

УДК 629.052.7

В.В. Шаврин, А.С. Конаков, В.И. Тисленко

## Калибровка микроэлектромеханических датчиков ускорений и угловых скоростей в бесплатформенных инерциальных навигационных системах

В статье рассмотрены основные способы параметрической идентификации математической модели сигналов, поступающих от датчиков ускорения и угловых скоростей в бесплатформенных инерциальных навигационных системах (БИНС). Описан реализованный алгоритм для осуществления данной идентификации.

**Ключевые слова:** метод наименьших квадратов, калибровка, идентификация модели, шести-позиционный метод, многопозиционный метод, ориентация.

Комплексированные навигационные системы (КНС), состоящие из инерциальных навигационных систем (ИНС) и спутниковых радионавигационных систем (СРНС), имеют ряд преимуществ и используются в условиях наличия прерываний в поступлении радиосигналов от СРНС или их неудовлетворительного качества. Использование современных микропроцессорных устройств обработки сигналов и сравнительно низкая стоимость бесплатформенных ИНС (БИНС) на основе микроэлектромеханических датчиков (МЭМС) обеспечивают высокую конкурентоспособность КНС среди прочих навигационных систем в условиях, когда системы GPS или ГЛОНАСС не работоспособны.

В зависимости от наличия сигналов от СРНС выделяют два режима работы КНС: режим уточнения координат, полученных от СРНС, и режим автономной работы БИНС. В обоих случаях точность решения навигационной задачи будет зависеть, во-первых, от ошибок численного вычисления интегралов при реализации метода счисления пути, во-вторых, от адекватности математических моделей данных, получаемых с инерциальных датчиков ускорения и угловой скорости, и их параметрической идентификации, в-третьих, от точности решения кинематических уравнений.

### Постановка и решение задачи

Если рассматривать автономную работу БИНС, состоящую только из одного акселерометра и одного гироскопа, то ошибка определения перемещения с учетом всех возможных источников погрешности датчиков может быть оценена с помощью выражения [1]:

$$\delta p(t) \approx \delta p_0 + \delta v_0 \Delta t + \delta b_{0a} \frac{\Delta t^2}{2} + \delta b_{0g} \frac{\Delta t^3}{6} + \delta \theta_0 g \frac{\Delta t^2}{2} + \delta A_{0z} \cdot V \Delta t + SF_{0a} \cdot f \frac{\Delta t^2}{2} + SF_{0g} \cdot \delta A_{0z} \cdot V \Delta t, \quad (1)$$

где  $\delta p_0$  – ошибка определения координат в начальный момент времени  $t_0$ ;  $\delta v_0$  – ошибка скорости в момент  $t_0$ ;  $\Delta t$  – интервал времени с момента получения последних данных от СРНС;  $\delta b_{0a}$  – ошибка смещения нуля акселерометра в момент  $t_0$ ;  $\delta b_{0g}$  – ошибка смещения нуля гироскопа в момент  $t_0$ ;  $\delta \theta_0$  – ошибка несовмещения осей БИНС по углам крена и тангажа с осями локальной системы координат (СК);  $\delta A_{0z} \cdot V \Delta t$  – ошибка несовмещения БИНС по углу азимута с локальной системой координат, умноженная на пройденное расстояние;  $SF_{0a}$  – масштабный коэффициент для акселерометра;  $SF_{0g}$  – масштабный коэффициент для гироскопа;  $f$  – кажущееся ускорение;  $g$  – ускорение свободного падения.

Из (1) видно, что ошибка определения перемещения с использованием БИНС увеличивается пропорционально квадрату времени из-за параметров (смещения нуля ( $b$ ) и масштабного коэффициента ( $SF$ )) акселерометра и кубу времени из-за смещения нуля гироскопа.

В качестве наиболее приемлемой модели для сигналов с МЭМС датчиков была выбрана [2]:

$$\mathbf{I}_{\omega,a}(t) = \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}_{\omega,a} + \mathbf{S}\mathbf{F}_{\omega,a} \mathbf{x}(t) + \mathbf{N}_{\omega,a} \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}_{\omega,a}(t), \quad (2)$$

где  $\mathbf{x}(t)$  – вектор действующей величины: либо угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}(t)$ , либо ускорения  $\mathbf{a}(t)$ ;  $\mathbf{I}_{\omega,a}(t)$  – сигналы с датчиков ( $\boldsymbol{\omega}(t)$  или  $\mathbf{a}(t)$ );  $\mathbf{b}_{\omega,a}$  – смещение нулей (систематическая погреш-

ность);  $\mathbf{SF}_{\omega,a}$  – матрицы масштабных коэффициентов,  $\mathbf{N}_{\omega,a}$  – матрица неортогональности осей гироскопов и акселерометров по отношению к оси  $X$ ;  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\omega,a}(t)$  – шумы преобразователей.

Синтез алгоритма обработки данных в КНС предполагает знание параметров математической модели (2). С этой целью выполняется процедура калибровки.

В настоящее время получили распространение следующие методы лабораторной калибровки [1]: шестипозиционный метод – six-position method (SPM), модифицированный (MSPM), многопозиционный и модифицированный многопозиционный методы – multi-position method (MPM) и MMPM соответственно. В работе основное внимание уделено SPM и MMPM.

Метод SPM позволяет оценить смещение нуля датчиков ( $b$ ) и их масштабные коэффициенты ( $SF$ ) с помощью простых соотношений, приведённых в [1], для измерений в шести положениях. Для того чтобы оценить параметры неортогональности осей, применяют MSPM. При этом измерения проводят минимум в 9 положениях датчика с известной угловой ориентацией, а оценки параметров получают методом наименьших квадратов (МНК). Недостаток обоих методов – необходимость задания известной угловой ориентации осей БИНС относительно осей локальной системы координат (СК). Этому недостатка лишены следующие две процедуры калибровки.

Метод MPM [2] основан на том, что независимо от ориентации осей БИНС и локальной СК при отсутствии внешних воздействий сумма квадратов показаний осей чувствительности датчика равна квадрату опорного воздействия (ускорению свободного падения для акселерометров; скорости вращения Земли для гироскопов):

$$l_{K,x}^2 + l_{K,y}^2 + l_{K,z}^2 = (-K \cdot \cos\alpha)^2 + (-K \cdot \cos\beta)^2 + (-K \cdot \cos\gamma)^2 = \|K\|^2, \quad (3)$$

где  $l_{K,x}$ ,  $l_{K,y}$ ,  $l_{K,z}$  – показания осей акселерометров или гироскопов;  $K$  – величина опорного сигнала;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – углы между осями чувствительности и опорным вектором (рис. 1, а).

Угловая скорость вращения Земли является достаточно слабым сигналом и может быть использована для калибровки только высокоточных и дорогостоящих БИНС, у которых уровень шумов датчика угловых скоростей ниже величины опорного сигнала. Для калибровки гироскопов БИНС среднего и низкого класса точности, к которым относятся БИНС на основе МЭМС, необходимо использовать вспомогательное поворотное устройство, которое может обеспечивать стабильную опорную скорость вращения. Этот метод калибровки называют модифицированным MPM (MMPM).

Для простоты описания будем рассматривать случай калибровки акселерометров. Для калибровки гироскопов процедура будет аналогична, за исключением того, что понадобится контролируемое вращение.

Если в модели (2) пренебречь шумами преобразователей, ось  $X$  взять в качестве опорной – идеально установленной, а углы неортогональности осей  $Y$  и  $Z$  относительно оси  $X$  считать малыми [1, 3, 4], то выражение (2) можно записать в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} l_{ax} \\ l_{ay} \\ l_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+SF_{ax} & 0 & 0 \\ -\theta_{ayz} & 1+SF_{ay} & 0 \\ \theta_{azy} & -\theta_{azz} & 1+SF_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{ax} \\ b_{ay} \\ b_{az} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $l_{ax}$ ,  $l_{ay}$ ,  $l_{az}$  – показания акселерометра по соответствующим осям в векторной форме  $\mathbf{l}_a$ ;  $\theta_{ayz}$  – угол неортогональности оси  $Y$ ;  $\theta_{azy}$ ,  $\theta_{azz}$  – углы неортогональности оси  $Z$ .

Из системы уравнений (4) выражаем истинные значения ускорения по осям  $a_x$ ,  $a_y$  и  $a_z$  и, пользуясь выражением (3), вводим квадратичную функцию, которая задает ограничение при выполнении процедуры идентификации:

$$F(\mathbf{l}_g, \boldsymbol{\xi}) = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 - \|g\|^2 = 0, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\xi} = [S_{ax} \ S_{ay} \ S_{az} \ b_{ax} \ b_{ay} \ b_{az} \ \theta_{ayz} \ \theta_{azy} \ \theta_{azz}]^T. \quad (6)$$

Вычисление неизвестных параметров осуществляется с помощью метода наименьших квадратов (МНК) для нелинейной функции (5) [2, 4]. Для этого необходимо функцию (5) разложить в ряд Тэйлора, ограничившись первыми производными по параметрам и наблюдениям. В результате получаем систему уравнений (7):

$$\mathbf{A} \cdot \Delta + \mathbf{B} \cdot \delta + \mathbf{w} = 0, \tag{7}$$

$$\mathbf{w}_{[n \times 1]} = F(\mathbf{I}_{g_i}, \xi_i) + \mathbf{B} \cdot (\mathbf{I}_g - L_i), \tag{8}$$

$$\hat{\Delta}_{[m \times 1]} = -(\mathbf{A}^T (\mathbf{B} \mathbf{G}_l^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T (\mathbf{B} \mathbf{G}_l^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{w}, \tag{9}$$

$$\hat{\delta}_{[3n \times 1]} = -\mathbf{G}_l^{-1} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{G}_l^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} (\mathbf{w} + \mathbf{A} \hat{\Delta}), \tag{10}$$

где  $\mathbf{A}$  – матрица размером  $[n \times m]$ , состоящая из первых производных (5) по параметрам (6);  $\mathbf{B}$  – диагональная матрица  $[n \times 3n]$ , состоящая из первых производных по каждому из трёх наблюдений;  $\mathbf{G}_l = \mathbf{E} \cdot 1/\sigma_0$  – матрица весовых коэффициентов,  $\mathbf{E}$  – единичная матрица;  $\sigma_0$  – СКО шума датчика;  $n$  – число наблюдений (положений датчика);  $m$  – число неизвестных параметров.

Для нулевой итерации: параметры  $SF_a$  и  $b_a$  – оцениваются по методу *SPM* [1];  $L_0 = \mathbf{I}_g$ ,  $\hat{\xi}_0 = \xi_0 + \hat{\Delta}_0$ ,  $\hat{L}_0 = L_0 + \hat{\delta}_0$ . Для  $i$ -й итерации:  $\xi_i = \hat{\xi}_{i-1}$ ;  $L_i = \hat{L}_{i-1}$ ;  $\hat{\xi}_i = \xi_i + \hat{\Delta}_i$ ;  $\hat{L}_i = L_i + \hat{\delta}_i$ .

Для успешной работы алгоритма необходимо, чтобы число измерений  $n$  было больше числа неизвестных. В связи с этим в работе производилось моделирование 26 независимых измерений при каждом включении датчика. Некоторые из возможных положений приведены на рис. 1, б.

Данный метод не требует специального выравнивания БИНС с осями локальной СК, что позволяет применять его при испытаниях за пределами лаборатории для высокоточных приборов. Для приборов среднего и низкого класса точности калибровка акселерометров проводится методом *MPM*, а для гироскопов вычисляются только смещения нулей путём усреднения показаний датчиков. *MMPM* был использован в работе для оценки неизвестных параметров.

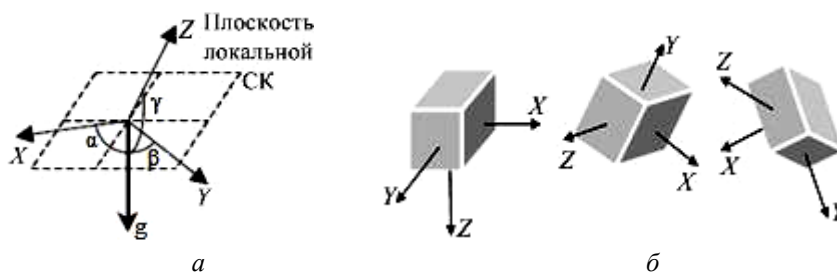


Рис. 1. Ориентация осей датчика относительно плоскости локальной СК – а; пример ориентации БИНС для калибровки методами *MPM* и *MMPM* – б

В работе выполнено статистическое моделирование алгоритма формирования оценок параметров модели (2), проведен эксперимент по калибровке гироскопов и акселерометров для МЭМС датчика ADIS 16354 [5] и представлены полученные результаты. Моделирование и эксперимент проводились при объеме выборки 4100. На рис. 2, а показана экспериментальная установка для калибровки БИНС, представляющая собой поворотное устройство УПГ-56 с установленным на нём ноутбуком, на котором закреплена БИНС.

Результаты статистического моделирования в виде значений параметров и их относительных среднеквадратичных погрешностей (ОСКП) и значения моделируемых величин приведены в табл. 1. В табл. 2 указаны экспериментальные значения оценки параметров. В табл. 3 приведены данные из спецификации на датчик [5]. На рис. 2, б представлены разброс оценок  $SF$  и их средние значения для двух объемов выборки. На рис. 3, а, б приведены зависимости ОСКП  $SF$  от объема выборки.

Таблица 1

**Результат моделирования *MMPM* метода калибровки**

| Параметр/ось                 | ОСКП оценки параметров акселерометра, % |     |     | Моделируемая величина | ОСКП оценки параметров гироскопа, % |      |      | Моделируемая величина |
|------------------------------|---|-----|-----|-----------------------|-------------------------------------|------|------|-----------------------|
|                              | X                                       | Y   | Z   |                       | X                                   | Y    | Z    |                       |
| Масштабный коэффициент, $SF$ | 8,1                                     | 8,4 | 7,6 | 0,0005                | 33,4                                | 32,5 | 33,6 | 0,0003                |
| Смещение, $b$                | 1,2                                     | 1,3 | 1,4 | 2 мг                  | 6,7                                 | 6,3  | 6,8  | 0,05 град/с           |
| Неортогональность, $N$       | 6,1                                     | 6,6 | 6,8 | 0,05 град             | 37,5                                | 39,5 | 41,7 | 0,02 град             |

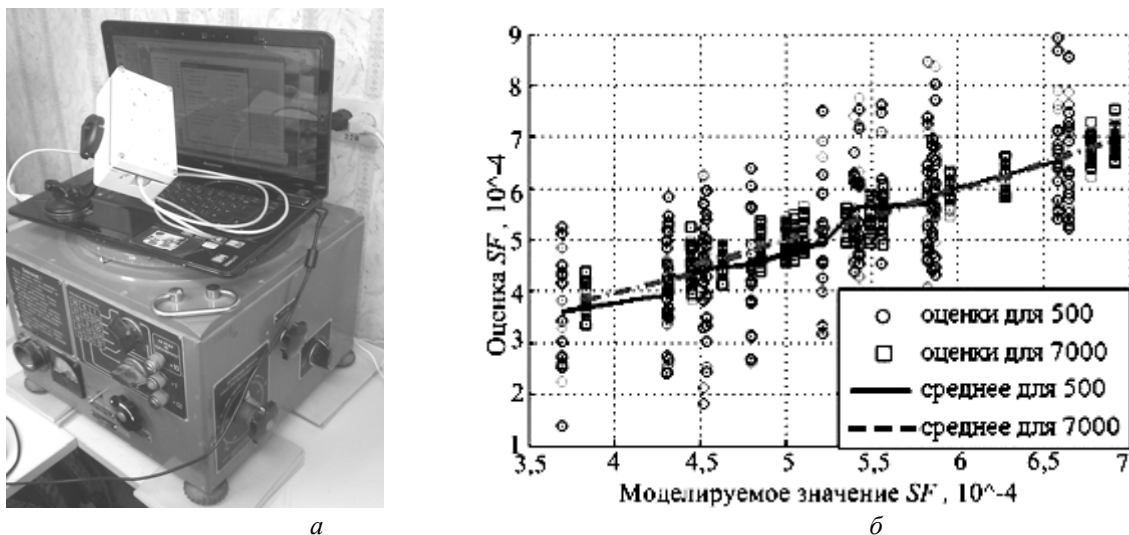


Рис. 2. Экспериментальная установка для ММРМ метода калибровки – *a*;  
условные (при фиксированном параметре) оценки  $SF$  и его среднего значения  
для двух объемов выборки 500 и 7000 – *b*

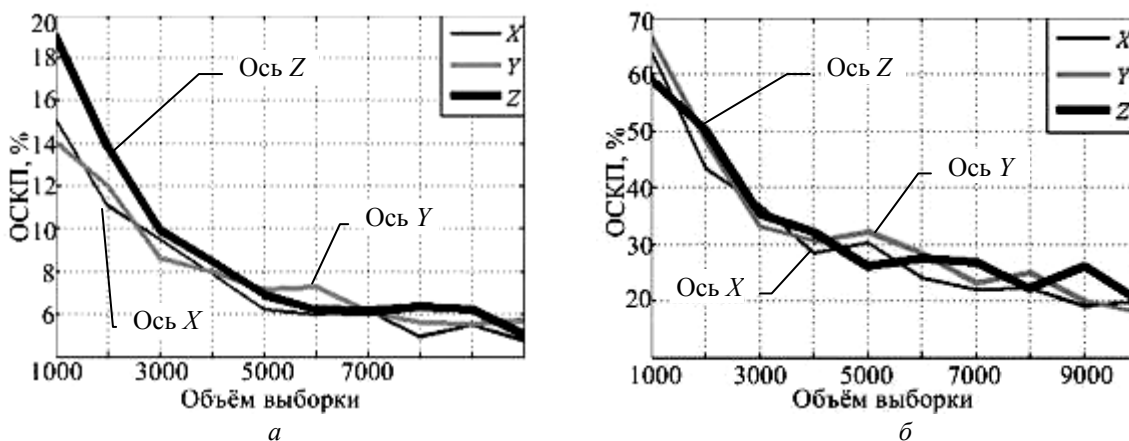


Рис. 3. Зависимость относительной среднеквадратической погрешности оценки  
масштабного коэффициента от объема выборки: *a* – для акселерометров; *b* – для гироскопов

Таблица 2

#### Результаты эксперимента калибровки ММРМ

| Датчик<br>Параметр/ось             | Акселерометр |          |          | Гироскоп |          |          |
|------------------------------------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|
|                                    | <i>X</i>     | <i>Y</i> | <i>Z</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | <i>Z</i> |
| Масштабный коэффициент, $SF$       | 0,0118       | 0,0119   | 0,0121   | 0,0027   | 0,0001   | 0,0027   |
| Смещение, $b$ [g/ град/с]          | -0,0025      | -0,0026  | -0,002   | 0,068    | 0,17     | 0,003    |
| Неортогональность осей, $N$ [град] | -0,014       | -0,015   | -0,046   | -0,01    | 0,024    | 0,036    |

Таблица 3

#### Данные из спецификации на датчик ADIS 16534

| Параметры из спецификации          | Акселерометр |        | Гироскоп |        |
|------------------------------------|--------------|--------|----------|--------|
|                                    | Среднее      | СКО    | Среднее  | СКО    |
| Масштабный коэффициент, $SF$       | 0            | 0,0033 | 0        | 0,0033 |
| Смещение, $b$ [g/ град/с]          | -0,001       | 0,001  | 0        | 0,25   |
| Неортогональность осей, $N$ [град] | 0,05         | 0,05   | 0        | 0,02   |

#### Заключение

В результате работы были изучены существующие методы калибровки МЭМС датчиков с точки зрения применимости их на практике. Результаты калибровки (моделирования) МЭМС методом ММРМ позволяют сделать следующие выводы:

1. Погрешность оценок параметров при заданном количестве положений БИНС существенно зависит от их информативности, которая связана с независимостью получаемых данных по всем трем осям. Большие величины ошибок при оценке методом ММРМ могут быть вызваны недостаточной независимостью положений БИНС.

2. Точность оценки параметров зависит от объема выборки при каждом из положений датчика, что так же увеличивает время процедуры. Установлено, что при объемах выборок больше 7000 существенного увеличения точности не наблюдается. Это обусловлено тем, что вклад случайной составляющей минимизирован за счёт увеличения объема выборки, и его дальнейшее увеличение не влияет на существующую систематическую погрешность.

3. При малых объемах выборки оценки параметров являются смещёнными. При увеличении объема измерений оценки становятся не смещёнными и их дисперсии уменьшаются пропорционально в  $1/\sqrt{N}$  раз.

4. Значения параметров модели (1), полученные в ходе эксперимента для акселерометров, лежат в допустимых пределах для датчика ADIS 16354 [5]. Метод калибровки ММРМ пригоден для использования в реальных условиях работы аппаратуры.

#### *Литература*

1. Syed Z. Design and implementation issues of a portable navigation system: PHD Thesis. – Calgary, Canada: The University of Calgary, 2009. – 230 p.
2. Shin E.-H. Accuracy improvement of low cost INS/GPS for land applications: PHD Thesis. – Calgary, Canada: The University of Calgary, 2001. – 137 p.
3. Nayal A. Static calibration of the tactical grade inertial measurement: Thesis Master of Science. – Columbus, USA: The Ohio State University, 2010. – 118 p.
4. Брандт З. Статистические методы анализа наблюдений / под ред. В.Ф. Писаренко. – М.: Мир, 1975. – 312 с.
5. Спецификация на инерциальный измерительный блок ADIS 16354 High Precision Tri-Axis Inertial Sensor [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/pdf/224613/AD/ADIS16354.html>, свободный (дата обращения: 2.05.2012).

---

#### **Шаврин Вячеслав Владимирович**

Магистрант каф. радиотехнических систем ТУСУРа  
Тел.: 8-(3822)-41-36-70  
Эл. почта: svv281088@sibmail.com

#### **Конаков Алексей Сергеевич**

Студент каф. радиотехнических систем ТУСУРа  
Тел.: 8-(3822)-41-36-70  
Эл. почта: aleksey.konakov@gmail.com

#### **Тисленко Владимир Ильич**

Д-р техн. наук, проф. каф. радиотехнических систем ТУСУРа  
Тел.: 8-(3822)-41-36-70  
Эл. почта: wolar1491@yandex.ru

Shavrin V.V., Konakov A.S., Tislenko V.I.

#### **Calibration of strapdown MEMS acceleration and gyro sensors in inertial navigation systems**

The article describes the main methods of parametric identification of mathematical models of signals obtained from the acceleration and gyro sensors in strapdown inertial navigation system (SINS). We describe the algorithm implemented for this identification.

**Keywords:** least-squares method, calibration, model identification, six-position method, multi-position method, the orientation.