

УДК 621.396.969.18

М.В. Миронов, Е.П. Ворошилин

Способ аппроксимации диаграммы направленности антенной системы космического аппарата по сигналам наземной контрольно-юстировочной станции

Предложен способ аппроксимации диаграммы направленности антенной системы, используемой для многоканального пеленгования наземных источников радиоизлучения. Проведено математическое моделирование алгоритма аппроксимации. Сформулированы требования к выбору исходных данных для алгоритма и параметров аппроксимирующей функции. Оценена точность аппроксимации различных видов диаграмм направленности в широком диапазоне отношений сигнал/шум.

Ключевые слова: диаграмма направленности, верхняя граничная частота, функция Котельникова, узловые точки, абсолютная ошибка аппроксимации, относительная ошибка аппроксимации.

Введение. В пассивных системах радиомониторинга широкое распространение получили амплитудные методы определения координат источников радиоизлучения (ИРИ), поскольку они обеспечивают лучшую чувствительность и пространственную селекцию по сравнению с фазовыми методами. Космические аппараты (КА) систем радиомониторинга, использующие в своем составе амплитудные пеленгаторы, обычно размещаются на геостационарных и высокоэллиптических орбитах. Их антенные системы сложно устроены (геометрические размеры могут составлять от единиц до десятков метров) [1]. В качестве исходных данных при расчете пеленга используется форма диаграммы направленности (ДН) антенной системы, которая задается аналитической функцией. Любое отклонение реальной диаграммы направленности от заложенной в алгоритм расчета приводит к ошибке пеленгования.

Постановка задачи. Обычно диаграммы направленности элементов антенной системы, устанавливаемые на КА, обмеряются на Земле до вывода КА на орбиту. После вывода КА на орбиту зеркало антенной системы разворачивается и растягивается при помощи специальных двигателей (если это параболическая антенна). В условиях космического пространства могут наблюдаться существенные отклонения формы зеркала от расчетных значений, вследствие чего происходит искажение формы ДН.

Одним из способов уменьшения ошибки пеленгования, возникающей за счет отличия реальных ДН от идеальных, является нахождение формы реальной ДН. С этой целью используют наземные контрольно-юстировочные станции. Для повышения точности оценки формы реальной ДН необходимо произвести большое число измерений, что не всегда возможно. На практике поступают следующим образом: проводят измерение в нескольких точках, а затем по измеренным значениям аппроксимируют форму диаграммы антенной системы.

Для аппроксимации ДН применяют различные алгоритмы: квадратичной функцией [2], тригонометрическими функциями [3] кривой Гаусса [3], эллиптической функцией [3]. Квадратичная функция позволяет аппроксимировать ДН лишь в пределах вершины главного лепестка, эллиптическая аппроксимация подразумевает графическое задание ДН в одной плоскости и вычисление коэффициентов, входящих в уравнение эллипса. Тригонометрические функции или кривая Гаусса дают приближение к действительной диаграмме в довольно узком секторе, обычно не превышающем угла раствора по точкам половинной мощности. В предложенном алгоритме используется не одна функция, а совокупность функций для аппроксимации ДН во всей заданной области углов.

Алгоритм аппроксимации формы ДН. Двумерная ДН антенной системы $s(\alpha, \varepsilon)$ допускает представление в виде разложения в ряд по совокупности функций $f_{ij}(\alpha, \varepsilon)$ [4–6]:

$$s(\alpha, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{N_{\text{узл}}} \sum_{j=0}^{N_{\text{узл}}} a_{ij} \cdot f_{ij}(\alpha, \varepsilon) + n(\alpha, \varepsilon), \quad (1)$$

где $\lambda = \left\{ \begin{array}{cccc} \lambda_{00} & \lambda_{01} & \dots & \lambda_{0N_{узл}} \\ \lambda_{10} & \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1N_{узл}} \\ \dots & & & \\ \lambda_{N_{узл}0} & \lambda_{N_{узл}1} & \dots & \lambda_{N_{узл}N_{узл}} \end{array} \right\}$ – матрица неизвестных коэффициентов ряда размерно-

стью $N_{узл} \times N_{узл}$; α – азимут; ε – угол места; $N_{узл}$ – количество узловых точек, которое определяется количеством функций в базисе; $f_{ij}(\alpha, \varepsilon)$ – базис известных функций; $n(\alpha, \varepsilon)$ – аддитивная помеха.

В качестве функций $f_{ij}(\alpha, \varepsilon)$ в выражении (1) могут быть подставлены функции Котельникова [7, 8]:

$$f_{ij}(\alpha, \varepsilon) = \frac{\sin \left[\omega_B \left(\alpha - \frac{i \cdot k \cdot \pi}{\omega_B} \right) \right]}{\omega_B \left(\alpha - \frac{i \cdot k \cdot \pi}{\omega_B} \right)} \cdot \frac{\sin \left[\omega_B \left(\varepsilon - \frac{j \cdot k \cdot \pi}{\omega_B} \right) \right]}{\omega_B \left(\varepsilon - \frac{j \cdot k \cdot \pi}{\omega_B} \right)}, \quad (2)$$

где i, j – номера узловых точек для α и ε соответственно; k – целое число, которое определяет сдвиг одной функции Котельникова относительно другой; N – количество отсчетов ДН $s(\alpha, \varepsilon)$.

Узловые точки – это точки расположения максимумов функций Котельникова, по которым раскладываем ДН $s(\alpha, \varepsilon)$. Величина ω_B в выражении (2) является аналогом верхней граничной частоты в спектре сигнала и определяется следующим образом [9]:

$$\omega_B = \frac{k \cdot \pi}{N} \cdot N_{узл}. \quad (3)$$

Это такое значение величины ω , при котором двумерное преобразование Фурье от ДН $s(\alpha, \varepsilon)$ (спектр ДН) не превышает 0,1 от своего максимального значения. Значение ω_B используется в алгоритме аппроксимации для оценки минимально-достаточного количества узловых точек $N_{узл}$ согласно выражению (3).

При моделировании предполагается, что количество узловых точек $N_{узл}$ и количество отсчетов ДН N по каждому из углов α и ε одинаково. В общем случае, когда количество отсчетов ДН и количество узловых точек по каждому углу (азимут и угол места) могут быть разными, необходимо находить сечения ДН по азимуту и углу места, а затем определять ω_B по каждому из этих сечений. Для вычисления необходимого количества узловых точек по каждому из углов в выражение (3) следует подставлять вычисленные значения верхних частот по каждому сечению ДН.

Задача аппроксимации ДН антенной системы сводится к нахождению оптимальной оценки весовых коэффициентов λ_{ij} в выражении (1) при условии, что данные поступают в дискретные моменты времени. Для простоты обработки ДН необходимо представить данные в виде вектор-столбца размером $N^2 \times 1$, а не в виде матрицы размером $N \times N$. Матрицу неизвестных коэффициентов λ также необходимо представить в виде вектор-столбца размерностью $N_{узл}^2 \times 1$. Для этого все строки матрицы записываем в одну строку друг за другом, а затем транспонируем полученную строку в вектор-столбец.

Значения полученного одномерного вектора $s(t)$ представим в виде системы N^2 уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} s(t_1) = \sum_{i=0}^{N_{узл}^2} \lambda_i \cdot f_i(t_1) + n(t_1), \\ s(t_2) = \sum_{i=0}^{N_{узл}^2} \lambda_i \cdot f_i(t_2) + n(t_2), \\ \dots \\ s(t_{N^2}) = \sum_{i=0}^{N_{узл}^2} \lambda_i \cdot f_i(t_{N^2}) + n(t_{N^2}). \end{array} \right\}$$

В матричном виде система может быть представлена в виде

$$\mathbf{s} = \mathbf{F}\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{n}, \tag{4}$$

где \mathbf{s} – N^2 -мерный вектор-столбец наблюдений; \mathbf{n} – N^2 -мерный вектор-столбец помехи; \mathbf{F} – матрица размера $N^2 \times N_{\text{узл}}^2$.

Матрица \mathbf{F} формируется следующим образом: диапазон углов (по азимуту и углу места), в котором задана диаграмма направленности, разбивается на интервалы с шагом, равным расстоянию между двумя узловыми точками. Количество узловых точек по азимуту и углу места одинаково и равно $N_{\text{узл}}$, а общее количество функций равно $N_{\text{узл}}^2$. Таким образом, диапазон углов по двум угловым координатам, разбитый на узловые точки, можно представить в виде вспомогательной матрицы $\mathbf{F}_{\text{вспом}}$, в столбцах и строках которой записаны функции Котельникова. Вспомогательная матрица имеет следующий вид:

$$\mathbf{F}_{\text{вспом}} = \begin{bmatrix} f_{00}(x_0y_0) & f_{01}(x_0y_0) & \dots & f_{0N_{\text{узл}}}(x_0y_0) \\ f_{10}(x_0y_0) & f_{11}(x_0y_0) & \dots & f_{1N_{\text{узл}}}(x_0y_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{N_{\text{узл}}0}(x_0y_0) & \dots & \dots & f_{N_{\text{узл}}N_{\text{узл}}}(x_0y_0) \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Для аппроксимации ДН необходимо указать вклад всех функций в каждую точку исходной диаграммы направленности. Поэтому строки матрицы \mathbf{F} формируются следующим образом: в каждую строку поочередно записываются все строки вспомогательной матрицы $\mathbf{F}_{\text{вспом}}$, так как все двумерные функции Котельникова участвуют в аппроксимации (см. выражение (6)). В итоге мы имеем матрицу \mathbf{F} размером $N^2 \times N_{\text{узл}}^2$, которая имеет следующий вид:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{00}(x_0y_0) & f_{01}(x_0y_0) & \dots & f_{0N_{\text{узл}}}(x_0y_0) & f_{10}(x_0y_0) & \dots & f_{1N_{\text{узл}}}(x_0y_0) & \dots & f_{N_{\text{узл}}N_{\text{узл}}}(x_0y_0) \\ f_{00}(x_0y_1) & f_{01}(x_0y_1) & \vdots & f_{0N_{\text{узл}}}(x_0y_1) & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & f_{N_{\text{узл}}N_{\text{узл}}}(x_0y_1) \\ f_{00}(x_0y_2) & f_{01}(x_0y_2) & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots \\ f_{00}(x_0y_N) & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots \\ f_{00}(x_1y_0) & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots \\ f_{00}(x_1y_1) & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots \\ f_{00}(x_1y_2) & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots \\ f_{00}(x_Ny_N) & f_{01}(x_Ny_N) & \dots & f_{0N_{\text{узл}}}(x_Ny_N) & \dots & \dots & f_{1N_{\text{узл}}}(x_Ny_N) & \dots & f_{N_{\text{узл}}N_{\text{узл}}}(x_Ny_N) \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Допустим, что λ есть оценка коэффициентов ряда разложения, тогда из выражения (4) выразим вектор-столбец помехи:

$$(\mathbf{s} - \mathbf{F}\boldsymbol{\lambda}) = \tilde{\mathbf{n}},$$

где $\tilde{\mathbf{n}}$ – вектор остаточной помехи.

Критерий оптимальности для оценок по методу наименьших квадратов (МНК) определяется выражением

$$J(\lambda) = (\mathbf{s} - \mathbf{F}\boldsymbol{\lambda})^T \mathbf{R}(\mathbf{s} - \mathbf{F}\boldsymbol{\lambda}),$$

где \mathbf{R} – положительно определенная симметричная матрица весовых коэффициентов.

Для оптимальной оценки неизвестных параметров по методу наименьших квадратов должно выполняться условие [6, 9]:

$$J(\lambda_{\text{МНК}}) = \min_{\lambda} [J(\lambda)].$$

Таким образом, если искомая оценка существует, то она может быть определена как корень уравнения

$$\left. \frac{\partial J(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda} = \min_{\lambda} [J(\lambda)].$$

Выражение для оценки вектора неизвестных коэффициентов λ методом наименьших квадратов может быть получено из выражения [6, 9]:

$$\mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{s} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{F}) .$$

В итоге для оценки получим выражение [6]:

$$\lambda_{\text{МНК}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{s} . \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что оптимальная оценка λ неизвестных параметров λ_i , полученная методом наименьших квадратов, находится в результате линейной операции над входными данными \mathbf{s} .

Используя выражение (7), получим оценку λ вектора коэффициентов ряда разложения. Аппроксимация ДН антенной системы происходит следующим образом:

$$Y_{\text{аппр}}(\alpha, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{N_{\text{узл}}} \sum_{j=0}^{N_{\text{узл}}} \hat{\lambda}_{ij} \cdot f_{ij}(\alpha, \varepsilon), \quad (8)$$

где $Y_{\text{аппр}}(\alpha, \varepsilon)$ – аппроксимированная диаграмма направленности антенной системы.

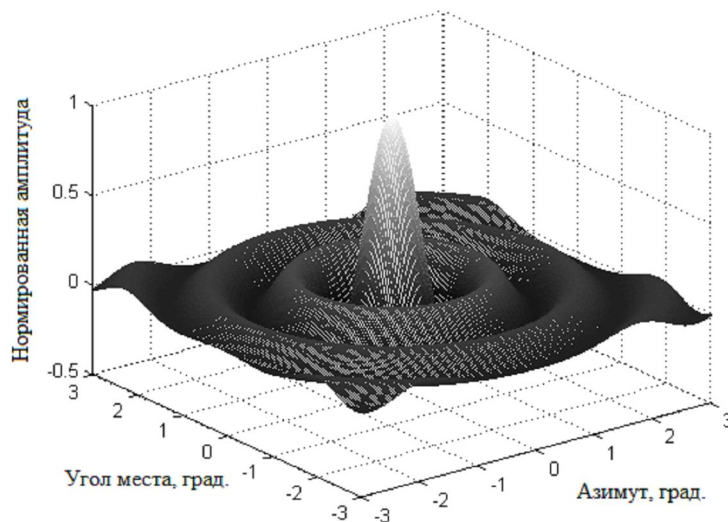


Рис. 1. Исходная ДН

В результате моделирования было показано, что ошибка восстановления не превышает одного процента от максимального значения. Вид абсолютной ошибки аппроксимации представлен на рис. 2.

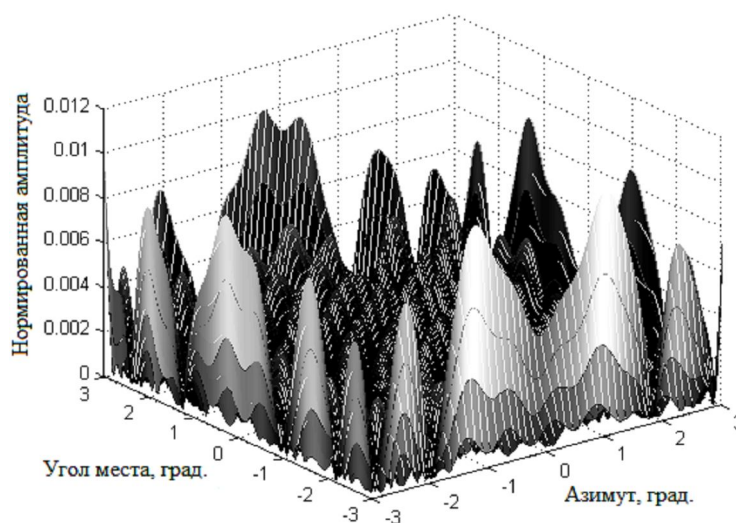


Рис. 2. Абсолютная ошибка аппроксимации

После аппроксимации по формуле (8) получаем вектор-столбец размером $N^2 \times 1$, который впоследствии преобразуется в матрицу размером $N \times N$ с помощью алгоритма, который является обратным по отношению к описанному выше алгоритму.

Результаты моделирования. В качестве входных данных \mathbf{s} была взята диаграмма направленности антенной системы, заданная в виде двумерной функции Котельникова. Количество отсчетов диаграммы направленности N по каждой угловой координате составляет 200. Вид исходной ДН приведен на рис. 1.

В реальных условиях отсчеты ДН измеряются с ошибкой. При проведении моделирования мы учли это обстоятельство путем добавления к $s(\alpha, \varepsilon)$ гауссовского шума. Пример зашумленной ДН приведен на рис. 3.

Диаграмма направленности, аппроксимированная согласно выражению (8), представлена на рис. 4. Вид абсолютной ошибки аппроксимации приведен на рис. 5.

Построим зависимость относительной ошибки аппроксимации ДН антенной системы от количества узловых точек для различных отношений сигнал/шум. Зависимость приведена на рис. 6.

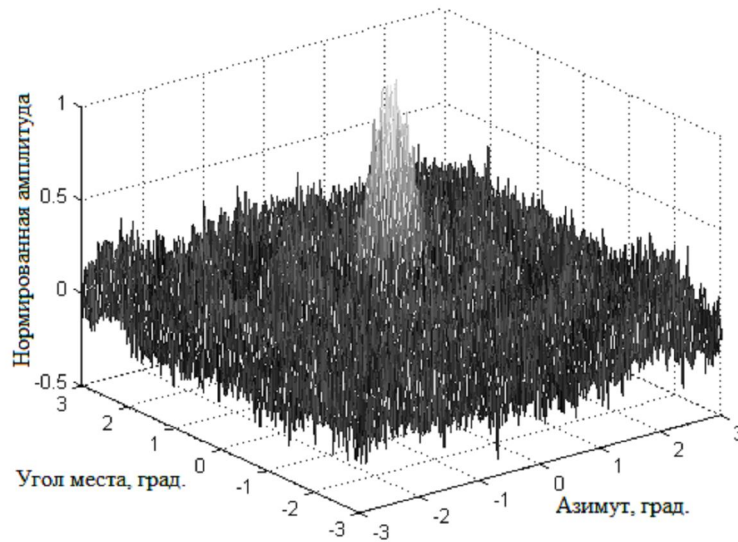


Рис. 3. Исходная ДН антенной системы при СКО шума, равном 0,1

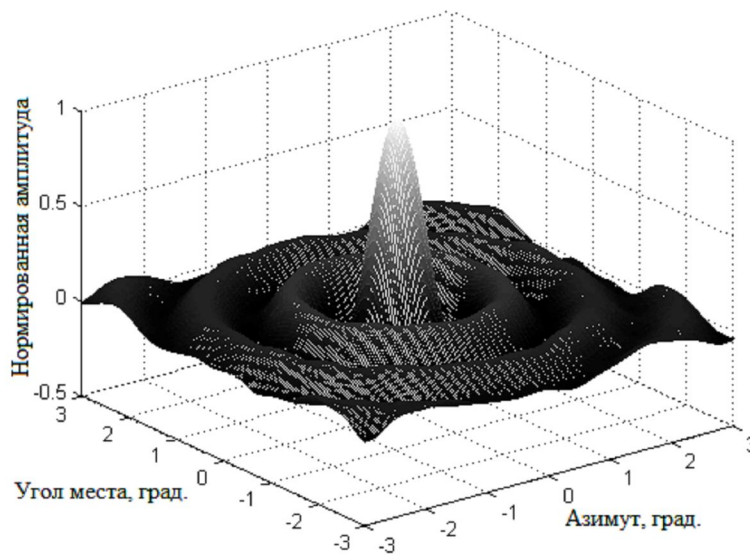


Рис. 4. Аппроксимированная ДН

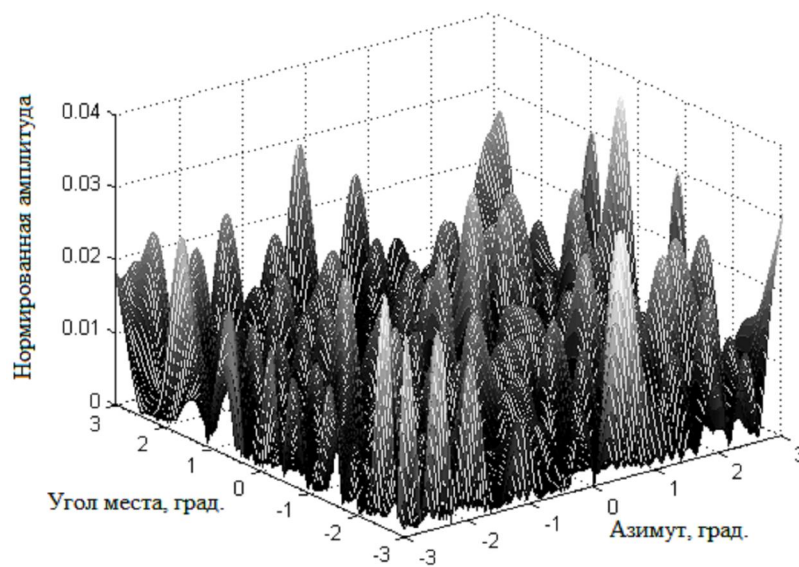


Рис. 5. Абсолютная ошибка аппроксимации

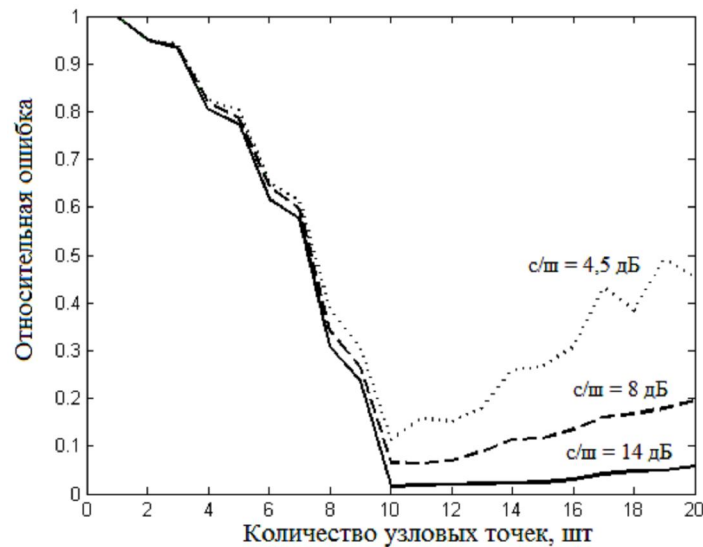


Рис. 6. Зависимость относительной ошибки аппроксимации от количества узловых точек при изменении отношений сигнал/шум

Также построим зависимость относительной ошибки аппроксимации от количества узловых точек для нескольких ДН с разной шириной главного лепестка ДН, которая обозначена как θ . Зависимость приведена на рис. 7.

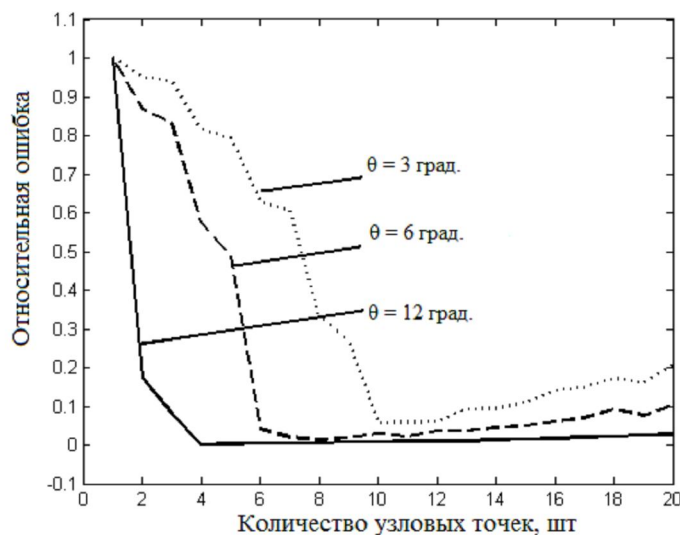


Рис. 7. Зависимость относительной ошибки аппроксимации от количества узловых точек при изменении формы главного лепестка ДН

Выводы. Ошибка аппроксимации по всей области составляет 0,5% и лишь на границах немного превышает 1% при количестве узловых точек в алгоритме, равном 14 по каждому из углов α и ε . По мере уменьшения отношения сигнал/шум ошибка аппроксимации увеличивается. При достаточно малом отношении сигнал/шум форма главного лепестка ДН восстанавливается с высокой точностью, а ошибка восстановления не превышает 2% в области главного лепестка ДН. При юстировке антенн типовое отношение сигнал/шум составляет порядка 20–30 дБ. Такое отношение сигнал/шум позволит провести измерения диаграммы направленности антенной системы в нескольких точках, а затем применить описанную выше методику для аппроксимации формы ДН.

Для одной и той же диаграммы направленности существует оптимальное количество функций Котельникова, и, соответственно, количество узловых точек, при котором ошибка аппроксимации минимальна (в данном случае 10). Заметим, что для различных соотношений сигнал/шум оптимальное количество узлов не изменяется, так как вид ДН антенны остается одним и тем же, соответственно остается постоянным значение величины Ω_B , которая и определяет количество узловых точек. Отношение сигнал/шум влияет лишь на величину ошибки при аппроксимации.

Чем уже диаграмма направленности, тем больше узловых точек необходимо для качественной аппроксимации. Объясняется это тем, что у широкой ДН спектр узкий, соответственно, значение величины ω_B мало, а количество узловых точек прямо пропорционально ω_B . Для узкой ДН при оптимальном количестве узловых функций ошибка аппроксимации больше, чем для широкой ДН. Причина в том, что главный лепесток узкой ДН больше искажается шумами. Таким образом, для каждой ДН существует оптимальное количество аппроксимирующих функций, которое не зависит от отношения сигнал/шум.

Статья написана в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (государственный контракт № 02.740.11.0183).

Литература

1. Устройства СВЧ и антенны / Под ред. Д.И. Воскресенского. 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Радиотехника, 2006. – 376 с.
2. Вертоградов Г.Г. Вычислительная эффективность синтеза двумерной диаграммы направленности в пеленгаторе с кольцевой антенной решеткой / Г.Г. Вертоградов, Н.М. Иванов, В.Н. Шевченко // Доклады 3-й Междунар. конф. DSPA-2000 (Москва). – 2000. – Т. 1. – С. 210–215.
3. Раков В.И. Методы аппроксимации диаграмм направленного действия антенн радиолокационных станций. – Л.: ВМАКВ, 1958. – 59 с.
4. Айфичер Э. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э. Айфичер, Б. Джервис. – М.: Вильямс, 2004. – 992 с.
5. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2005. – 604 с.
6. Тисленко В.И. Статистическая теория радиотехнических систем: учеб. пособие. – Томск: Том. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2003. – 153 с.
7. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 1983. – 536 с.
8. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.
9. Уидроу Б. Адаптивная обработка сигналов / Б. Уидроу, С. Стирнз. – М.: Радио и Связь, 1989. – 439 с.

Ворошилин Евгений Павлович

Канд. техн. наук, зав. каф. ТОР ТУСУРа
Тел.: 8-(382-2) 41-36-70
Эл. почта: nvi@sibmail.com

Миронов Михаил Владимирович

Магистрант каф. РТС ТУСУРа
Тел.: 8-(382-2) 41-36-70
Эл. почта: mironov.mikhail.v@gmail.com

Mironov M.V., Voroshilin E.P.

The method of the spacecraft antenna system directivity pattern approximation by the terrestrial adjusting system signals

The authors proposed a method of the directivity pattern approximation for the antenna system used in the multichannel terrestrial radiation sources finding. Approximation algorithm is simulated. Requirements to the input data selection and the approximating function parameters are defined. Accuracy of the antenna pattern approximation for different pattern forms and for different signal-to-noise ratios is estimated.

Keywords: antenna pattern, upper frequency limit, Nyquist's function, node point, absolute approximation error, relative approximation error.