УДК 530.1:620.178:621.313

В.С. Деева

Траекторное рассеяние фракций скользящего контакта

Для стационарного скольжения контакта создана аналитическая модель динамики фрактального разрушения тонкого контактного слоя щётки скольжения электрических машин. Анализ выявил изменение свойств стационарного потока фракций распада тела скольжения в контактном пространстве от динамики движения, ориентации пространства и свойств среды контактного слоя.

Ключевые слова: электрическая машина, скользящий контакт, фракция, модель разрушения.

Введение

Прогноз состояния электрического скользящего контакта (СК), основы многих изделий и приборов зависят от точности математической модели или измерения параметров при его диагностике [1–4]. Сложность оценки состояния СК – в вероятностном характере его разрушения при широком спектре часто противоречивого взаимодействия элементов СК [2–6].

Трудности задачи прогноза состояния СК, ввиду метрологической недоступности, состоят: во-первых, в отсутствии аналитического описания ряда процессов, протекающих в СК; во-вторых, в недостатке априорной информации для оценки экстремума функции поведения при оптимизации диагностики состояния СК. Многие методики прогноза СК не охватывают физику явлений в пространстве тонкого контактного слоя [1–6].

Ниже представлена математическая модель стационарного процесса разрушения и переноса фракций тела СК в пространстве контактного слоя.

Постановка исследования СК

Используя общий принцип исследования физических процессов в системах плотно упакованной дискретной структуры сред и тел, за основу модели фрактального процесса разрушения тела скользящего по поверхности другого тела примем гидродинамическую модель [7]. Несмотря на обилие работ [1–6] по фриттингу тел, мало публикаций, где изучается динамика и кинетика этого недоступного для наблюдения в реальном времени, вероятностного контактного пространства. Поэтому модель этого процесса нужна не только для оценки живучести тела скольжения, актуальной для электромашиностроения, но и для общей теории физики взаимодействия тел.

Основные положения

Будем считать, что область скользящего взаимодействия в установившемся режиме остаётся постоянной. Пример: скольжение щётки постоянного сечения по коллектору электрической машины с постоянной угловой скоростью вращения якоря. Актами разрушения боковых поверхностей щётки при её движении внутри щёткодержателя, ввиду слабого влияния этого фактора, пренебрежём. Тогда удельный объём фракций распада контактного слоя плотно упакованной щётки через поперечное сечение щёткодержателя (назовём его **канал** движения потока фракций) в единицу времени равен произведению $v_{\text{пф}}$ – средней скорости движения фракций тела по каналу на $s_{\text{пф}}$ – площадь поперечного сечения канала или тела: $V_{\text{пф}} = s_{\text{пф}} v_{\text{пф}} t$. Если принять $(x,\ y,\ z)$ – переменные в системе координат контактного пространства и t – интервал времени оценки скорости, то скорость движения потока фракций распада в контактном пространстве в условиях скользящего взаимодействия тел в системе координат переменных определится проекциями вектора его скорости $v_{\text{пф}}(x,y,z,t)$:

$$v_{\text{x}}(t)=\left[x_i(t+\ t)-x_i(t)\right]/\ t;\quad v_{\text{y}}(t)=\left[y_i(t+\ t)-y_i(t)\right]/\ t;\quad v_{\text{z}}(t)=\left[z_i(t+\ t)-z_i(t)\right]/\ t.$$

Фрактальный распад тела скольжения длителен. Время полного распада тела скольжения пропорционально отношению объёма тела к интенсивности потока и размерам фракций разрушения поверхностного слоя тела в области контактного скользящего взаимодействия: $t_{\text{рт}} = V_{\text{пф}} / \ \bar{n}_{\text{фр}} \bar{V}_{i\text{фр}}$.

Ясно, что $\bar{n}_{\text{фр}}$ – среднее число и размер фракций разрушения тела – коррелированные величины: $\bar{V}_{\text{фр}} = \iiint\limits_{(x,y.z)} V_{i\text{фр}}\,dx\,dy\,dz = \iiint\limits_{(V)} V_{i\text{фр}}\,dV$. Отсюда среднее число фракций разрушения тела при скольжении: $\bar{n}_{фр} = V_{пф} / \bar{V}_{фр}$. Таким образом, интенсивность (масса) потока фракций разрушения тела скольжения, проходящего через поперечное сечение области контакта тел в единицах массы равна произведению объёма разрушения на плотность тела

$$m_{пф}(t) = \rho_{тс}\ s_{пф} \upsilon_{пф} t = \sum_{i=1}^{к} \bar{V}_{iфр} \upsilon_{пф} \rho_{iфр}\ .$$

Обычно $\rho_{тс} \equiv \rho_{iфр}$ – плотность тела скольжения тождественна плотности отдельной его фракции, но, в общем случае, это может не выполняться, например, при более упругом, чем плоскость, теле скольжения (алмазный резец по стеклу). В ньютоновской механике масса – величина аддитивная; масса системы тел равна сумме масс $m = \sum_{i=1}^{к} m_i$, или масса фракции тела равна $m_i = \int_0^{V_i} \rho dV$, где интегрирование идет по всему объёму фракции или тела. Учтём, что средняя плотность потока фракций разрушения неоднородных тел в контактном слое есть отношение массы тела к его объёму: $\rho_{ср} = m / V$. При неравновесной динамике разрушения структуры тела $\upsilon_{iфр}, \bar{V}_{iфр}, \rho_{iфр}$ не постоянны как удельная плотность массы потока фракций, они – функции времени и координат, что может приводить к нарушению постоянства плотности распределения массы фракций по сечению потока. Учитывая постановку исследования – создание модели стационарного потока фракций разрушения, примем $\upsilon_{iфр}$, $\bar{V}_{iфр}, \rho_{iфр}$ как средние значения (<...>,<...>,<...>).

Стационарность случайного потока фракций распада тела скольжения предполагает постоянство средних характеристик потока во всех поперечных сечениях пространства. Другими словами, требование стационарности установившегося состояния потока приводит к необходимости постоянства уравнения неразрывности потока фракций разрушения

$$m_{пф}(t) = \rho_{тс}\ s_{пф} \upsilon_{пф} t = \sum_{i=1}^{к} \bar{V}_{iфр} \upsilon_{пф} \rho_{iфр} = \text{const}\ .$$

Это уравнение применимо для любого стационарного потока фракций разрушения, не имеющего притока или отбора потока фракций на траектории их движения в контактном пространстве тела скольжения.

При разрушении однородного тела скольжения и распаде его контактного слоя на поток фракций однородной дисперсности (изоморфный поток) уравнение неразрывности потока упрощается $m_{фр} = \rho_{фр} V_{фр} \upsilon_{фр} = \text{const}$ и сводится к условию постоянства объёмной плотности и массы потока изоморфных фракций разрушения тела в любом сечении пространства слоя.

В движении тела по траектории скольжения часть потока фракций разрушения поверхностного слоя на интервале прохождения контактной области последовательно выпадает из контактного пространства. Поэтому для оценки динамики потока фракций распада тела скольжения составим уравнение баланса потока. При равномерной плотности и динамике вылета потока из контактного пространства уравнение баланса потока фракций для массового расхода $m = \sum_{i=1}^{к} m_i$ примет вид: $m = m_0 - m_{удфр} z$, где m_0 – объёмная массовая эмиссия фракций разрушения в контактное пространство (в начальном сечении потока фракций распада тела); $m_{удфр}$ – удельный отток части фракций разрушения на интервале i-го сечения потока (в единицах массы фракций потока в единицу времени на единицу размера контактного слоя); z – координата – расстояние от поверхности тела скольжения – начала потока фракций разрушения до текущего сечения контактного пространства. Уравнение баланса стационарного потока фракций распада тела скольжения:

$$m_{фрст} = m_0 - m_{удст} z\ .$$

Здесь: $m_{удст}$ – удельный объёмный отток фракций в единицу времени (плотность интенсивности потока фракций распада тела скольжения). При циклической траектории скольжения тела (пример: электрическая щётка, токарный резец, грифель циркуля и т.п.), когда на пути скольжения при адгезии фракций разрушения к поверхности основного тела могут находиться фракции от предыдущего цикла разрушения, назовём этот поток фракций транзитным, уравнение непрерывности примет вид

$$m = m_{\text{тек}} + m_{\text{тр}} - m_{\text{удст}} z = m_{\text{тр}} + m_{\text{удст}} (h - z),$$

где h – размер тела в ортогональном к плоскости скольжения направлении.

Для учёта особенностей динамики распада в модели, кроме уравнения неразрывности потока, полезно уравнение баланса энергии потока фракций распада. Процесс разрушения контактного слоя в какой-то степени равносилен выполнению работы отрыва фракции, перемещению её в контактное пространство и за его пределы. Потенциальная работа – это работа по перемещению фракции из одной в другую область координат, т.е. из поверхностного слоя через контактное пространство за его пределы. Изменение энергии фракции путем передачи фракции движения это и есть работа, совершённая над фракциями тела скольжения. Передача энергии идёт в форме процесса силового скользящего взаимодействия поверхностей тел.

При стационарном движении фракций с равными векторами скорости фракций работа A перемещения dz составит: $A = \sum_{i=1}^{к} F_i dz = \vec{F} d\vec{z}$. Сила, действующая на отдельную фракцию и поток фракций: $\vec{F} = \text{const}$ и $A = Fz$. Сила, действующая на поток, потенциальная, так как производимая ею работа по перемещению фракций зависит только от начального и конечного положений фракций в контактном пространстве. Мерой движения потока фракций разрушения служит кинетическая энергия, измеряемая той работой, которую может совершить поток фракций при его торможении до полной остановки, определяемая известной формулой $w_k = mv^2/2$. Для потока отдельных фракций получим: $w_{k\text{пф}} = 0{,}5 \int_{(V)} \rho v^2 dV = 0{,}5 \int_{(m)} v^2 dm$, где dm – масса отдельной i-й фракции; dV, ρ и v – объём, плотность и модуль вектора скорости фракций в потоке; m и V – масса и объём полного потока фракций. При поступательном потоке его энергия равна $w_{\text{кпф}} = mv^2/2$. Потенциальная энергия фракций потока $dw_{\text{пф}}$ подобно силовой функции U характеризует потенциальное поле потока и связана с ней равенством $dw_{\text{пф}} = -dU$ или $w_{\text{пф}} = -U + C$, где C – постоянная интегрирования. Учтя действие основных факторов в движении потока фракций, для элементарной работы получим

$$\delta w = \delta A_1 + d\left(v^2/2\right) + g dz + \delta A_2,$$

где A_1 – удельная эффективная работа, передаваемая телам внешней системы (в тонком контактном слое $\delta A_1 \approx 0$). Второе слагаемое отражает изменение кинетической энергии; третье – потенциальной ($g = 9{,}807$ м/с^2 – ускорение свободного падения под влиянием гравитации). Четвёртое – необратимые превращения работы: $A_2 = \left[R_v (0{,}5v^2)/\ell_э\right] dz$, где $\ell_э = 2\sqrt{xy/}$ – эффективный размер сечения потока фракций, определяемый из тождества прямоугольного и круглого сечений $\pi D^2/4 = xy$; R_v – гидравлическое сопротивление среды контактного слоя движению фракций; x и y – размеры тела скольжения в плоскости образования фракций разрушения (для круглого тела $\ell_э = D$ – его диаметру); z – текущая координата сечения потока, отсчитываемая от начала его формирования (от плоскости отрыва фракций от тела скольжения).

Из выражения для w видим, что работа и кинетическая энергия потока частиц распада тела скольжения диссипируют на преодоление трения о среду их пролета – гидравлическое сопротивление среды, на движение – изменение своего положения и скорости потока частиц. Таким образом, уравнение баланса энергии элементарной фракции распада тела скольжения примет вид

$$-\delta w = \alpha_T d\left(v^2/2\right) + g dz + R_v\left(v^2/2\ell_э\right) dz = \alpha_T d\left(v^2/2\right) + \left[g + R_v\left(v^2/2\ell_э\right)\right] dz.$$

В левой части уравнения стоит выражение удельной потенциальной работы потока фракций при его движении в контактном слое; знак минус отражает не приращение энергии, процесс диссипации энергии. Это уравнение динамики движения потока фракций тела скольжения.

Уравнение удельной энергии приводится к простому виду для потока:

$$\rho^{-1}dw+\alpha_T d\left(v^2/2\right)+\left[g+R_v\left(v^2/2\ell_э\right)\right]dz=0 .$$

Для ламинарного потока фракций $\alpha_T=2$, для турбулентного – $\alpha_T=1{,}1$. Первое слагаемое в уравнении – удельная работа движения частиц потока; второе – работа на изменение скорости потока, т.е. его кинетической энергии; третье – удельная работа на преодоление сопротивления среды движению фракций. Последнее и второе слагаемые – аутентичны. Это дифференциальное уравнение баланса энергии стационарного потока частиц контактного слоя. Для горизонтального потока фракций $g=0$ уравнение баланса:

$$\rho^{-1}dw+\alpha_T d\left(v^2/2\right)+R_v\left(v^2/2\ell_э\right)dz=0 ,$$

которое при $v\equiv\text{const}$ принимает простой вид: $\rho^{-1}dw+R_v\left(v^2/2\ell_э\right)dz=0$.

Уравнения стационарного движения потока фракций в контактном пространстве сведём в систему: уравнение динамики движения:

$$\rho^{-1}dw+\alpha_T d\left(v^2/2\right)+\left[g+R_v\left(v^2/2\ell_э\right)\right]dz=0 ;$$

уравнение баланса массы потока фракций – уравнение его неразрывности:

$$m_{фр}=\rho_{фр}V_{фр}v_{фр}=\text{const}$$

и состояния, если считать поток (двухфазная система – фракции + среда) как газ, то можно принять за основу уравнение Клайперона: $p=\rho\eta_р R_р T$.

Решая систему уравнений, сведём её к одному – обыкновенному дифференциальному уравнению с разделяющимися переменными:

$$-\rho\eta_р R_р T v^{-2}d\left(v^2\right)+\alpha_T d\left(v^2\right)+\left[2g+R_v v^2/\ell_э\right]dz=0 .$$

Стационарное движение потока фракций в контактном пространстве рассматриваем в изотермических условиях, т.е. при постоянной температуре среды. Отклонение ориентации контактного слоя от горизонтали учтём влиянием гравитации зависимостью от $\alpha_\perp$ – угла отклонения от горизонтали:

$$-\rho\eta_р R_р T v^{-2}d\left(v^2\right)+\alpha_T d\left(v^2\right)+\left[2g\cos\alpha_\perp+R_v v^2/\ell_э\right]dz=0 .$$

При горизонтальном слое $\alpha_\perp=0$ и $\cos\alpha_\perp=1$. При вертикальной ориентации $\alpha_\perp=90^{\circ}$, а $\cos\alpha_\perp=0$. Сила тяжести направляет поток фракций вдоль слоя. Поток фракций – падающий вниз и компонента $2gdz\equiv 0$. Уравнение стационарного горизонтального движения потока фракций приводится, с учётом силы $p=\rho\eta_р R_р T$ – давления тела скольжения, к частному виду:

$$-\rho\eta_р R_р T v^{-2}d\left(v^2\right)+\alpha_T d\left(v^2\right)+\left[2g+R_v v^2/\ell_э\right]dz=0 .$$

Приводя в уравнении подобные, получим

$$-\frac{\eta_р R_р T d\left(v^2\right)}{v^2\left[2g\cos\alpha_\perp+R_v v^2/\ell_э\right]}+\frac{\alpha_T d\left(v^2\right)}{\left[2g\cos\alpha_\perp+R_v v^2/\ell_э\right]}+dz=0 .$$

Проведём интегрирование уравнения в диапазоне изменения скорости потока фракций, считая, что в момент распада поверхности (z=0) фракция приобретает скорость v_0, а в области второй стенки зазора $z=\ell_z$ (поверхность скольжения) – v_ℓ. Результат интегрирования имеет вид

$$\ln\left[\left(\frac{2g\cos\alpha_\perp}{v_\ell^{\,2}\ell_z}+\frac{R_v}{\ell_э}\right)\Big/\left(\frac{2g\cos\alpha_\perp}{v_0^{\,2}\ell_z}+\frac{R_v}{\ell_э}\right)\right]=-\frac{2g\cos\alpha_\perp}{\eta_р R_р T}\left(1+\frac{\alpha_T\ell_э}{R_v\ell_z}\ln\frac{2\ell_э g\cos\alpha_\perp+R_v\ell_z v_\ell^{\,2}}{2\ell_э g\cos\alpha_\perp+R_v\ell_z v_0^{\,2}}\right).$$

Обозначим: $a=\left(2g\cos\alpha_\perp\right)/\eta_р R_р T$ – коэффициент, зависящий от ориентации плоскости скольжения и $b=1+\dfrac{\alpha_T\ell_э}{R_v\ell_z}\ln\dfrac{2\ell_э g\cos\alpha_\perp+R_v\ell_z v_\ell^{\,2}}{2\ell_э g\cos\alpha_\perp+R_v\ell_z v_0^{\,2}}$ – коэффициент, отражающий изменение скорости фракций, физические свойства среды контактного слоя и ориентацию плоскости скольжения. При горизонтальном скольжении $\alpha_{\perp} \equiv 0$ превалирует гравитация и $b = 1 + \frac{\alpha_T \ell_э}{R_v \ell_z} \ln \frac{{v_\ell}^2}{{v_0}^2} = 1 + 2\frac{\alpha_T \ell_э}{R_v \ell_z} \ln \frac{v_\ell}{v_0}$. Для $v_\ell \cong v_0$, т.е. при постоянной скорости фракции с момента отрыва от тела до её выхода из контактного пространства, $b = 1$. Заменяя скорости v_ℓ и v_0 массовым значением потока и его давлением p_1 и p_2 в этих точках координат, дифференциальное уравнение приводится к виду

$$p_1^2 e^{-ab} p_2^2 = \left(R_v m^2 \eta_р R_р T \ell_z / s_{пф} \ell_э\right) a^{-1} \left(1 - e^{-ab}\right),$$

который наглядно показывает влияние любого параметра на его решение.

Верификация математической модели динамики потока фракций разрушения тела скольжения в контактном пространстве из-за отсутствия в настоящее время каких-либо экспериментальных данных о физике неравновесных и сложных явлений течения фракций в малых пространствах, т.е. в условиях подобных исследуемой задаче, затруднена. Поэтому на данном этапе исследования возможность прямого сопоставления расчётных данных с экспериментальными пока отсутствует.

Для обоснования достоверности полученной модели динамики стационарного потока фракций разрушения в тонком контактном слое тела скольжения воспользуемся основами фундаментальной теории подобия [8]. Следуя её методикам, проведены тестовые проверки в виде проверок размерностей и алгоритма вычислений на задачах физических по моделям, идентичных модели рассматриваемой, давшие положительный результат.

Анализ адекватности размерностей и основных зависимостей показывает [9], что динамика движения потока фракций представленного моделью течения фракций как распределённого двухфазного потока среды и известных подходов и методик оценки течения газовых и жидкостных сред обладают высокой аутентичностью результатов. Как и при движении вязкой несжимаемой неизотермической жидкости [7, 8], распределение поперечной составляющей скорости v_z убывает с ростом координаты.

Ещё одним подтверждением адекватности действия модели служит наличие закономерностей изменения температурных полей и динамики движения стационарного потока фракций разрушения, так же как и жидкостей, в ограниченном контактном пространстве взаимоувязанных с параметром динамики течения газовых и вязких сред – числом Рейнольдса.

По методике верификации теории подобия был выполнен численный анализ выявления превалирующих параметров в модели течения фракций. Численный анализ проведён в первом приближении оценки результата уравнений модели; с точностью оценки её качества на уровне доли процента. Сопротивление среды контактного слоя R_v – функция фундаментального параметра Re – числа Рейнольдса: отношения силы инерции $F_и$ к силе внутреннего трения $F_{тр}$ потока фракций в контактном пространстве: $\mathrm{Re} = F_и / F_{тр} = \rho v \ell_э / \mu$, где μ – вязкость среды слоя. Число Рейнольдса определяет роль инерции и сил трения при взаимодействии фракций в потоке их скольжения. Гидравлическое сопротивление зависит от свойства среды или режима её течения в контактном слое: для ламинарного течения ($\mathrm{Re} \le 2320$): $R_v = 64/\mathrm{Re}$; критического (ламинарный/турбулентный) $\mathrm{Re} \ge 4000$: $R_v = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{\mathrm{Re}}$; гладкого ($\mathrm{Re} \approx 2000...4000$): $R_v = 0{,}3164/\sqrt[4]{\mathrm{Re}}$; смешанного трения (среда+фракции): $R_v = 0{,}1\left[\left(3\ell_z / 2\ell_э\right) + 100/\mathrm{Re}\right]^{1/4}$; шероховатого (квадратичный закон сопротивления): $R_v = 0{,}1\left(1{,}46\ell_z / \ell_э\right)^{1/4}$. При малом $\ell_э$, $\left(3\ell_z / 2\ell_э\right) >> 100/\mathrm{Re}$ два последних случая дают примерно равный результат: $R_v = 0{,}11\sqrt[4]{1{,}46\ell_z \ell_э^{-1}}$.

Выводы

Создана модель для исследования основных зависимостей в аспектах гидродинамики распределённого стационарного потока фракций разрушения тонкого слоя пространства скольжения тела – щётки электрической машины.

Численным анализом проведена верификация аналитической модели формирования и динамики движения стационарного потока фракций распада тела в ограниченном контактном пространстве скольжения с динамически меняющейся геометрией слоя скольжения и формой фракций разрушения.

Впервые показана возможность применения математического аппарата гидро- и газовой динамики для решения фундаментальной задачи неравновесного процесса разрушения тела – электрической щётки в контактном пространстве скользящего взаимодействия с коллектором для формирования прогноза состояния контакта методами моделирования.

Литература

1. Мышкин Н.К. Электрические контакты / Н.К. Мышкин, В.В. Кончиц, М. Браунович. – М.: Изд. группа URSS, 2008. – 560 с.

2. Лившиц П.С. Скользящий контакт электрических машин. – М.: Энергия, 1974. – 272 с.

3. Плохов И.В. Комплексная диагностика и прогнозирование технического состояния узлов скользящего токосъёма турбогенераторов: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – СПб.: СПбГТУ, 2001. – 36 с.

4. Уайтхауз Д. Метрология поверхностей. – Долгопрудный: Интеллект, 2009. – 492 с.

5. Марченко Е.А. О природе разрушения поверхности металлов при трении. – М.: Наука, 1979. – 120 с.

6. Гарбар И.И. Образование продуктов изнашивания при трении скольжения / И.И. Гарбар, В.П. Северденко, Ю.В. Скорынин // Доклады АН СССР. – 1975. – Т. 225, № 3. – С. 546–548.

7. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

8. Гухман А.А. Введение в теорию подобия. – М.: Высшая школа, 1973. – 296 с.

9. Деева В.С. Изоморфизм скользящего контакта конденсированных сред // Инновационные технологии: теория, инструменты, практика («Inno Tech 2010»): матер. междунар. интернет-конф. – Пермь, 2010. – С. 124–125.

Деева Вера Степановна
Аспирант каф. электроэнергетических сетей и систем Энергетического института
Национального исследовательского Томского политехнического университета
Тел.: 8 (382-2) 56-32-67
Эл. адрес: veradee@mail.ru

Deeva V.S.
Trajectory dissipation of a sliding contact fractions

An analytical water-dynamical model of a fractal fracture of a thin contact layer brushes sliding electric cars set for the steady state of sliding contact. Analysis revealed a change in the properties of steady flow fractions decomposition of the body slip in contact space from movement dynamics, space orientation and properties of the medium contact layer.
Keywords: electrical machines, sliding contact, fraction, model of dispel.
