## УДК 621.396.41

## М.Ю. Нестеров, В.В. Мухин, А.П. Макрушин

# Двухэтапный алгоритм измерения высоты

Рассмотрен алгоритм определения высоты по максимуму функционала правдоподобия. Показано, что представленный метод обладает меньшей ошибкой по сравнению с традиционным способом измерения.

Ключевые слова: радиовысотометрия, алгоритм.

В традиционном радиовысотомере (PB) с непрерывным ЛЧМ-сигналом информация о высоте полета извлекается из сигнала биений. В первом приближении и в отсутствие вертикальной скорости частота сигнала биений *f*<sub>b</sub> пропорциональна текущей высоте *H*:

$$f_b = \frac{2\Delta F}{cT_m} H , \qquad (1)$$

где  $\Delta F$  – девиация частоты излучаемого сигнала, *с* – скорость света, *T<sub>m</sub>* – период модуляции.

Считаем, что полная мощность  $P_{\text{отр}}$  сигнала, отраженного от однородной и изотропной шероховатой поверхности, распределена в спектральной области согласно функции P(f):

$$P_{\text{orp}} = \int_{0}^{\infty} P(f) df , \qquad (2)$$

где

$$P(f) = \int_{S} \delta[f - f_b(\theta, \varphi)] dP.$$
(3)

Полагая, что передающая и приемная антенны высотомера совмещены, dP – мощность сигнала, отраженного от элемента поверхности dS, равна

$$dP = \frac{G^2 \lambda^2 \cos^4 \theta}{64\pi^3 H^4} g_a^2(\theta, \varphi) \sigma(\theta) dS , \qquad (4)$$

где G – коэффициент усиления антенны,  $g_a(\theta, \varphi)$  – нормированная диаграмма направленности антенны (ДНА),  $\sigma(\theta)$  – удельная ЭПР поверхности.

На рис. 1 представлена СПМ сигнала биений, полученная в натурном эксперименте в неследящем режиме при следующих условиях: высота Н≈1150 м, девиация частоты излучаемого сигнала  $\Delta F = 120 \text{ M} \Gamma \mu$ , период модуляции  $T_m = 1 \text{ мс}$ , скорость полета  $V \approx 70 \text{ м/c}$ , подстилающая поверхность – ровная, с покрытием типа короткой травянистой растительности, ширина диаграммы направленности антенны порядка 20°, длина волны 2,2 см. На том же рисунке изображена кривая СПМ, рассчитанная для этих же условий по описанному выше алгоритму. Диаграмма обратного рассеяния аппроксимировалась co-[3], гласно приложение «C» (GRASSES – поверхность типа «луг»).



Для удобства частота сигнала биений приведена к соответствующей высоте. Как можно убедиться, наблюдается хорошее соответствие расчета и экспериментальных данных.

Как следует из анализа приведенного выше расчета и экспериментальных данных, огибающая спектра имеет несимметричный вид и растянута вправо из-за протяженности отражающей поверхности. Чем шире диаграмма обратного рассеяния или диаграмма антенны, тем больше кривая растягивается в область больших высот. При этом левый склон изменяется мало, стремясь к уровню 0,5 от максимума на отметке истинной высоты (см. также [2]).

Разрешающая способность РВ по высоте не может быть лучше величины

$$\delta H = \frac{c}{2\Delta F},\tag{5}$$

что для приведенных выше характеристик PB составит 1,25 м. Существенно улучшить эту величину за счет увеличения полосы сигнала не представляется возможным по причине технической сложности и требований регламента радиосвязи. Однако к перспективным PB предъявляются более жесткие требования по точности, особенно в области малых высот.

Таким образом, задача состоит в разработке метода спектрального оценивания, определяющего положение переднего фронта спектра с точностью лучше дискрета БПФ.

Следует иметь в виду, что форма спектра сигнала биений PB на малых высотах и при относительно небольшой скорости полета достаточно характерна. Имеется резкий передний фронт и относительно затянутый, в зависимости от ширины ДНА и ДОР поверхности, задний скат. Опишем эту форму следующей аналитической моделью:

$$S(t,x) = \int_{0}^{N-1} A(\tau,x) F(\tau,t) d\tau,$$
 (6)

где N – длина БПФ;

$$A(t,x) = \begin{cases} e^{-\alpha(\tau-x)}, \tau \ge x\\ 0, \tau < x \end{cases}$$
(7)

- аналитическое описание затухания спектра от дальности (х - истинная высота), а

$$F(t,\tau) = \operatorname{sinc}^{2}\left(\frac{t-\tau}{\delta t}\right) \approx \exp\left(-\frac{\pi}{2}\left(\frac{t-\tau}{\delta t}\right)^{2}\right)$$
(8)

– модель строба дальности на выходе системы обработки сигнала (после сжатия).

Неизвестными параметрами здесь являются задержка x, вообще говоря, дробная (в единицах дискрета дальности), а также показатель затухания заднего фронта спектра  $\alpha$ . Оценку величины x предлагается проводить в 2 этапа:

1) с точностью до дискрета по дальности (высоте) определить положение переднего и заднего фронта, а также параметра α ;

2) произвести уточнение задержки *x* в окрестности найденного на предыдущем этапе положения переднего фронта.

Рассмотрим этот алгоритм более подробно. Предположим, что для комплексной амплитуды отдельно взятого отсчета спектра выполняется гауссовская статистика. Также предположим, что отсчеты спектра статистически независимы. На первом этапе эти предположения оправданы, поскольку параметры спектра необходимо определить лишь с той степенью точности, которая нужна для следующего шага. Исходя из этого, можно выписать логарифм функции правдоподобия для спектра, передний фронт которого соответствует отсчету под номером  $n_1$ , а задний фронт – отсчету  $n_2$ :

$$F_1 = -(N - n_2 + n_1) \ln \sigma_n^2(n_1, n_2) - (n_2 - n_1) \ln \sigma_s^2(n_1, n_2) - \sum \ln \mathbf{w}_i,$$
(9)

где

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{N - n_2 + n_1} \left[ \sum_{i=1}^{n_1 - 1} |\mathbf{y}_i|^2 + \sum_{i=n_2}^{N} |\mathbf{y}_i|^2 \right],$$
(10)

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{n_2 - n_1} \sum_{i=n_1}^{n_2 - 1} \frac{|\mathbf{y}_i|^2}{\mathbf{w}_i} \,. \tag{11}$$

Весовой вектор  $\mathbf{w} = \exp\left[-\alpha(n-n_1)\Big|_{n=n_1...n_2-1}\right]$  определяется параметром спада заднего фронта спектра

$$\alpha = \frac{1}{n_2 - n_1} \ln \frac{|\mathbf{y}_{n_1}|^2}{\sigma_n(n_1, n_2)}.$$
(12)

Следует отметить, что если спектр сигнала биений одномодален, а это действительно имеет место в отсутствие преднамеренных помех и многократных переотражений в канале «поверхность – корпус ЛА», то нет необходимости перебирать все возможные значения  $n_1$  и  $n_2$ . Можно двигаться в поиске от максимума спектра в сторону предполагаемого переднего фронта, при этом не рассматривая варианты спектра с эффективной шириной более максимально возможной величины для текущих условий полета. Это существенно сократит время поиска.

Теперь, определив параметры  $\alpha$ ,  $\sigma_s^2$  и  $\sigma_n^2$ , и грубо оценив положение переднего фронта  $n_1$ , можно записать выражение для элемента корреляционной матрицы (для одной квадратуры) при неизвестном срезе спектра x:

$$\mathbf{K}(t_j,t_i,x) = \sigma_s^2 \int_0^{N-1} A^2(\tau,x) F(t_i,\tau) F(t_j,\tau) d\tau + \sigma_n^2 \delta(t_i,t_j).$$
(13)

Отметим, что при гауссовском приближении выхода согласованной обработки сигнала это выражение сводится к табличным функциям, что позволяет вычислить его небольшими затратами (окончательная формула не приводится по причине громоздкости).

Логарифм функции правдоподобия для вектора отсчетов спектра в окрестности  $n_1$  и неизвестной задержки  $n_1$ :

$$F_2 = -\ln\left(2\pi |\mathbf{K}|\right) - \frac{1}{2}\mathbf{y}_c^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{y}_c - \frac{1}{2}\mathbf{y}_s^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{y}_s, \qquad (14)$$

где **у**<sub>*c*</sub> и **у**<sub>*s*</sub> – векторы квадратур отсчетов спектра.

Значение *x*, при котором достигается максимум функции правдоподобия, будет искомой оценкой текущей высоты.

Описанный алгоритм был испытан на данных, записанных в ходе натурных испытаний. Результаты испытаний подтвердили работоспособность алгоритма. Флуктуационная ошибка измерения высоты над ровной поверхностью составила  $\pm 0,5$  м по уровню  $3\sigma$  (в области малых высот).

### Литература

1. Rice S.O. Mathematical analysis of random noise // BSTJ. – 1945. – Vol. 24, № 1. – P. 46–156.

2. Жуковский А.П. Теоретические основы радиовысотометрии / А.П. Жуковский, Е.И. Оноприенко, В.И. Чижов. – М.: Советское радио, 1979. – 320 с.

3. Ulaby F. Handbook of Radar Scattering Statistics for Terrain / F. Ulaby, M. Dobson. – Artech House, 1989. – 357 c.

#### Нестеров Михаил Юрьевич

Канд. техн. наук, начальник отдела ОАО «УПКБ «Деталь», г. Каменск-Уральский Свердловской обл. Тел.: 8 (343-9) 33-92-98 Эл. почта: upkb@nexcom.ru

Мухин Владимир Витальевич Начальник НИО ОАО «УПКБ «Деталь» Тел.: 8 (343-9) 33-92-80 Эл. почта: upkb@nexcom.ru Макрушин Андрей Петрович Инженер 2-й категории ОАО «УПКБ «Деталь» Тел.: 8 (343-9) 33-92-98 Эл. почта: upkb@nexcom.ru

Nesterov M.Yu., Mukhin V.V., Makrushin A.P. Flight altitude estimation via calculation of spectral moments of the beat signal

The paper presents a new method of FMCW radar altimetry. Current altitude is estimated via calculation of twostage algorithm. The paper also provides experimental results that prove better accuracy of the method in comparison with the traditional approach. **Keywords:** radar altimetry, algoritm.