВНК заключается во введении в СЛАНУ матрицы весов W таким образом, что исходная система $A \cdot r = d$ преобразуется в систему вида $W \cdot A \cdot r = W \cdot d$. Взвешенное решение при этом сводится к задаче о наименьших квадратах с дополнительным параметром W , с помощью которого возможно варьирование вектора r по критерию наименьшей средней ошибки:

$$r = (A^T W^T W A)^{-1} A^T W^T W d. \quad (3)$$

Для формализации процесса поиска оптимального покрытия территории несколькими БС предлагается модифицировать МВНК (ниже модифицированный МВНК – ММВНК) путем использования матрицы перестановок P , заменяющей произведение $W^T W$ в (3):

$$r = (A^T P A)^{-1} A^T P d, \quad (4)$$

причем P – это либо матрица перестановок столбцов в матрице A^T , либо матрица перестановок строк в матрице A .

Алгоритм формирования матрицы P следующий: на пересечении i -й строки и j -го столбца записывается 1, что означает перестановку i -го столбца на место j -го столбца, остальные элементы i -й строки заполняются нулями. Очевидно, при единичной матрице P перестановки отсутствуют, а любая перестановка соответствует перестановке соответствующих строк единичной матрицы; перемножение A^T с матрицей перестановок P ведет к перестановке столбцов в матрице A^T : $A^T P = A_{ij}^T$, где A_{ij}^T – транспонированная матрица эластичности с переставленными i -м и j -м столбцами. Заметим, что в матрице P может быть отображена одновременная перестановка сразу нескольких столбцов матрицы A^T .

С использованием матрицы перестановок выражение (4) преобразуется:

$$r = [A_{ij}^T \cdot A]^{-1} \cdot A_{ij}^T \cdot d. \quad (5)$$

Физический смысл использования матрицы перестановок в переопределенных системах сводится к изменению взаимного влияния уравнений различных пролетов сети БС, что приводит к коррекции зон обслуживания и изменению структуры покрытия территории.

Критерий оптимальности

Для полноценной и адекватной оценки полученных результатов необходим критерий оптимальности. Наилучшим решением с точки зрения оптимального покрытия будет являться случай, охватывающий наибольшую площадь с наименьшими перекрытиями и недопокрытиями зон соседних БС (рис. 1).

Минимизация этих областей и определяет критерий оптимальности. В качестве меры оценки оптимальности целесообразно принять математическое понятие «норма» Δ , которая показывает суммарную среднеквадратическую ошибку решения. Слагаемые нормы, то есть разности суммы радиусов зон обслуживания пары БС и расстояния между этой парой БС, пропорциональны площадям перекрытия/недопокрытия:

$$\Delta = \sqrt{\sum ((r_i + r_j) - d_{ij})^2}, \quad (6)$$

где Δ – суммарная среднеквадратическая ошибка решения;

r_i и r_j – радиусы зон обслуживания соответствующих БС_{*i*} и БС_{*j*};

d_{ij} – пролет между БС_{*i*} и БС_{*j*}.

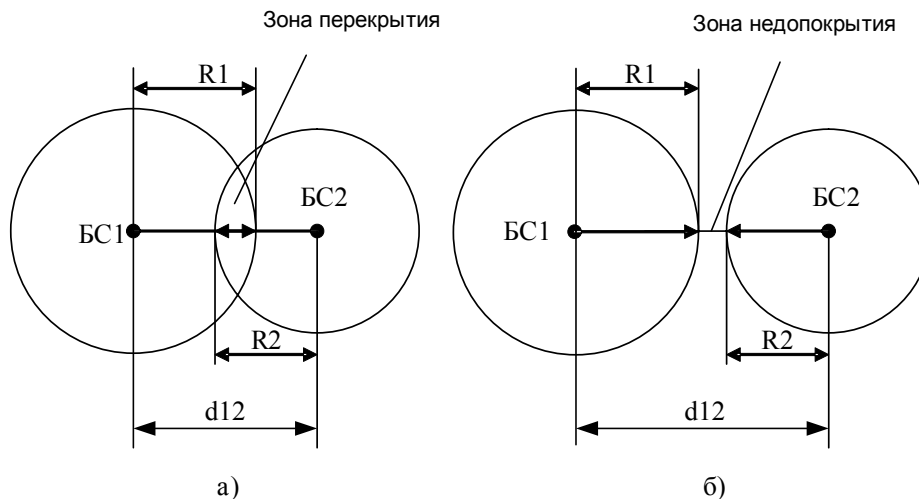


Рис. 1. Варианты ошибок при покрытии территории БС

В случае перекрытия зон разность будет иметь знак “+”, в случае недопокрытия – знак “–”. Знак разности не имеет принципиального значения в связи с возведением разности во вторую степень.

Таким образом, критерий оптимальности покрытия территории зонами обслуживания БС может быть записан в виде:

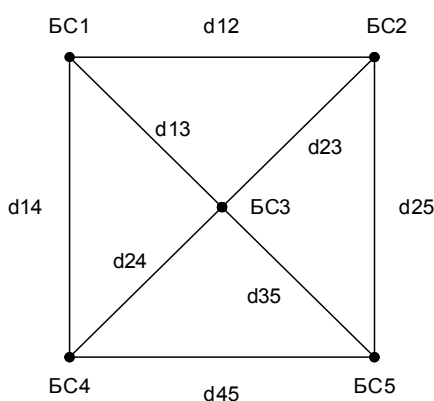
$$|\Delta| \rightarrow 0. \quad (7)$$

Наилучший случай, когда отсутствуют зоны перекрытия и недопокрытия, соответствует $|\Delta| = 0$.

Расчет покрытия БС МНК и ММВНК

В качестве иллюстрации эффективности предложенного ММВНК проведем расчет зон покрытия БС в зависимости от загруженности БС, их взаимного расположения и длин пролетов.

Симметричный кластер. Рассмотрим симметричный кластер (группу) из пяти БС (размерность $q = 5$) с расположением четырех БС по вершинам квадрата, и пятой БС – на пересечении диагоналей (рис. 2). Интенсивности поступающих нагрузок для каждой БС примем одинаковыми $y_{1-5} = 1$ Эрл, пролеты между парами БС $d_{12} = d_{25} = d_{45} = d_{14} = 10$ км, $d_{13} = d_{23} = d_{35} = d_{34} = 7,071$ км, коэффициент запаса по излучаемым мощностям БС $k = 2$. Рассмотрим решение переопределенной СЛАУ восьмого порядка как с помощью МНК, так и с помощью ММВНК в соответствии с выражениями (2) и (4).

Рис. 2. Кластер (группа БС) размерностью $q = 5$

При одинаковых нагрузках на БС расчет зон покрытия МНК в соответствии с (2) и ММВНК в соответствии с (4) приводит к одному результату: $r_1 = r_2 = r_4 = r_5 = 5$ км, $r_3 \gg 2,071$ км (рис. 3), что, очевидно, есть следствие симметрии расположения БС и однородности распределения нагрузок.

Аналогичным образом получаем независящее от перестановок решение исходной системы уравнений при изменении коэффициента запаса по мощностям от $k = 2$ до $k = 1,8$, что эквивалентно увеличению радиусов зон покрытия БС 1,1 раза (рис. 4).

Как видим, радиусы зон покрытия увеличились, но топология зон осталась прежней. Это также обусловлено исходной симметрией кластера БС.

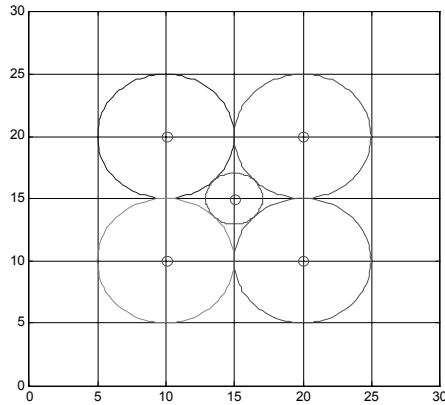


Рис. 3. МНК, ММВНК, распределение зон обслуживания для кластера: $q = 5; k = 2; y_{1-5} = 1$ Эрл

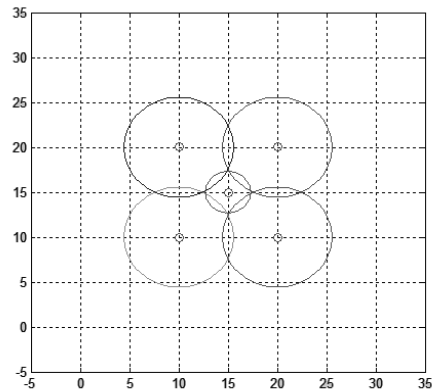


Рис. 4. МНК, ММВНК, распределение зон обслуживания для кластера: $q = 5; k = 1.8; y_{1-5} = 1$ Эрл

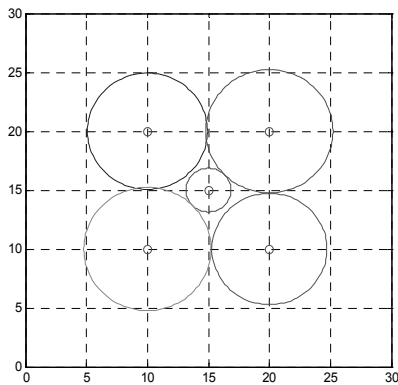


Рис. 5. МНК, распределение зон обслуживания для кластера: $q = 5; k = 1.8; y_{1-4} = 1$ Эрл; $y_5 = 2$ Эрл

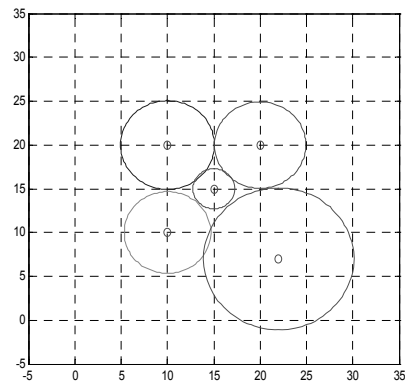


Рис. 6. МНК, распределение зон обслуживания для кластера: $q = 5; k = 2; y_{1-5} = 1$ Эрл

Увеличение нагрузки на БС5 вдвое (с 1 до 2 Эрл) при расчете по МНК приводит к лишь небольшому сокращению радиуса зон обслуживания БС3 и БС5 и незначительному увеличению радиусов зон обслуживания БС2 и БС4 (рис. 5).

Использование ММВНК для рассматриваемой переопределенной СЛАУ выявило одиннадцать неповторяющихся вариантов решения, семь из которых получены при перестановках первого столбца с остальными и четыре – вследствие других возможных перестановок.

Несимметричный кластер. Отнесем БС5 на координатной плоскости в точку с координатами (22; 7), при этом $d_{12} = d_{14} = 10$ км, $d_{13} = d_{23} = d_{34} = 7,07$ км, $d_{25} = d_{45} = 12,61$ км, $d_{35} = 9,89$ км. Положим также интенсивности поступающих нагрузок на всех БС равными $y_{1-5} = 1$ Эрл при коэффициенте запаса по мощностям $k = 2$. Решение МНК представлено на рисунке 6.

При использовании модифицированного МВНК выявило десять неповторяющихся вариантов.

Анализ полученных результатов и выводы

Для анализа полученных результатов рассчитанные значения Δ для симметричного кластера и несимметричного кластера с различными нагрузками на БС5 сведены в таблице 1. Жирными цифрами выделены наименьшие значения Δ .

Всего было рассчитано пять вариантов несимметричных кластеров, однако в таблице приведены результаты лишь одного варианта, соответствующего построениям рисунка 6. Этих данных достаточно для обобщающих выводов.

Таблица 1

Суммарная среднеквадратическая ошибка решения Δ
для симметричного и несимметричного кластера

Метод, вариант реше- ния	Значение Δ (симметричный, с нагрузкой на БС5 2 Эрл)	Значение Δ (несимметричный, с нагрузкой на БС5 1 Эрл)	Значение Δ (несимметричный, с нагрузкой на БС5 2 Эрл)
ММВНК, а)	3,2746	1,6588	2,1284
ММВНК, б)	1,5954	1,5180	2,2322
ММВНК, в)	0,6096	0,7024	1,9000
ММВНК, г)	1,2965	0,7155	1,8695
ММВНК, д)	1,3518	0,9090	2,7979
ММВНК, е)	0,6314	3,1502	2,2234
ММВНК, ж)	2,0416	1,5180	2,0347
ММВНК, з)	2,2939	3,0430	2,0160
ММВНК, и)	2,0172	0,7980	2,2234
ММВНК, к)	0,8332	6,6124	1,8968
ММВНК, л)	0,9925	0,6457	4,8333
МНК	0,6314	0,6457	1,9218

1. Предложенный ММВНК по сравнению с МНК позволяет находить набор решений по покрытию территории группой БС, среди которых может быть решение с наименьшей среднеквадратической ошибкой. Результаты расчетов не противоречат физическим представлениям и адекватно учитывают геометрическую конфигурацию кластеров и распределение интенсивностей нагрузок.

2. Для симметричного кластера с одинаковыми нагрузками на БС расчеты оптимальных зон покрытия МНК и ММВНК дают одинаковый результат (см. рис. 3, 4). При несимметричных кластерах наилучший вариант по критерию оптимальности содержится в векторе решений ММВНК.

3. Наряду с приемлемыми вариантами имеются варианты, которые на практике не могут быть использованы. Они характеризуются неоправданно заниженными или завышенными зонами охвата отдельных БС, а также большим значением Δ .

4. Ряд удачных вариантов решений визуально мало отличаются друг от друга, однако именно в этой группе содержатся наилучшие решения с точки зрения критерия оптимальности.

5. Получаемый набор решений позволяет проводить выбор варианта не только по критерию оптимальности, но и исходя из особенностей практической ситуации. В частности, реальная обстановка не всегда требует пропорционального деления территории между БС. Часто необходимо обеспечение связи в каком-либо труднодоступном месте. Поэтому следует отдельно выделить группу решений, которые актуальны не с точки зрения оптимального, а локального покрытия территории с малой плотностью.

6. Результаты решений по предложенному ММВНК в дальнейшем предполагается использовать на этапе оптимизации зон каждой БС на основе специализированного программного обеспечения с учетом мощности передатчика, диапазона частот, типа, высоты подвеса и угла наклона антенн, характера рельефа и застройки местности и др.

Литература

1. Журкин И.Г. Методы вычислений в геодезии : учебное пособие / И.Г. Журкин, Ю.М. Нейман. – М. : Недра, 1988. – 304 с.
2. Егоров Л.Л. Алгоритм расчета зон покрытия базовых станций сотовой связи / Доклады ТУСУР (Томск) / Л.Л. Егоров, В.А. Кологривов. – 2007. – 2(16). – С. 157–162.
3. Лазарев Ю.С. MatLab 5.x. – Киев : BVH, 2000. – 384 с.
4. Бабков В.Ю. Сети мобильной связи. Частотно-территориальное планирование : учебное пособие для вузов / В.Ю. Бабков, М.А. Вознюк, П.А. Михайлов. – Изд. 2-е, испр. – М. : Горячая линия-Телеком, 2007. – 224 с.

Егоров Леонид Леонидович

Аспирант кафедры средств радиосвязи ТУСУРа

Тел.: (3822) 41-37-09

Эл. почта: Yegoroff@sibmail.com

Кологривов Василий Андреевич

Канд. техн. наук, доцент кафедры средств радиосвязи ТУСУРа

Тел.: (3822) 41-37-09

Эл. почта: mrc@main.tusur.ru

Мелихов Сергей Всеволодович

Профессор, доктор техн. наук, зав. кафедрой средств радиосвязи ТУСУРа

Тел.: (3822) 41-37-09

Эл. почта: mrc@main.tusur.ru

L.L. Yegorov, V.A. Kologrivov, S.V. Melihov

The algorithm of computation of the cellular network base station's coverage zone by a method of the least squares with shift of columns in an elasticity matrix

On the base of the least squares method the algorithm of computation of the cellular GSM standard network base station's coverage zone with shift of columns in an elasticity matrix has been made. Evaluation of using it to the network planning and optimization problems' solutions has been made.

Keywords: least squares method, base station, coverage area.
