

УДК 537.874.6

А.Г. Дмитренко, Р.И. Уринов

Решение задачи электромагнитного рассеяния на двух трехмерных импедансных телах методом дискретных источников

На основе метода дискретных источников построен алгоритм численного решения задачи электромагнитного рассеяния на двух трехмерных импедансных телах. Алгоритм реализован в виде компьютерной программы для расчета компонент рассеянного поля. Приведены некоторые результаты численных расчетов, иллюстрирующие влияние величины и типа поверхностного импеданса на бистатические сечения рассеяния.

Ключевые слова: электромагнитное рассеяние, импедансное тело, метод дискретных источников, сечение рассеяния.

Изучение электромагнитных полей, рассеянных структурами, состоящими из нескольких близко расположенных тел, размеры которых сравнимы с длиной волны, имеет большое значение для решения ряда практически важных проблем, например таких как влияние этих тел на характеристики антенн, идентификация объектов и др. Корректная (с учётом электромагнитного взаимодействия тел) постановка исследований подобного рода приводит к необходимости решения граничных задач теории рассеяния на системах тел. В подавляющем большинстве случаев получить аналитическое решение таких задач не удаётся, поэтому используются различные численные методы.

В данной работе предложенный ранее в [1] вариант метода дискретных источников для решения задач электромагнитного рассеяния на структурах из произвольного конечного числа трехмерных импедансных тел использован для численного решения задачи рассеяния на двух телах.

Геометрия структуры показана на рис. 1. Будем рассматривать стационарную (зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$) задачу дифракции электромагнитного поля $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$ на структуре, состоящей из двух непересекающихся импедансных тел D_q , ограниченных гладкими поверхностями $S_q, (q=1,2)$. Эта структура размещена в однородной среде D_e с диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ_e и μ_e в декартовой системе координат $Oxyz$. Требуется найти рассеянное поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в области D_e .

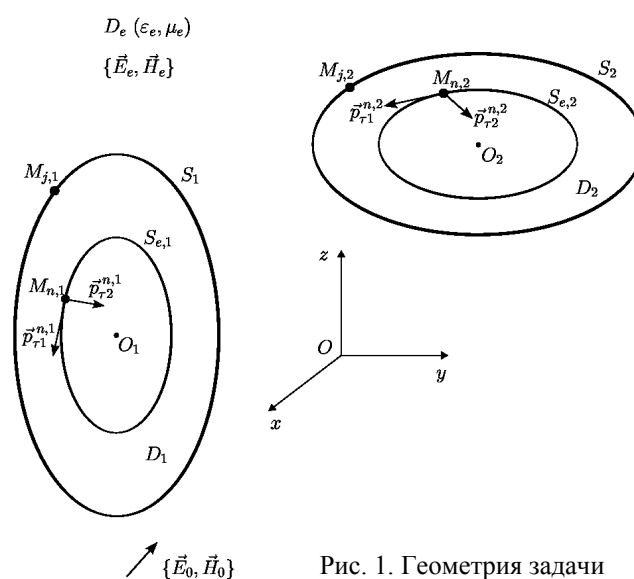


Рис. 1. Геометрия задачи

Математическая постановка задачи имеет следующий вид:

$$\nabla \times \vec{E}_e = i\omega\mu_e \vec{H}_e, \quad \nabla \times \vec{H}_e = -i\omega\epsilon_e \vec{E}_e \quad \text{в } D_e, \tag{1}$$

$$\vec{n}_q \times \vec{E}_e - Z_q (\vec{n}_q \times (\vec{n}_q \times \vec{H}_e)) = -\vec{n}_q \times \vec{E}_0 + Z_q (\vec{n}_q \times (\vec{n}_q \times \vec{H}_0)) \quad \text{на } S_q, \tag{2}$$

$$\{\sqrt{\epsilon_e} \vec{E}_e; \sqrt{\mu_e} \vec{H}_e\} \times \vec{R} / R + \{\sqrt{\mu_e} \vec{H}_e; -\sqrt{\epsilon_e} \vec{E}_e\} = O(R^{-1}), R \rightarrow \infty, \tag{3}$$

где \vec{n}_q – единичные векторы нормалей к поверхностям S_q ; $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$; $\vec{a} \times \vec{b}$ – векторное произведение, Z_q – поверхностный импеданс соответствующего тела, $\text{Re} Z_q \geq 0 (q=1,2)$.

Суть метода решения задачи заключается в следующем. В соответствии с [1] введём (см. рис. 1) внутри каждого из рассеивателей D_q вспомогательную поверхность $S_{e,q} = K_{e,q}S_q$, подобную поверхности рассеивателя S_q в смысле гомотетии (подобия) с центром в точке O_q . Коэффициенты гомотетии $K_{e,q}$ характеризуют удаление вспомогательных поверхностей от поверхностей соответствующих тел, их значения лежат в интервале $0 < K_{e,q} < 1$.

Выберем на каждой из вспомогательных поверхностей $S_{e,q}$ конечную совокупность точек $\{M_{n,q}\}_{n=1}^{N_q}$ и в каждой точке $M_{n,q}$ разместим пару независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами $\bar{p}_{\tau_1}^{n,q} = p_{\tau_1}^{n,q} \bar{e}_{\tau_1}^{n,q}$, $\bar{p}_{\tau_2}^{n,q} = p_{\tau_2}^{n,q} \bar{e}_{\tau_2}^{n,q}$, $q=1,2$, ориентированными вдоль единичных направлений $\bar{e}_{\tau_1}^{n,q}$, $\bar{e}_{\tau_2}^{n,q}$, выбранных в плоскости, касательной к $S_{e,q}$ в точке $M_{n,q}$, и излучающих в однородную среду с параметрами ϵ_e и μ_e . Представим неизвестное рассеянное поле $\{\bar{E}_e, \bar{H}_e\}$ в D_e в виде суммы полей введенных вспомогательных диполей:

$$\bar{E}_e(M) = (i/\omega\epsilon_e) \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{N_q} \nabla \times (\nabla \times \bar{\Pi}_{n,q}), \quad \bar{H}_e(M) = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{N_q} \nabla \times \bar{\Pi}_{n,q},$$

$$\bar{\Pi}_{n,q} = \Psi_e(M, M_{n,q}) \bar{p}_{\tau}^{n,q}, \quad \Psi_e(M, M_{n,q}) = \exp(ik_e R_{MM_{n,q}}) / (4\pi R_{MM_{n,q}}),$$

$$\bar{p}_{\tau}^{n,q} = p_{\tau_1}^{n,q} \bar{e}_{\tau_1}^{n,q} + p_{\tau_2}^{n,q} \bar{e}_{\tau_2}^{n,q}, \quad M \in D_e.$$

Здесь $k_e = \omega \sqrt{\epsilon_e \mu_e}$ – волновое число в среде D_e ; $R_{MM_{n,q}}$ – расстояние от точки $M_{n,q}$ на $S_{e,q}$ до точки M в D_e ; $\Psi_e(M, M_{n,q})$ – фундаментальное решение уравнения Гельмгольца в области D_e ; $p_{\tau_1}^{n,q}, p_{\tau_2}^{n,q}$ ($q=1,2, n=\overline{1, N_q}$) – неизвестные комплексные постоянные (дипольные моменты); N_q – число точек размещения диполей на вспомогательной поверхности $S_{e,q}$. Поле (4) удовлетворяет уравнениям Максвелла (1) и условиям излучения (3) в области D_e . Для того чтобы удовлетворить граничным условиям (2), необходимо соответствующим образом выбрать значения дипольных моментов $p_{\tau_1}^{n,q}, p_{\tau_2}^{n,q}$ ($q=1,2, n=\overline{1, N_q}$). Используем для этого метод коллокаций. Пусть M_j ($j=\overline{1, L_q}$) – точки коллокации на поверхности S_q ; L_q – число точек коллокации на S_q . Тогда для определения неизвестных $p_{\tau_1}^{n,q}, p_{\tau_2}^{n,q}$ ($q=1,2, n=\overline{1, N_q}$) получим следующую систему линейных алгебраических уравнений с комплексной матрицей размером $2(L_1 + L_2) \times 2(N_1 + N_2)$:

$$\bar{n}_q^j \times \bar{E}_{e,q}^j - Z_q (\bar{n}_q^j \times (\bar{n}_q^j \times \bar{H}_{e,q}^j \times)) = -\bar{n}_q^j \times \bar{E}_{0,q}^j + Z_q (\bar{n}_q^j \times (\bar{n}_q^j \times \bar{H}_{0,q}^j \times)), \quad q=1,2, j=\overline{1, L_q},$$

где $\bar{n}_q^j, \bar{E}_{e,q}^j, \bar{H}_{e,q}^j$ и $\bar{E}_{0,q}^j, \bar{H}_{0,q}^j$ – значения векторов нормали и компонент рассеянного (4) и возбуждающего полей в точке j на поверхности тела с номером q . Решение системы (5) определяем путём минимизации функции

$$\Phi = \sum_{q=1}^2 \sum_{j=1}^{L_q} |\bar{n}_q^j \times (\bar{E}_{e,q}^j + \bar{E}_{0,q}^j) - Z_q (\bar{n}_q^j \times (\bar{n}_q^j \times (\bar{H}_{e,q}^j + \bar{H}_{0,q}^j \times)))|^2.$$

Задачу минимизации функции (6) решаем методом сопряжённых градиентов.

После решения задачи минимизации (определения неизвестных дипольных моментов $p_{\tau_1}^{n,q}, p_{\tau_2}^{n,q}$ ($q=1,2, n=\overline{1, N_q}$)) необходимые характеристики рассеянного поля определяем из (4).

На основе изложенного выше подхода создана компьютерная программа, которая, в частности, использована для исследования влияния величины и типа поверхностного импеданса на бистатистические сечения рассеяния. Некоторые результаты приведены на рис. 2.

Они относятся к структуре, состоящей из двух эллипсоидов с различными значениями полуосей. Центр первого эллипсоида совмещён с началом декартовой системы координат, центр второго эллипсоида размещен в точке с координатами $(3,0628,0,0)$, т.е. на оси x . Полуоси эллипсоидов $k_e a, k_e b, k_e c$ ориентированы вдоль осей x, y, z соответственно и принимают значения $k_e a_1 = 1,0, k_e b_1 = 1,5, k_e c_1 = 2,0$ для первого эллипсоида и $k_e a_2 = 2,0, k_e b_2 = 1,5, k_e c_2 = 1,0$ для второго. Легко видеть, что наименьшее расстояние Δl между точками поверхностей эллипсоидов равно $0,1\lambda$, где λ – длина волны возбуждающего поля. Эллипсоид, с которым связана система координат, считается идеально проводящим ($Z' = 0$), второй эллипсоид предполагается импедансным. В качестве возбуждающего поля выбрана линейно поляризованная плоская волна, распространяющаяся вдоль оси z , электрический вектор \vec{E}_0 которой ориентирован вдоль оси x . На рисунке представлены бистатические сечения рассеяния в E -плоскости (плоскости векторов \vec{E}_0 и \vec{k}_e) при различных значениях нормированного поверхностного импеданса $Z'_2 = Z_2 / \sqrt{\frac{\mu_e}{\epsilon_e}}$ второго эллипсоида. По оси абсцисс отложено значение угла θ в градусах, по оси ординат – значение сечения рассеяния, нормированного на квадрат длины волны и выраженного в децибелах. В выбранной форме представления результатов направлению прямого рассеяния соответствует угол $\theta = 0^\circ$, направлению обратного рассеяния – угол $\theta = 180^\circ$. Параметры метода для каждого эллипсоида выбраны одинаковыми: $K_{e,1} = K_{e,2} = 0,6, N_1 = N_2 = 168, L_1 = L_2 = 336$.

Как видно из рисунка, замена в рассматриваемой структуре идеально проводящего рассеивателя на рассеиватель, характеризуемый комплексным индуктивным импедансом, приводит к заметному уменьшению сечения обратного рассеяния всей структуры. В рассмотренном диапазоне изменения поверхностного импеданса это уменьшение превышает 12 дБ. В то же время изменение комплексного индуктивного импеданса одного из рассеивателей почти не влияет на сечение прямого рассеяния. В рассмотренном диапазоне изменения импеданса сечение прямого рассеяния изменяется в пределах 0,5 дБ.

Литература

1. Дмитренко А.Г. Рассеяние электромагнитной волны на структуре из конечного числа трехмерных импедансных тел / А.Г. Дмитренко, Р.И. Уринов // Изв. вузов. Радиофизика. – 2012. – Т. 55, № 4. – С. 299–308.

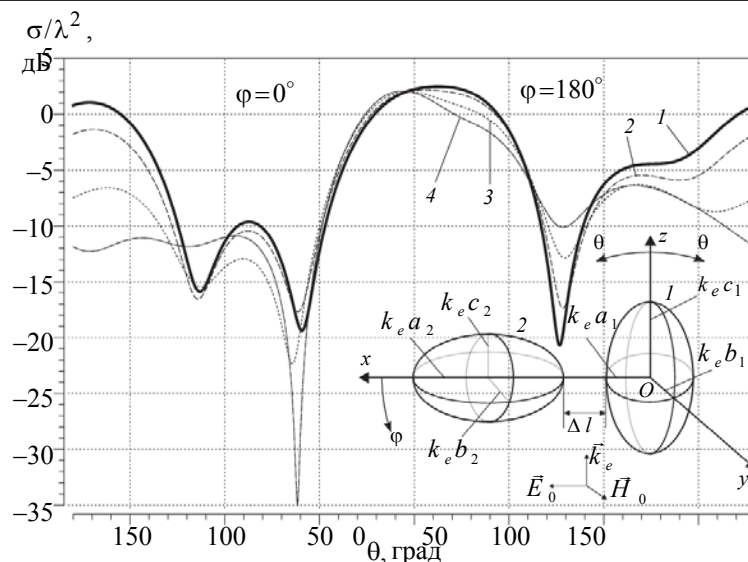


Рис. 2. Бистатические сечения рассеяния в E -плоскости структуры из двух эллипсоидов при различных значениях нормированного комплексного индуктивного импеданса второго эллипсоида.

Кривая 1 – $Z'_2 = 0$; кривая 2 – $Z'_2 = 0,1 - 0,1i$;

кривая 3 – $Z'_2 = 0,3 - 0,3i$; кривая 4 – $Z'_2 = 0,5 - 0,5i$

Дмитренко Анатолий Григорьевич

Д-р физ.-мат. наук, профессор каф. исследования операций
Национального исследовательского Томского государственного университета (НИТГУ)
Тел.: (382-2) 41-31-69
Эл. почта: dmitr@fpmk.tsu.ru

Уринов Радик Истамович

Аспирант каф. исследования операций НИТГУ
Тел.: +7-923-412-64-52
Эл. почта: rad_d@sibmail.com

Dmitrenko A.G., Urinov R.I.

Solution of electromagnetic scattering problem for two three-dimensional impedance bodies by discrete source method

We construct the algorithm of numerical solution of electromagnetic scattering for two three-dimensional impedance bodies on the basis of discrete source method. The algorithm is realized as a computer code. Some numerical results illustrating the influence of quantity and type of surface impedance are described.

Keywords: electromagnetic scattering, impedance body, discrete source method, scattering cross section.
