

УДК 621.314.2:621.382.2

С.Г. Михальченко, К.В. Бородин

Динамические режимы функционирования преобразователя напряжения с частотно-импульсной модуляцией

Создана математическая модель преобразователя напряжения с частотно-импульсной модуляцией. Построена аналитическая методика нахождения периодических решений систем такого рода. Проведен бифуркационный анализ динамических режимов функционирования преобразователя напряжения с частотно-импульсной модуляцией.

Ключевые слова: преобразователь электрической энергии, частотно-импульсная модуляция, бифуркационный анализ, квазипериодический сигнал, недетерминированные режимы.

Разработчики систем электропитания постоянно сталкиваются с серьезными трудностями в создании отказоустойчивых замкнутых нелинейных импульсных систем, поскольку имеющихся знаний по их динамике и средствам автоматизированного проектирования недостаточно. В то же время сотрудниками ТУСУРа разработаны следующие оригинальные методы, алгоритмы и программы анализа нелинейной динамики ключевых преобразователей [1, 2]:

- Методы и алгоритмы поиска устойчивых периодических сигналов в импульсных кусочно-гладких динамических системах, позволяющие эффективно определять устойчивые периодические движения в случаях, когда их существует множество, и классифицировать типы.
- Методы аналитического поиска периодических движений, основанные на сведении кусочно-гладкой задачи к системе трансцендентных уравнений относительно моментов разрывов уравнений движения.
- Методы бифуркационного анализа локальной устойчивости найденных периодических решений импульсно-модуляционных систем и классификация сценариев перехода между режимами.
- Топологические методы и алгоритмы расчетов по определению размеров областей притяжения сигнала, анализа их внутренней структуры.
- Методика построения картин установившихся решений в параметрических подпространствах с размерностью больше единицы. Методика построения многопараметрических картин ветвления периодических режимов, позволяющих квалифицированно подходить к вопросам синтеза систем управления устройств данного класса.
- Создана база моделей и результатов анализа устройств с различными видами импульсной модуляции с питанием от источника постоянного и переменного напряжений.

Все перечисленное и накопленный багаж знаний анализа динамических свойств нелинейных замкнутых систем автоматического регулирования и параметрического и структурного синтеза систем управления, позволяет нам поставить и решить задачу создания автоматизированного моделирующего комплекса «DynamicCAD» и успешно применять его для исследования динамики полупроводниковых преобразователей с различными видами импульсной модуляции. В частности, в данной статье рассматриваются динамические режимы функционирования преобразователя с *частотно-импульсной модуляцией* (ЧИМ). Данный вид импульсной модуляции, несмотря на широкое использование, до настоящего времени исследован недостаточно [3].

Математическая модель преобразователя с ЧИМ

Импульсно-модуляционные системы электропитания (СЭП) характеризуются существенными нелинейностями, которые выражаются в жесткости систем дифференциальных уравнений математических моделей, наличии разрывных функций в правой части уравнений, нелинейности системы и т.п. При этом выходной вектор переменных состояний системы подвержен непредсказуемым на настоящий момент переходам в квазипериодические и стохастические режимы функционирования. Картина усугубляется множественностью устойчивых и неустойчивых движений вектора переменных состояния в одной и той же окрестности пространства параметров и фазового пространства [1–4].

В применении к системам автоматического управления параметрами электрической энергии, квазипериодические и стохастические режимы функционирования практически всегда гарантируют перенапряжение полупроводниковых и реактивных элементов устройства, описываемое упругостью

оболочки областей пространства параметров. Границы перенапряженных режимов определяются глобальными нелинейностями типа «насыщение». В этом смысле рост стохастичности динамики вектора переменных состояния до величины предела упругости границ областей фазового пространства влечет перенапряжение элементов устройства и выход их из строя [5].

Исходя из этих рассуждений, которые, безусловно, применимы к СЭП с ЧИМ, необходимым является тщательное исследование динамики преобразователя. На данном этапе исследований, для простоты построения математической модели, введем допущение о том, импульсный преобразователь выполнен на идеальных ключах с нулевым временем переключения, и пауза для обеспечения коммутации в нуле напряжений/тока не требуется.

Рассмотрим математическую модель понижающего преобразователя напряжения с ЧИМ, схема замещения которого представлена на рис. 1.

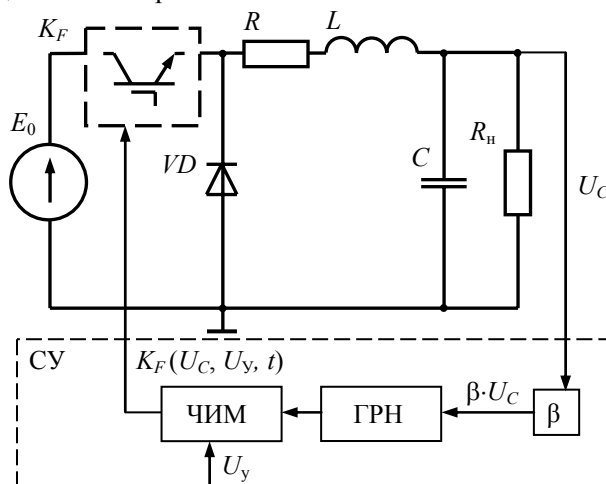


Рис. 1. Схема замещения понижающего преобразователя напряжения с ЧИМ

На рис. 1 приняты следующие обозначения: E_0 – входное напряжение преобразователя, R – сопротивление, характеризующее потери в индуктивности фильтра и преобразователе, L – индуктивность и C – емкость выходного фильтра, R_n – сопротивление нагрузки, ЧИМ – частотно-импульсный модулятор, β – коэффициент передачи датчика обратной связи по выходному напряжению U_C , ГРН – генератор развертывающего напряжения, регулируемой частоты и амплитуды, U_y – управляющее напряжение, $\mathbf{K}_F = (K_F, K_{FVD})$ – двоичная коммутационная функция транзистора VT и диода VD соответственно.

При построении схемы замещения приняты следующие допущения: входной источник питания – идеальный, импульсный преобразователь выполнен на идеальных ключах с нулевым временем переключения, элементы R , L , C – линейны, корректирующее устройство представлено пропорциональным звеном. В матричной записи задача Коши для поиска периодического решения $\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t + T)$ может быть записана следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}(\mathbf{K}_F) \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B}(\mathbf{K}_F), \quad \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} i_L \\ U_C \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Коммутационная функция $\mathbf{K}_F(U_C, U_y, t)$ определяет частотно-импульсный вид модуляции и закон регулирования по обратной связи.

Если исследования проводятся в режиме непрерывных токов, как в [1, 0], то вводится дополнительное предположение, что ток в цепи $VD-R-L-C$ никогда не снижается до 0. Такая модель значительно проще, здесь коммутационные функции K_F и K_{FVD} противофазны и могут быть описаны одним бинарным скаляром $K_F = 1 - K_{FVD}$, матрица $\mathbf{A}(K_F) = \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2$ здесь постоянна, а интервалы одновременного выключенного состояния диода и транзистора (интервалы III на рис. 3) отсутствуют, тогда система (1) выразится

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot K_F. \quad (2)$$

В большинстве практических задач недостаточно исследовать только непрерывные токи. Как показано в [6, 7], динамика в области разрывных токов и поведение системы в непрерывной области принципиально различаются как качественно, так и количественно, в связи с чем приходится учитывать динамику в зоне разрывных токов. Здесь коммутационная функция – векторная $\mathbf{K}_F(U_C, U_y, t) = (K_F, K_{FVD})$, независимо описывающая состояние транзистора VT и диода VD .

Частотно-импульсная модуляция (ЧИМ) предполагает изменение длительности паузы ($\tau_k = \text{var}$), $k = 1, 2, \dots$ при постоянстве длительности управляющего импульса ($\tau_u = \text{const}$). Формирование алгоритма переключения ключевых элементов с ЧИМ в преобразовательной технике обычно происходит с помощью генератора линейно нарастающего напряжения (ГЛИН) путем сравнения сигнала $\zeta(U_C, t)$ с постоянным опорным напряжением $U_{\text{оп}}$.

$$\zeta(U_C, t) = \tau_u - \frac{t_u}{\beta \cdot U_C(t)} E_1 \left(\frac{t}{\tau_u} \beta \cdot U_C(t) \right) - t / \tau_u. \quad (3)$$

Длительность паузы определяется углом наклона пилообразного напряжения $\zeta(U_C, t)$, зависящим от напряжения рассогласования обратной связи $\beta \cdot U_C(t)$ преобразователя.

$$K_F^*(U_C, t) = \text{sign} \left(\tau_u + \frac{\tau_u}{\beta \cdot U_C(t)} E_1 \left(\frac{t}{\tau_u} \beta \cdot U_C(t) - t \right) \right), \quad K_F(U_C, t) = \frac{1}{2} (1 + K_F^*(U_C, t)). \quad (4)$$

На рис. 2 поясняются принципы формирования коммутационной функции $K_F(\mathbf{X}, t)$, где моменты коммутации t_k , $k \in \mathbb{Z}$ – время начала тактового интервала переменной длительности.

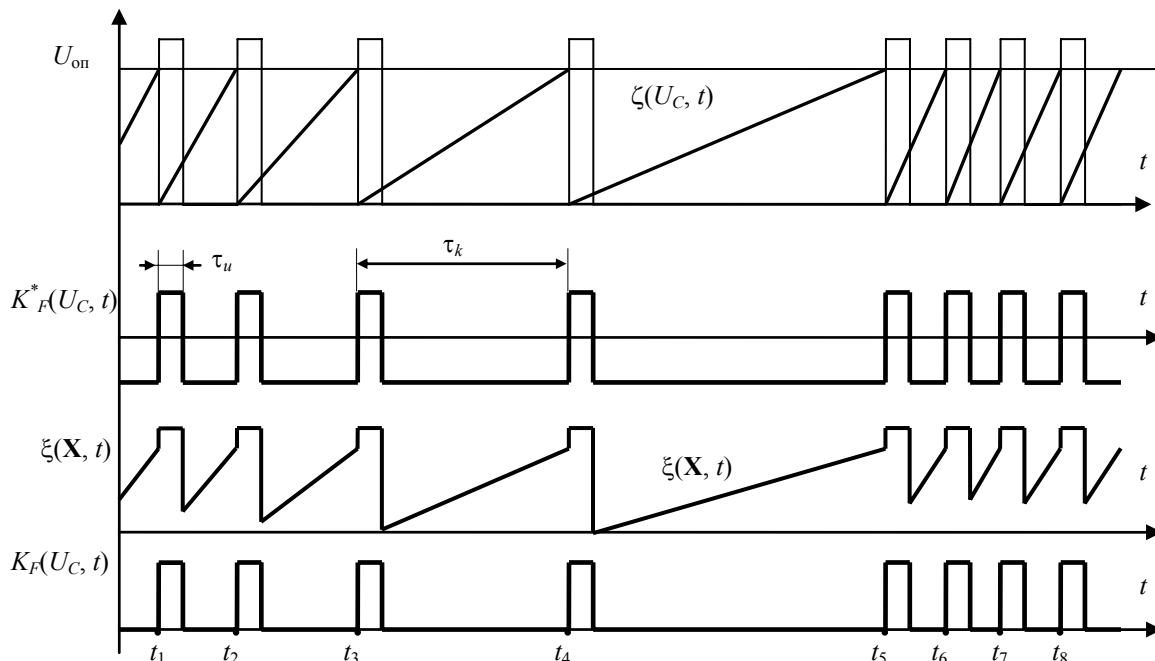


Рис. 2. Формирование импульсной последовательности ЧИМ

Алгоритм формирования импульсной последовательности для этого вида модуляции можно сформулировать следующим образом:

- (1) очередной импульс может возникнуть только после того как сигнал $\zeta(\mathbf{X}, t)$ сравняется с нулем – коммутационная функция становится $K_F = 1$ – начало тактового интервала t_k , $k \in \mathbb{Z}$;
- (2) если в пределах импульса $t_k < t \leq t_k + \tau_u$, $k \in \mathbb{Z}$, сигнал $\zeta(\mathbf{X}, t)$ сравнялся с постоянным опорным напряжением $U_{\text{оп}}$, то $K_F = 1$ не меняется; длительность управляющего импульса $\tau_u = \text{const}$;

- (3) в момент времени $t = t_k + \tau_u$, $k \in \mathbb{Z}$, управляющий импульс прерывается $K_F = 0$, и начинается «зона частотного управления» – сигнал $\zeta(\mathbf{X}, t)$ сравнивается с постоянным опорным напряжением $U_{оп}$, формируя тем самым тактовый период τ_k , зависящий от $[\mathbf{X}]^2$;
- (4) тактовый период $\tau_k(U_C)$, $k \in \mathbb{Z}$ – длительность k -го тактового интервала определяется скоростью нарастания сигнала ГЛИН и определяется как наименьший корень уравнения (3): $\zeta(\mathbf{X}, t) - U_{оп} = 0$;
- (5) если, $\mathbf{X}^1(t_k + 0) > 0$ а $\mathbf{X}^1(t_k + \tau_k - 0) < 0$, то на k -м интервале имеет место *режим разрывных токов*; длительность режима разрывных токов τ_k^0 может быть вычислена как наименьший корень уравнения $\mathbf{X}^1(t) = 0$;
- (6) если $\mathbf{X}^1(t) > 0$ в пределах всего интервала $t_k + \tau_u < t \leq t_k + \tau_k$, то преобразователь работает в режиме непрерывного тока дросселя, при этом период $\tau_k^0 = \tau_u$.

Решение системы (1)–(5) в виде стробоскопического отображения ищется при следующем наборе фиксированных параметров $\mathbf{P} = \{ E_0 = 375 \text{ В}, U_{вых} = 28 \text{ В}; R_H = 1,00 \text{ Ом}, R = 0,03 \text{ Ом}, L = 0,1 \text{ Гн}, C = 10^{-6} \text{ Ф}, \tau = 10^{-4} \text{ с}, U_Y = 5 \text{ В}, U_{оп} = 10 \text{ В}, \beta = 0,01 \}$ по методике приведенной выше.

На рис. 3 приведены матрицы $\mathbf{A}(K_F, \mathbf{X})$ и $\mathbf{B}(K_F, \mathbf{X})$: I и II – для модели в режиме непрерывных токов, I, II и III – для исследования поведения системы в режиме разрывных токов дросселя.

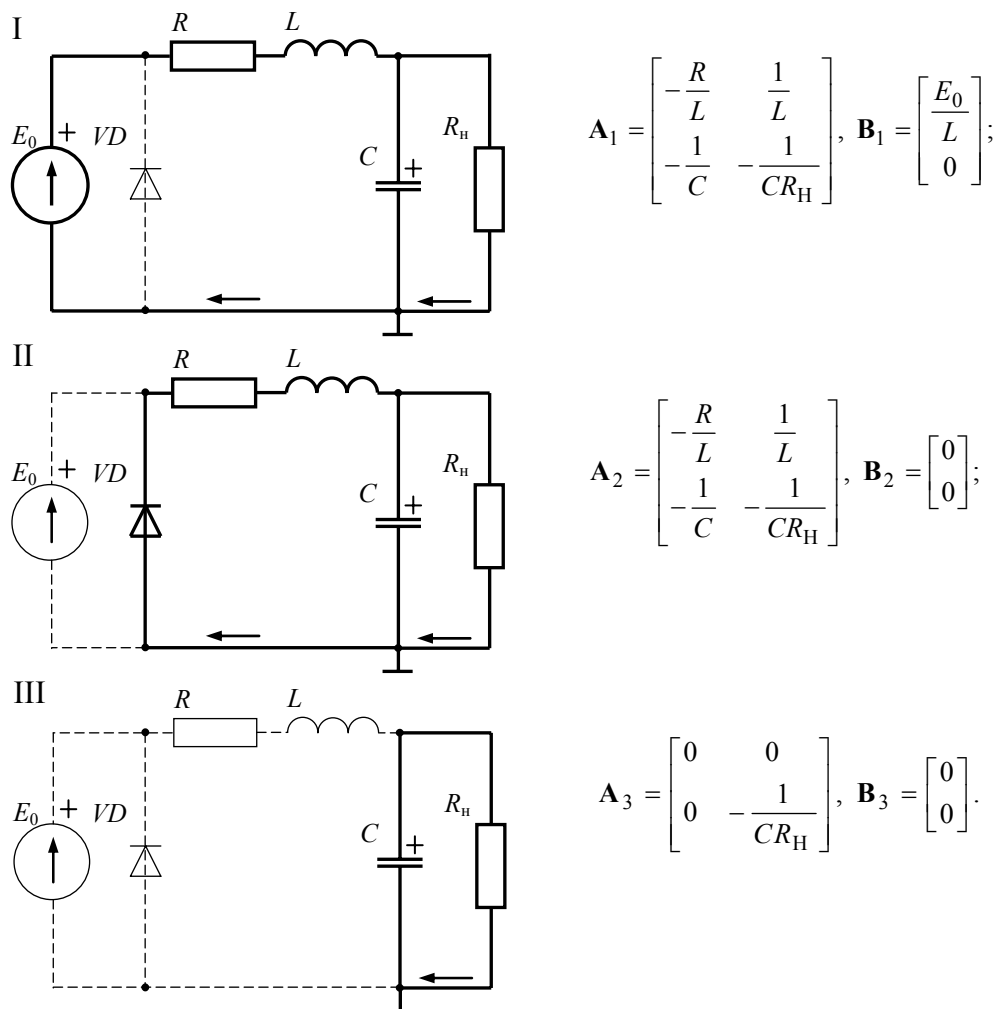


Рис. 3. Контуры протекания токов в силовой цепи преобразователя с ЧИМ и матрицы математической модели на участках непрерывности структуры

Для удобства построения математической зависимости, описывающей пункты (2) и (3) принципов формирования импульсной последовательности ЧИМ, импульс не может прекратиться до момента времени $t = t_k + t_u$, $k \in \mathbb{Z}$, и для решения уравнения (4) $\zeta(\mathbf{X}, t) - U_{\text{оп}} = 0$ удобно сформировать вспомогательную *оглабляющую* функцию $\xi(U_C, t) = \xi(\mathbf{X}, t)$ (см. Рис. 2):

$$\xi(\mathbf{X}, t) = 0,5 \cdot \zeta(\mathbf{X}, t) \cdot (K_F^*(\mathbf{X}, t) - 1). \quad (6)$$

Поиск стационарных периодических режимов ЧИМ

Запишем общее решение исходной задачи (1) на участке линейности (для ОНМ-1 таких участков два) в виде

$$\mathbf{X}(t) = e^{A(t-t_0)} \cdot (\mathbf{X}_0 + A^{-1}B(K_F)) - A^{-1}B(K_F), \quad (7)$$

это решение зависит от начальных условий интегрирования на левой границе интервала $\mathbf{X}(t_k) = \mathbf{X}_k$, $k \in \mathbb{Z}$.

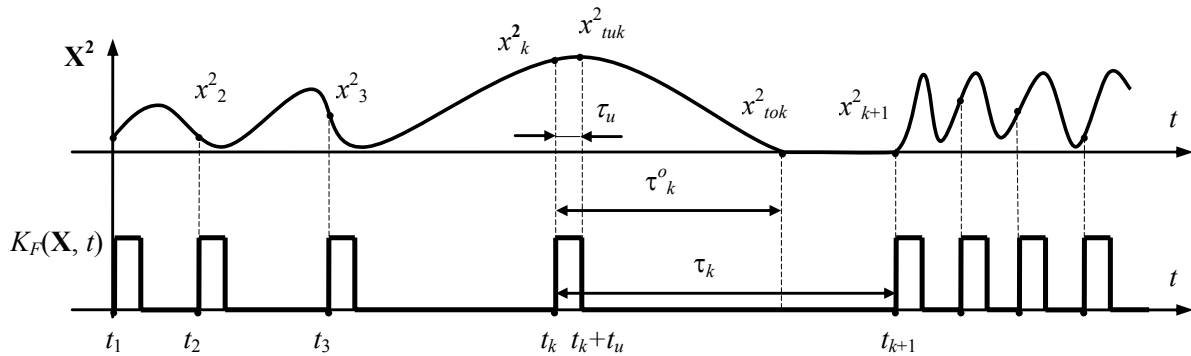


Рис. 4. Принципы формирования импульсной последовательности ЧИМ на участках постоянства K_F

I. На интервале времени $t_k \leq t \leq t_k + \tau_u$ коммутационная функция принимает значение единицы, а правая часть матричного уравнения (1) имеет вид $B(K_F) = B_1 = (E_0/L, 0)^T$. Решение на этом участке можно представить следующим образом:

$$\mathbf{X}(t) = e^{A(t-t_k)} \cdot (\mathbf{X}_k + A^{-1}B) - A^{-1}B. \quad (8)$$

Вектор переменных состояния в момент времени $t = t_k + \tau_u$ (окончание импульса) будет равен

$$\mathbf{X}_{tuk} = \mathbf{X}(t_k + \tau_u) = e^{A\tau_u} \cdot (\mathbf{X}_k + A^{-1}B) - A^{-1}B. \quad (8)'$$

II. Значение вектора $\mathbf{X}(t_k + \tau_u) = \mathbf{X}_{tuk}$ является начальными условиями при интегрировании на следующем интервале: $t_k + \tau_u < t \leq t_k + \tau_k^0$. Здесь коммутационная функция принимает значение нуля и $B(K_F) = B_2 = 0$, с учетом этого решение на этом участке записывается так:

$$\mathbf{X}(t) = e^{A(t-t_k-\tau_u)} \cdot \mathbf{X}_{tuk}, \text{ или иначе:} \quad (9)$$

$$\mathbf{X}(t) = e^{A(t-t_k-\tau_u)} \cdot e^{A\tau_u} \cdot (\mathbf{X}_k + A^{-1}B) - e^{A(t-t_k-\tau_u)} \cdot A^{-1}B. \quad (9)'$$

Если на k -м интервале имеет место режим разрывных токов, ток в цепи дросселя снижается до нуля $\mathbf{X}^1(t) = 0$ в соответствии с п. (5) принципов формирования импульса, тогда в момент времени $t_k + \tau_k^0$ вектор неизвестных с учетом (9)' принимает значения:

$$\mathbf{X}_{tok} = \mathbf{X}(t_k + \tau_k^0) = e^{A(\tau_k^0-\tau_u)} \cdot e^{A\tau_u} \cdot (\mathbf{X}_k + A^{-1}B) - e^{A(\tau_k^0-\tau_u)} \cdot A^{-1}B, \quad (10)$$

являющиеся начальными условиями для следующего тактового интервала.

Если $\mathbf{X}^1(t) > 0$ в пределах всего интервала $t_k + \tau_u < t \leq t_k + \tau_k$, п. (6) принципов формирования импульса (5), то преобразователь работает в режиме непрерывного тока дросселя; период $\tau_k^0 = 0$. В этом случае интервал (III) отсутствует.

Тогда значение вектора переменных состояния в узле тактовой сетки с «плавающей длительностью периода» равняется

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}(t_k + \tau_k) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_k - \tau_u)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}\tau_u} \cdot (\mathbf{X}_k + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}) - \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_k - \tau_u)} \cdot \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}, \quad (11)$$

В противном случае необходимо производить расчет на участке III, как в [6, 7].

III. Участок разрывных токов: $t_k + \tau_k^0 < t \leq t_k + \tau_k$. Коммутационная функция на данном участке принимает значение $K_F = 0$, а ток дросселя $i_L = 0$. Схема замещения силовой части преобразователя на этом участке представлена на рис. 3 (III). Начальными условиями для этого интервала постоянства являются значения вектора переменных состояния в момент времени $t_k + \tau_k^0$: $\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}_{tok}$.

Решение системы (1) на данном интервале с учетом того, что вектор вынуждающих воздействий \mathbf{B}_3 является нулевым, имеет вид

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(t - t_k - \tau_k^0)} \cdot \mathbf{X}_{tok}, \text{ или иначе:} \quad (12)$$

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(t - t_k - \tau_k^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_k^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}\tau_u} \cdot (\mathbf{X}_k + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}) - \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(t - t_k - \tau_k^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_k^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}. \quad (12)'$$

В конце тактового интервала, $t = t_k + \tau_k$, вектор переменных состояний определяется из выражения

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_k - \tau_k^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_k^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}\tau_u} \cdot (\mathbf{X}_k + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}) - \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_k - \tau_k^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_k^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}. \quad (13)$$

Выражение (13) представляет собой *рекуррентное отображение* для построения значений вектора переменных состояния $\mathbf{X}(t)$ в узлах тактовой сетки с плавающей длительностью периода, характерной для ЧИМ.

Для поиска решения системы (1)–(5) необходимо решение на каждом из участков гладкости дополнить алгоритмом поиска коммутационных периодов τ_k^0 и τ_k из уравнений $\zeta(\mathbf{X}, t) - U_{оп} = 0$ и $\mathbf{X}^1(t) = 0$ соответственно (период импульса $\tau_u = \text{const}$ искать не нужно). Поиск $\tau_k = \{\tau_k^0, \tau_k\}$ возможен любым из известных численных методов.

Из выражения (13) вектор $\mathbf{X}(t)$ в k -й момент времени может быть выражен через неизвестные τ_k , $k \in \mathbb{Z}$ на каждом интервале и значении вектора начальных условий \mathbf{X}_1 :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k+1} = & \prod_{i=k}^1 \left\{ \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_i - \tau_i^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_i^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}\tau_u} \right\} \cdot \mathbf{X}_1 - \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_k - \tau_k^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_k^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} + \\ & + \sum_{j=2}^k \left[\prod_{i=k}^j \left\{ \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_i - \tau_i^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_i^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}\tau_u} \right\} \cdot \left\{ E - \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_{j-1} - \tau_{j-1}^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_{j-1}^0 - \tau_u)} \right\} \right] \cdot \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}. \end{aligned} \quad (14)$$

С учетом условия периодичности $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k+m}$, выразим отсюда вектор начальных условий \mathbf{X}_1 :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 = & \left(E - \prod_{i=k}^1 \left\{ \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_i - \tau_i^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_i^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}\tau_u} \right\} \right) \times \\ & \times \left(\sum_{j=2}^k \left[\prod_{i=k}^j \left\{ \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_i - \tau_i^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_i^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}\tau_u} \right\} \cdot \left\{ E - \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_{j-1} - \tau_{j-1}^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_{j-1}^0 - \tau_u)} \right\} \right] - \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_m - \tau_m^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_m^0 - \tau_u)} \right) \cdot \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}. \end{aligned} \quad (15)$$

Подставив его в (14), определим m значений вектора переменных состояний $\mathbf{X}(t)$ в моменты коммутации через периоды τ_k , $k = 1 \dots m$. Тем самым зададим m -цикл, выраженный в виде стробоскопического отображения:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k+1} = & \prod_{i=k}^1 \left\{ \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_i - \tau_i^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_i^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}\tau_u} \right\} \times \left(E - \prod_{i=k}^1 \left\{ \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_i - \tau_i^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_i^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}\tau_u} \right\} \right) \times \\ & \times \left(\sum_{j=2}^m \left[\prod_{i=m}^j \left\{ \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_i - \tau_i^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_i^0 - \tau_u)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}\tau_u} \right\} \cdot \left\{ E - \mathbf{e}^{\mathbf{A}_3(\tau_{j-1} - \tau_{j-1}^0)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{A}(\tau_{j-1}^0 - \tau_u)} \right\} \right] - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -e^{A_3(\tau_m - \tau_m^0)} \cdot e^{A(\tau_m^0 - \tau_u)} \Big) \cdot A^{-1}B - e^{A_3(\tau_k - \tau_k^0)} \cdot e^{A(\tau_k^0 - \tau_u)} \cdot A^{-1}B + \\
& + \sum_{j=2}^k \prod_{i=k}^j \left\{ e^{A_3(\tau_i - \tau_i^0)} \cdot e^{A(\tau_i^0 - \tau_u)} \cdot e^{A \cdot \tau_u} \right\} \cdot \left\{ E - e^{A_3(\tau_{j-1} - \tau_{j-1}^0)} \cdot e^{A(\tau_{j-1}^0 - \tau_u)} \right\} \Big], \quad k = 1 \dots m.
\end{aligned} \quad (16)$$

Полученная формула для вычисления вектора $\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{f}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m)$ не зависит от вектора начальных условий \mathbf{X}_1 , а зависит только от массива тактовых периодов $\tau = \{\tau_k\}$, $k = 1 \dots m$. Будем искать их как корни уравнений:

$$\begin{cases} \zeta(\mathbf{X}_k, \tau) \big|_{\tau_k} - U_{\text{оп}} = 0; \\ \left[\mathbf{X}_k(\tau) \big|_{\tau_k^0} \right]^1 = 0, \end{cases} \quad \tau = \{\tau_k\}, \quad \tau_k = \{\tau_k^0, \tau_k\}, \quad k = 1 \dots m. \quad (17)$$

В дальнейшем для анализа локальной устойчивости решений $\tau = \{\tau_k\}$, $k = 1 \dots m$, применяется методика, базирующаяся на теории А.М. Ляпунова, суть которой состоит в анализе поведения мультипликаторов основной матрицы – матрицы Якоби линеаризованной части системы в отклонениях. Данная методика широко известна научному сообществу [1, 2, 4–8] и идеологически в этом направлении не предлагается ничего нового кроме методов применения теории А.М. Ляпунова, адаптированных к электротехническим системам с ЧИМ, а также интерпретация поведения мультипликаторов по работам М.И. Фейгина с точки зрения С-бифуркационных процессов.

В работах М.А. Айзермана и Ф.Р. Гантмахера дается строгое доказательство применимости теории локальной устойчивости к системам с разрывами первого рода и рассматривается методика линеаризации матрицы Якоби с обобщенными функциями. Именно на этой идее строится аппарат анализа динамической устойчивости ИМС с ЧИМ, основы которому положены в ТУСУРе такими исследователями, как А.В. Кобзев, В.С. Баушев, Ж.Т. Жусубалиев, О.А. Алейников и др. [1, 2, 8, 9].

Анализ динамики преобразователя с ЧИМ

На рис. 5 представлена картина изменения фазового портрета, а на рис. 6 – соответствующая этому развитию бифуркационная диаграмма тока дросселя, построенного при токе нагрузки, равном $0,6i_n$, каждая замкнутая траектория которого отражает тот или иной устойчивый режим работы преобразователя в процессе увеличения коэффициента усиления α в диапазоне 1–30. По этой картине можно проанализировать эволюцию динамики преобразователя.

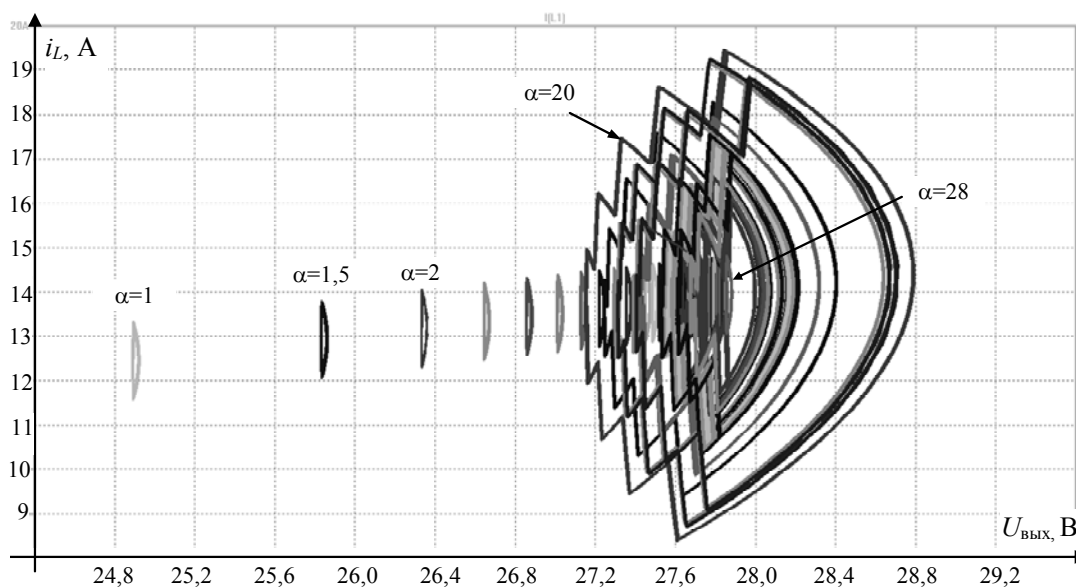


Рис. 5. Фазовый портрет выходного сигнала преобразователя с ЧИМ

По мере увеличения коэффициента усиления α повышается статическая точность стабилизации, что выражается в росте выходного напряжения и тока. Однако при достижении выходного напряжения $0,97U_n$ проектный режим работы ($m = 1$) сменяется жестко зарождающимся квазипериодиче-

ским режимом, эволюция которого характеризуется различной частотой и амплитудой субгармонических колебаний. Количество изломов, превышающее две точки излома каждой замкнутой кривой фазового портрета при постоянных параметрах системы, характеризует зарождение субгармонического колебания ($m > 1$). Этот же факт можно наблюдать на графиках мгновенных значений, приведенных ниже (рис. 7).

При этом левая половина кривой фазового портрета с изломами определяет количество импульсов с максимальной частотой следования, определяющей практически максимальную скорость повышения выходного напряжения, а правая плавно изменяющаяся половина кривой – свободное колебание, заданное скоростью снижения выходного напряжения.

Максимальная скорость повышения выходного напряжения однозначно определяется максимально возможной частотой следования импульсов и ограничивается длительностью импульсов $\tau_u = \text{const}$.

Приведенная на рис. 6 бифуркационная диаграмма позволяет установить характер бифуркационного перехода устойчивого проектного режима к квазипериодическим колебаниям вектора переменных состояния.

Здесь можно четко наблюдать проектный режим работы ($m = 1$) преобразователя, в результате жесткого бифуркационного перехода сменяющийся квазипериодическими режимами. Важно отметить, что основной сигнал при этом не теряет устойчивости, а существует наравне с аномальными режимами в зоне *мультистабильности*. Из рис. 6 можно видеть, что *одноцикловый* режим ($m = 1$) претерпевает каскад мягкого удвоения периода по сценарию Фейгенбаума и переходит к запределиванию в зоне широкополосного хаоса при $\alpha > 49$.

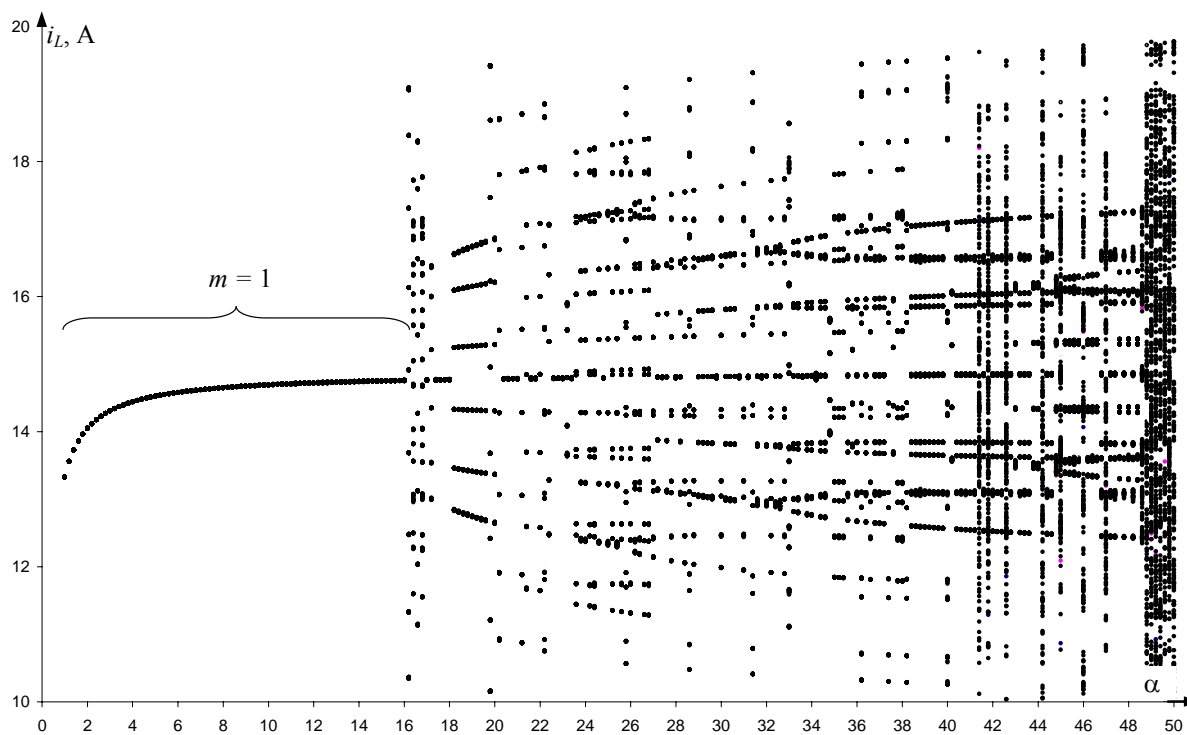


Рис. 6. Однопараметрическая бифуркационная диаграмма преобразователя с ЧИМ

Мгновенные значения тока дросселя при $\alpha = 16$ показаны на фрагменте рис. 7, а, а мгновенные значения этого же тока в квазирезонансном режиме приведены на фрагменте рис. 7, б. В зоне мультистабильности бифуркационной диаграммы (рис. 6) можно наблюдать периодические режимы большей кратности, чья динамика также разворачивается по сценарию мягкого удвоения периода с последующим запределиванием, например, шестицикловый режим ($m = 6$), жестко возникающий при $\alpha = 18$, переходит в двенадцатицикловый при $\alpha = 26$ и т.п.

Соответствующие этому фазовому портрету диаграммы эволюции тока дросселя выходного фильтра представлены на рис. 8. Можно видеть, что размах пульсаций тока Δi_L в диапазоне изменения α от 1 до 16 не изменяется, в то время как точность стабилизации выходного напряжения повышается.

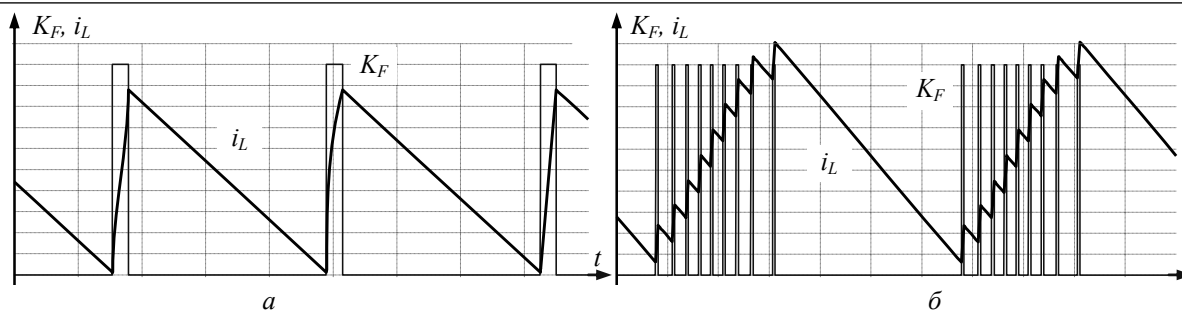


Рис. 7. Фрагменты значений тока дросселя: $a - \alpha = 16$; $b - \alpha = 16,2$

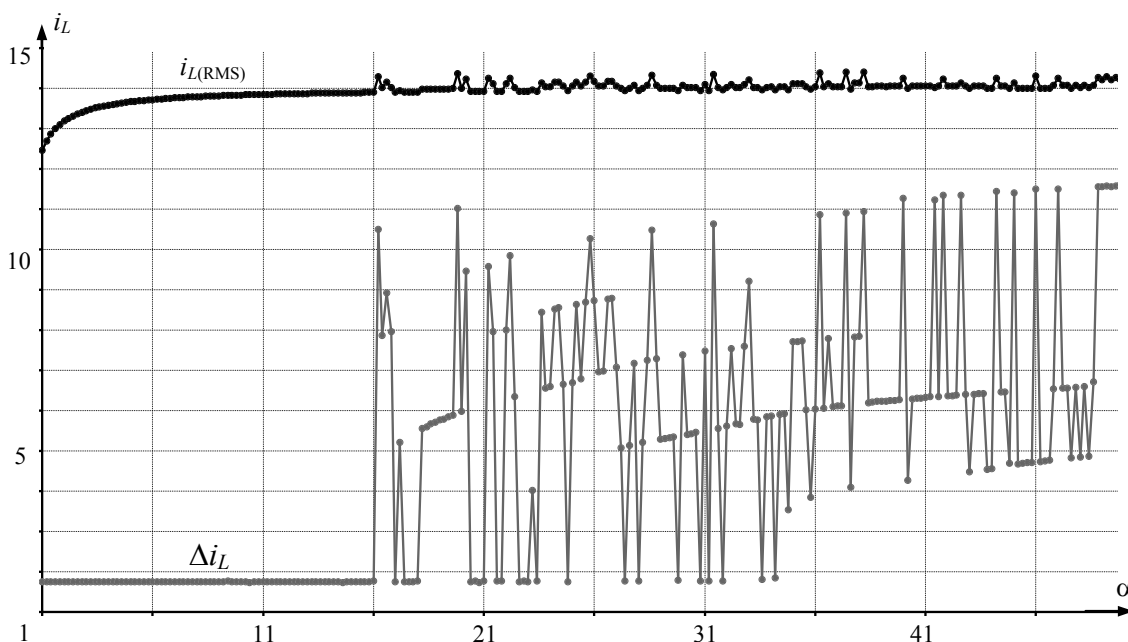


Рис. 8. Среднеквадратичное значение $i_{L(RMS)}$ и размах пульсаций Δi_L тока дросселя

Потеря устойчивости проектного режима сопровождается увеличением размаха пульсаций Δi_L на порядок, в то время как среднеквадратическое отклонение $i_{L(RMS)}$ сохраняет примерно постоянное значение.

Заключение

1. Проектный режим работы преобразователя с ЧИМ с увеличением коэффициента усиления α плавно повышает точность стабилизации, но при $\alpha = 16$ сменяется жестко зарождающимся квазипериодическим режимом с высокими пульсациями – это граница рабочей зоны преобразователя.

2. Жестко возникающие квазипериодические режимы характеризуют зоны узкополосного хаоса, ограниченного границами упругости типа «насыщение», выражающимися в постоянном минимальном периоде импульса, задающем максимальную скорость повышения выходного напряжения.

3. Жестко зарождающиеся в зоне мультистабильности ($\alpha > 16$) периодические режимы высшей кратности ($m > 1$), в отличие от проектного режима, развиваются по сценарию мягкого удвоения периода с последующим запределением и переходом в широкополосный хаос при $\alpha > 49$.

4. Перечисленные выше выводы показывают, что преобразователи с частотно-импульсной модуляцией подвержены аномальной динамике, поэтому проектирование систем энергообеспечения на их основе должно сопровождаться тщательным анализом возможных динамических режимов и синтезом систем управления, исключающих катастрофические отказы.

Работа выполнена для государственного контракта от 18.05.2011 г. № 11411.1006800.11.038 между ОАО «НИИВК им. М.А. Карцева» и Минпромторгом России в рамках федеральной целевой программы «Развитие электронной компонентной базы и радиоэлектроники» на 2008–2015 годы.

Литература

1. Нелинейная динамика полупроводниковых преобразователей / А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко, А.И. Андриянов, С.Г. Михальченко. – Томск: Изд-во ТУСУРа, 2007. – 224 с.

2. Баушев В.С. Стохастичность в динамике стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием / В.С. Баушев, Ж.Т. Жусубалиев, С.Г. Михальченко // *Электричество*. – 1996. – № 3. – С. 69–75.
3. Либенко Ю.Н. Состояние разработки электронных модулей для СВЭП с магистрально-модульной архитектурой / Ю.Н. Либенко, А.Н. Четин // *Электропитание*. – 2009. – № 4. – С. 114–122.
4. Оценка нелинейных динамических свойств полупроводниковых преобразователей с дозированием энергии по коэффициентам пульсаций тока и напряжения / К.В. Бородин, Г.Я. Михальченко, С.Г. Михальченко, В.П. Обрусник // *Научный вестник НГТУ*. – 2012. – № 2(47). – С. 79–90.
5. Гаврилов А.А. Нелинейная динамика преобразователей с многофазной импульсной модуляцией / А.А. Гаврилов, Г.Я. Михальченко, С.Г. Михальченко // *Доклады Томского университета систем управления и радиоэлектроники*. – 2009. – № 3(20). – С. 171–178.
6. Бородин К.В. Математическое моделирование динамики инвертирующего DC/DC преобразователя напряжения / К.В. Бородин, С.Г. Михальченко // *Доклады Томского университета систем управления и радиоэлектроники*. – 2008. – № 2 (18), ч. 2. – С. 150–156.
7. Бородин К.В. Бифуркации в динамике инвертирующего преобразователя напряжения / К.В. Бородин, Г.Я. Михальченко, С.Г. Михальченко // *Доклады Томского университета систем управления и радиоэлектроники*. – 2010. – № 1(21). – С. 86–92.
8. Исследование локальной устойчивости периодических режимов в нелинейных импульсных системах / О.А. Алейников, В.С. Баушев, А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко // *Электричество*. – 1991. – № 4. – С. 16–21.
9. Энергосберегающие технологии компенсации реактивной мощности и мощности искажений / А.Ю. Иванов, Г.Я. Михальченко, С.Г. Михальченко и др. // *Известия Томского политехнического университета*. – 2010. – Т. 314, № 4. – С. 104–110.

Михальченко Сергей Геннадьевич

Канд. техн. наук, доцент каф. промышленной электроники ТУСУРа

Тел.: (382-2) 41-32-32

Эл. почта: msg@ie.tusur.ru

Бородин Кирилл Валерьевич

Канд. техн. наук, ст. преподаватель каф. промышленной электроники ТУСУРа

Тел.: (382-2) 41-32-32

Эл. почта: bkirill@hotmail.ru

Mikhailchenko S.G., Borodin K.V.

Dynamic modes of functioning of the voltage converter with pulse-frequency modulation

The mathematical model of the voltage converter with pulse-frequency modulation is created. The analytical technique of finding of periodic decisions of systems such is constructed. The bifurcations analysis of dynamic modes of functioning of the voltage converter with pulse-frequency modulation is carried out.

Keywords: converter of electric energy, pulse-frequency modulation, bifurcations analysis, quasiperiodic signal, nondeterministic modes.