УДК 621.369.969.1

П.В. Уйданов

Определение местоположения источника радиоизлучения пассивной радиолокационной станцией методами марковской нелинейной фильтрации

Рассмотрены алгоритмы определения местоположения движущегося источника радиоизлучения пассивной радиолокационной станцией, состоящей из двух пеленгаторов, на плоскости. Алгоритмы синтезированы на основе методов нелинейной марковской фильтрации. Сравниваются два метода фильтрации: расширенный фильтр Калмана и фильтр частиц.

Ключевые слова: нелинейная марковская фильтрация, расширенный фильтр Калмана, фильтр частиц.

Задача определения местоположения. В современной радиолокации всё большее значение имеют пассивные системы. Такие системы предназначены для определения местоположения источника радиоизлучения (ИРИ). Эта задача важна в ряде военных применений, где необходимо определить местоположение предположительного врага, не раскрывая при этом своего местоположения. Обычно эта задача решается на основе геометрических соотношений, используя детерминированный подход. Этот подход имеет ряд недостатков, например плохую адаптацию к возможным перемещениям цели или самих измерителей. Альтернативой таким подходам являются методы марковской фильтрации. Эти методы хорошо изучены [1] для линейных случаев. Задача определения местоположения является нелинейной. В этом случае используются численные подходы. В работе рассмотрены расширенный фильтр Калмана и фильтр частиц.

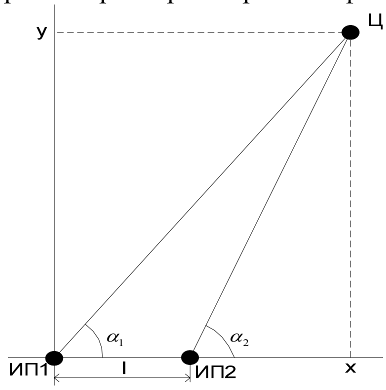

Рис. 1. Взаимное расположение ПРЛС и цели: ИП – измерительный пункт, Ц – цель (ИРИ)

Постановка задачи. Предположим, что на плоскости находятся два измерительных пункта, составляющих пассивную радиолокационную станцию (ПРЛС). В пределах рабочей зоны этой ПРЛС находится цель, координаты которой необходимо определить. В измерительных пунктах определяется пеленг на цель (пеленг определяется с погрешностью, которая возникает из-за несовершенности аппаратуры и влияния среды). Цель перемещается со временем с постоянной скоростью.

Задача: сформировать наилучшую оценку координат цели. Графически условия поставленной задачи изображены на рис. 1.

Марковская фильтрация. Используя математический аппарат теории марковской фильтрации, поставленную задачу можно представить следующим образом [2]. Необходимо наилучшим образом сформировать оценку вектора переменных состояния $\{x_k; k \in N\}$ динамической системы, где N – размерность системы. Оценку необходимо провести по имеющемуся случайному процессу $\{\mathbf{y}_k; k \in N\}$. $\mathbf{x}_k$ и $\mathbf{z}_k$ изменяются со временем по законам

$$\mathbf{x}_k = f\left(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{w}_k\right), \tag{1}$$

$$\mathbf{z}_k = h\left(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k\right), \tag{2}$$

где $\mathbf{w}_k$ – вектор собственного шума процесса, $\mathbf{v}_k$ – вектор шума наблюдения, возникающий в процессе наблюдения; $f(), h()$ являются в общем нелинейными функциями; $\mathbf{x}_k$ – марковский процесс, его можно описать через переходную плотность распределения вероятностей (ПРВ) $p(\mathbf{x}_k / \mathbf{x}_{k-1})$.

Мы имеем начальную ПРВ вектора переменных состояния $p(\mathbf{x}_0)$, ПРВ перехода состояний. Также считаются известными ПРВ шума наблюдения $p(\mathbf{v}_k)$ и собственного шума процесса $p(\mathbf{w}_k)$. Мы, таким образом, зная уравнения (1) и (2), можем говорить о том, что знаем ПРВ $p(\mathbf{z}_k / \mathbf{x}_k)$, которая является функцией правдоподобия. В этих понятиях наша цель – рекурсивно определить начальный момент ПРВ $p(\mathbf{z}_k / \mathbf{x}_k)$, которая будет являться апостериорной, т.е. послеопытной ПРВ.

Математически решение данной задачи можно записать следующим образом.

Экстраполированное ПРВ вектора переменных состояния

$$p(\mathbf{x}_k/\mathbf{z}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k/\mathbf{x}_{k-1})p(\mathbf{x}_{k-1}/\mathbf{z}_{1:k-1})d\mathbf{x}_{k-1}\ . \qquad (3)$$

Далее при получении данных можно вычислить

$$p(\mathbf{x}_k/\mathbf{z}_{1:k-1}) = \frac{p(\mathbf{z}_k/\mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k/\mathbf{z}_{1:k-1})}{p(\mathbf{z}_k/\mathbf{z}_{1:k-1})}, \qquad (4)$$

где нормализующая константа

$$p(\mathbf{z}_k/\mathbf{z}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{z}_k/\mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k/\mathbf{z}_{1:k-1})d\mathbf{x}_k\ . \qquad (5)$$

В случае, когда ПРВ шума наблюдения $p(\mathbf{v}_k)$ и ПРВ собственного шума процесса $p(\mathbf{w}_k)$ нормальные, а уравнения (1) и (2) являются линейными, задача решается с помощью фильтра Калмана, который является решением уравнения (3)–(5). В этом случае считается, что вместо ПРВ можно рассматривать только математическое ожидание и дисперсию вектора переменных состояния.

Наиболее частым на практике является случай, когда уравнения (1) и (2) не являются линейными. Тогда фильтр Калмана использовать невозможно. Самым простым выходом в этой ситуации является использовать линеаризацию, т.е. представить уравнения (1) и (2) в виде ряда Тейлора и взять несколько первых членов. Реализацией такого подхода является расширенный фильтр Калмана [2].

Помимо попыток аналитического решения уравнений (3)–(5), существуют численные подходы. Одним из таких подходов является метод доверительных выборок и основанный на нём фильтр частиц. Он заключается в следующем.

Так как невозможно впрямую использовать ПРВ $p(\mathbf{x}_k/\mathbf{z}_k)$, выберем значения (частицы) $\{\mathbf{x}_k^i; i=1,...,N\}$ из значимой функции $\pi(\mathbf{x}_k/\mathbf{z}_k)$, которая имеет связь с апостериорной ПРВ. Тогда согласно методу Монте-Карло интеграл (3) можно записать в виде

$$\hat{I}_N(S_n) = \sum_{i=1}^{N} S_n(x_n^{(i)})\tilde{q}_n^i\ ,\quad \tilde{q}_n^i = \frac{q_n^{*i}}{\sum_{j=1}^{N} q_n^{*i}}, \qquad (6)$$

где $q_n^{*i} = p(\mathbf{z}_k/\mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_{1:k})/\pi(\mathbf{x}_{0:k}/\mathbf{z}_{0:k})$ – ненормированный весовой коэффициент. При большом количестве N интеграл $\hat{I}_N(S_n)$ сходится к интегралу (3). Этот метод не является рекурсивным. В рекурсивном представлении формула расчета весов будет иметь вид

$$q_k^{*i} = q_{k-1}^{*i}\frac{p(\mathbf{z}_k/\mathbf{x}_k^i)p(\mathbf{x}_k^i/\mathbf{x}_{k-1})}{\pi(\mathbf{x}_k^i/\mathbf{x}_{0:k-1}^i,\mathbf{z}_{0:k})}. \qquad (7)$$

В [3] показано, что со временем дисперсия при использовании только этого метода не будет снижаться. Для того чтобы добиться снижения дисперсии, необходимо проводить дополнительные мероприятия – перевыборку. Перевыборка заключается в «стягивании» частиц к наиболее значимым значениям вектора переменных состояния.

Решение задачи и результаты моделирования. Для описания системы необходимо сформировать ВПС. В него будут входить координаты x, y, которые необходимо определить, и составляющие скорости по координатным осям v_x, v_y. Данными, поступающими в измерительные пункты, являются пеленги α_1, α_2. Уравнение перехода состояний запишем как

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1}\ ;\ \ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix};\ \ \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & dt & 0 \\ 0 & 1 & 0 & dt \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (9)$$

где dt – шаг дискретизации. Считается, что шум процесса незначителен. Уравнение наблюдения

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix},\ \ \alpha_1 = \mathrm{arctg}\left(\frac{y}{x}\right),\quad \alpha_2 = \mathrm{arctg}\left(\frac{y}{x-l}\right). \qquad (10)$$

l – база, расстояние между измерительными пунктами. База (расстояние между ИП) – 20 км, цель перемещается со скоростью $-v_x = 5$ м/с, $v_y = 3$ м/с, начальные координаты цели $-x = 200$ км, $y = 200$ км, СКО начальных значений координат цели $\sigma_x = 1$ км, $\sigma_y =$ 1 км, СКО начальных значений скоростей цели – $\sigma_{v_x} = 1e-3$ м/с, $\sigma_{v_y} = 1e-3$ м/с, СКО шума наблюдения (СКО определения пеленга в ИП) – $\sigma_{\alpha_1} = 0{,}4°$, $\sigma_{\alpha_2} = 0{,}4°$.

Уравнение наблюдения является нелинейным. Формировать оценки координат цели можно с помощью расширенного фильтра Калмана и фильтра частиц. Результаты численного моделирования приведены на рис. 2.

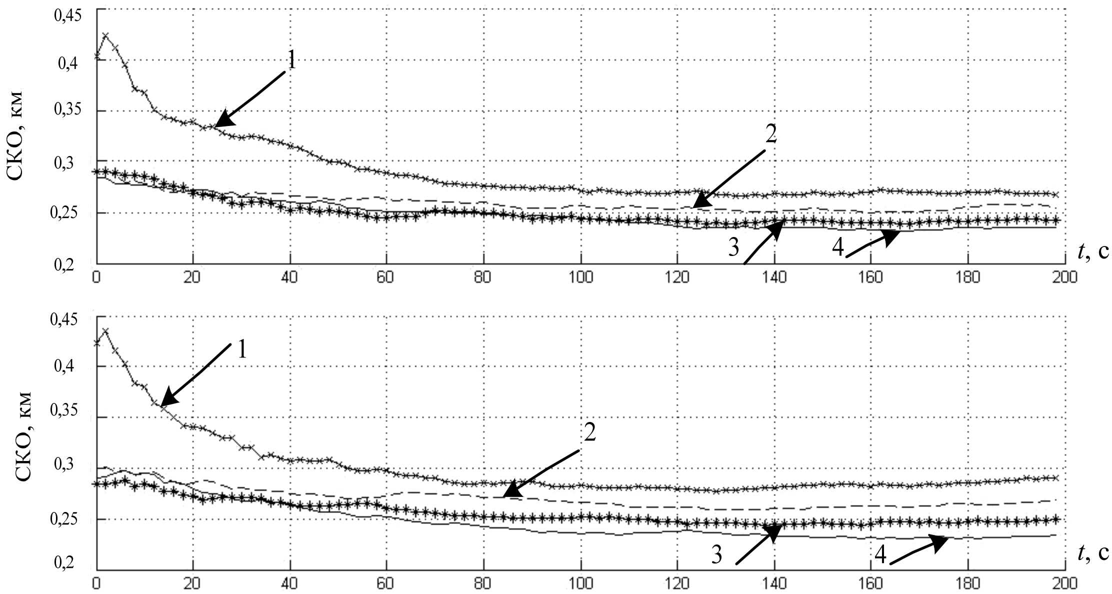

Рис. 2. Зависимость СКО от времени в результате численного моделирования: *1* – результаты для расширенного фильтра Калмана; *2* – результаты для фильтра частиц при использовании 50 частиц; *3* – результаты для фильтра частиц при использовании 200 частиц; *4* – результаты для фильтра частиц при использовании 500 частиц

Заключение. В работе решена задача определения местоположения источника радиоизлучения на плоскости. Синтез алгоритмов формирования оценок выполнен на основе марковской теории фильтрации. Из результатов моделирования видно, что при данных условиях моделирования фильтр частиц имеет меньшее СКО, чем расширенный фильтр Калмана. В частности, на 20-й секунде разница СКО оценок, полученных с помощью фильтра частиц, на 70 м меньше, чем у оценок, полученных с помощью расширенного фильтра Калмана. Это связано с тем, что расширенный фильтр Калмана использует метод линеаризации, который может давать значительные ошибки при высоком уровне нелинейности. Однако фильтр частиц имеет более высокие требования к вычислительным ресурсам, они могут превышать требования расширенного фильтра Калмана в несколько десятков раз.

Литература

1. Simon D. Optimal State Estimation. – Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2006. – 501 p.
2. Grewal M.S. Kalman Filtering / M.S. Grewal, A.P. Andrews. – New York: John Wiley & Sons, 2001. – 410 p.
3. On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering / A. Doucet, S. Godsil, C. Andrieu // Statistic and Computing. – 2000. – Vol. 10, Iss. 3. – P. 197–208.

Уйданов Павел Васильевич
Аспирант каф. радиотехнических систем ТУСУРа
Тел.: +7-923-405-93-65
Эл. почта: upv@sibmail.com

Uydanov P.V.

Locating of the source of a radio passive radar by Markov nonlinear filtering.

In the paper the algorithms are discussed which determine the location of a moving source of radiation by a passive radar, consisting of two finders. The algorithms are synthesized by the methods of nonlinear Markov filtering. This paper compares two methods of filtering: extended Kalman filter and particle filter.
Keywords: Nonlinear Markov filtering, extended Kalman filter, particle filter.