УДК 004.021

Л.И. Сучкова, А.Г. Якунин

Метод ε-областей оценки состояния объекта контроля в линейном приближении модельной функции

Рассматривается метод оценки состояния объекта контроля, основанный на вычислении в режиме реального времени области допустимых значений параметров линейной модельной функции, описывающей детерминированную составляющую наблюдаемого сигнала. Рассмотрена модификация метода, учитывающая скорость изменения функции сопровождения, формирующей область неопределенности амплитуды сигнала.

Ключевые слова: объект контроля, модельная функция, метод ε-областей, функция сопровождения.

Постановка задачи. Решение задач оценки состояния объекта контроля основано на обработке информационных сигналов, которые в общем случае зависят от случайных факторов и не могут быть заданы аналитически как функция времени. Учет априорной неопределенности при обработке сигналов рассмотрен в интервальном анализе [1–3], однако его методы предполагают наличие аналитической зависимости между выходными переменными *y*, входными переменными *x* и параметрами *a*. В работах [4, 5] с применением метода ε-слоя рассмотрена интервальная оценка потенциальной точности измерительных преобразователей и погрешности методов контроля, для которых отсутствует аналитическая зависимость вида $y = F(x,a)$. Однако применение метода ε-слоя дает завышенные значения для интервальных оценок, и его модель не позволяет сузить интервал неопределенности. Кроме того, не учитываются свойства заданных на ε-слое функций, что не дает возможности нахождения интервальной оценки по конкретной реализации сигнала. В связи с этим возникает противоречие между необходимостью оценки параметров сигнала и соответственно состояния объекта контроля в режиме реального времени и отсутствием метода для нахождения области допустимых значений параметров сигнала в пространстве параметров по его реализации. Разработка указанного метода для случая линейного приближения при описании модельной функции на интервале наблюдения является целью данной работы.

Будем считать, что сигнал является в общем случае функцией пространственно-временных координат $\mathbf{r}^{\mathrm{T}} = (x, y, z, t)$ и вектора параметров $\boldsymbol{\lambda}$. Область координат разбита на множество доменов $DM = \{dm_q\}$, $|DM| = Q$, в каждом из которых сигнал характеризуется своей моделью поведения. Пусть с учетом погрешностей измерений и влияния случайных факторов модель реального сигнала в каждом домене *q* имеет вид

$$Y(r,\lambda) = E_{mq}(r,\lambda) + \Phi_q(r),$$

где $Y(r,\lambda)$ – наблюдаемая реализация сигнала, $E_{mq}(r,\lambda)$ – определенная с точностью до параметров модельная функция, описывающая сигнал, с номером типа *m* из группы функций $\{E_m(r,\lambda)\}$, $m \in \{0,1,...,N\}$; $\Phi_q(r)$ – функция сопровождения. Аналитический вид функции сопровождения $\Phi_q(r)$ неизвестен, однако область ее значений ограничена в силу ограниченности амплитуды реального сигнала. Рассмотрим случай, когда область значений функции сопровождения принадлежит интервалу $[-\varepsilon_0^-, \varepsilon_0^+]$, где $\varepsilon_0^-, \varepsilon_0^+$ – неотрицательные величины, для которых выполняются соотношения $|\varepsilon_0^-| << |E_{m_q}(r,\lambda)|$, $|\varepsilon_0^+| << |E_{m_q}(r,\lambda)|$. Ансамбль $\Phi_q(r)$ образует слой неопределенности в окрестности модельной функции, толщина которого в общем случае может зависеть от *r*. Основным требованием к модельной функции являются непрерывность и простота вычисления в реальном времени на устройстве с ограниченными вычислительными возможностями. Для компонент вектора $\boldsymbol{\lambda}$ в общем случае не выполняется условие независимости, и их интервальные оценки представляют собой область в пространстве параметров, которая должна изменяться в процессе обработки данных реализации сигнала.

Метод нахождения интервальных оценок параметров λ при условии ограниченности области значений функции сопровождения $\Phi_q(r)$ будем реализовывать как итерационную процедуру. На каждой итерации осуществляется уточнение границ области допустимых значений интервальных оценок в пространстве параметров и сравнение этой области с областью значений параметров, соответствующих либо нештатной ситуации на объекте контроля, либо его штатному состоянию.

Для простоты вектор **r** представим единственной временной компонентой t, что не является принципиальным ограничением. Определение области Λ допустимых текущих интервальных значений параметров λ осуществляется в соответствии с типом модельной функции. Для простоты изложения метода рассмотрим линейную модельную функцию $E_1(r,\lambda)=\lambda_1\cdot r+\lambda_0$.

На первой итерации метода по реализации сигнала в точках $r = 0$ и $r = dr$ с учетом области значений функции сопровождения вычисляется интервал для параметра λ_0, так как согласно типу модельной функции параметр λ_1 при $r = 0$ не влияет на ее значение. При этом верхняя $\lambda^{\max}$ и нижняя $\lambda^{\min}$ границы оценки параметра λ_0 равны

$$\hat{\lambda}_0^{\max 1}=Y(0,\lambda)+\varepsilon_0^-,\ \hat{\lambda}_0^{\min 1}=Y(0,\lambda)-\varepsilon_0^+. \tag{1}$$

Цифра в верхнем индексе параметра соответствует номеру итерации алгоритма. Оценки верхней и нижней границ параметра λ_1 зависят от значений параметра λ_0, поэтому будем вычислять оценки параметра λ_1 в точках, где параметр λ_0 принимает минимально и максимально возможные значения (рис. 1):

$$\hat{\lambda}_1^{\min 1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\max 1}}=\frac{Y(dr,\lambda)-Y(0,\lambda)-\mathrm{wid}[-\varepsilon_0^-,\varepsilon_0^+]}{dr},\quad \hat{\lambda}_1^{\max 1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\max 1}}=\hat{\lambda}_1^{\min 1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\min 1}}=\frac{Y(dr,\lambda)-Y(0,\lambda)}{dr},$$

$$\hat{\lambda}_1^{\max 1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\min 1}}=\frac{Y(dr,\lambda)-Y(0,\lambda)+\mathrm{wid}[-\varepsilon_0^-,\varepsilon_0^+]}{dr}. \tag{2}$$

Вычисленные по формулам (1) и (2) интервальные оценки компонент вектора параметров λ формируют в пространстве параметров четырехугольник с вершинами, соответствующими минимальным и максимальным значениям параметров.

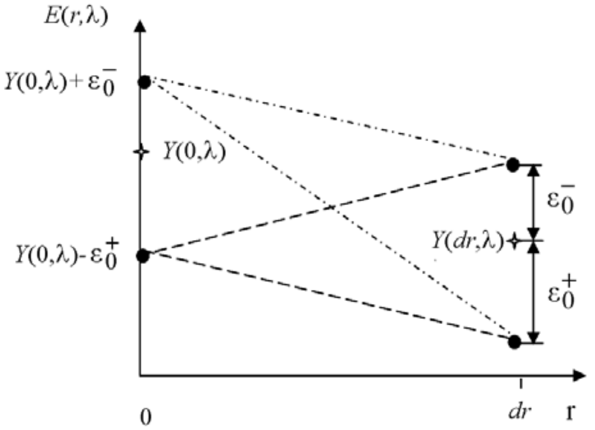

Рис. 1. Оценка параметров модельной функции $E_1(r, \lambda)$ на первой итерации метода ε-областей

Будем называть область допустимых интервальных оценок компонент вектора параметров при наложенных ограничениях на область изменения функции сопровождения $\Phi(r)$ ε-областью. Обозначим ε-область, полученную на первой итерации работы алгоритма, через OE_1, она же на первой итерации будет являться результирующей областью OR допустимых значений параметров.

На последующих шагах алгоритма по реализации сигнала в точках $r = i\cdot dr$ и $r = (i+1)\cdot dr$ для итерации с номером $i \ge 1$ по формулам (3) вычисляются нижняя и верхняя границы оценок $\hat{\lambda}_0^{\min i+1}$ и $\hat{\lambda}_0^{\max i+1}$ параметра λ_0, а также нижние и верхние границы оценок параметра λ_1 для различных значений параметра λ_0:

$$\hat{\lambda}_0^{\max i+1}=Y(i\cdot dr,\lambda)+\varepsilon_0^-,\quad \hat{\lambda}_0^{\min i+1}=Y(i\cdot dr,\lambda)-\varepsilon_0^+,$$

$$\hat{\lambda}_1^{\min i+1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\max i+1}}=\frac{Y((i+1)\cdot dr,\lambda)-Y(i\cdot dr,\lambda)-\mathrm{wid}[-\varepsilon_0^-,\varepsilon_0^+]}{dr},$$

$$\hat{\lambda}_1^{\max i+1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\max i+1}} = \hat{\lambda}_1^{\min i+1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\min i+1}} = \frac{Y((i+1)\cdot dr,\lambda) - Y(i\cdot dr,\lambda)}{dr},$$

$$\hat{\lambda}_1^{\max i+1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\min i+1}} = \frac{Y((i+1)\cdot dr,\lambda) - Y(i\cdot dr,\lambda) + \mathrm{wid}[-\varepsilon_0^-,\varepsilon_0^+]}{dr}. \quad (3)$$

Вычисленные по (3) значения являются координатами вершин четырехугольника, образующего ε-область OE_{i+1} в пространстве параметров. Для формирования результирующей ε-области *OR* допустимых значений параметров модельной функции на каждой итерации необходимо определять пересечение текущей области *OR* и ε-области OE'_{i+1}, координаты вершин которой получены из координат вершин ε-области OE_{i+1} путем переноса начала координат из точки ($i\cdot dr$,0) в точку (0,0). В общем случае задача определения результирующей ε-области *OR* сводится к задаче определения координат вершин многоугольника, являющегося пересечением текущей ε-области *OR*, сформированной по истории реализации сигнала, и ε-области OE'_{i+1}. При решении этой задачи использовался метод О'Рурка. На каждой итерации метода происходит уменьшение площади результирующей ε-области, что соответствует уточнению интервальных оценок параметров модельной функции и снижению неопределенности по мере появления информации об очередных отсчетах реализации контролируемого сигнала (рис. 2).

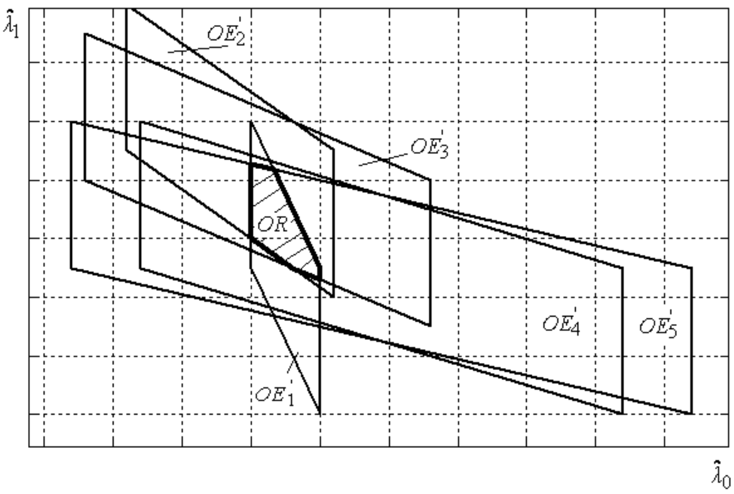

Рис. 2. Результирующая ε-область *OR* оценки параметров модельной функции $E_1(r,\lambda)$

Рассмотрим метод определения интервальных оценок параметров модельной функции при введении ограничений на скорость изменения функции сопровождения $\Phi_q(r)$. Предположим, что функция сопровождения имеет вид $\Phi_q(r) = \Phi_0 + v\cdot r$, причем $\Phi_0 \in [-\varepsilon_0^-,\varepsilon_0^+]$, $v \in [-\varepsilon_v^-,\varepsilon_v^+]$, где $\varepsilon_0^-,\varepsilon_0^+,\varepsilon_v^-,\varepsilon_v^+$ – неотрицательные величины, для которых выполняются соотношения $|\varepsilon_0^-| << |E(r,\lambda)|$, $|\varepsilon_0^+| << |E(r,\lambda)|$, $|\varepsilon_v^+| << |\Phi_q(r)|$, $|\varepsilon_v^-| << |\Phi_q(r)|$. Интервал $[-\varepsilon_v^-,\varepsilon_v^+]$ определяет ограничения по производной $d\Phi_q(r)/dr$, иллюстрируемые рис. 3. Если функция сопровождения в точке $r = 0$ принимает значение, соответствующее верхней границе Φ_0 (точка *A*), то на интервале [0, *dr*] ее значение должно принадлежать области I. Если же $\Phi_q(0)$ принимает значение, соответствующее нижней границе Φ_0 (точка *B*), то на интервале [0, *dr*] ее значение должно принадлежать области II.

Очевидно, что для выполнения ограничений на область значений функции сопровождения необходимо, чтобы выполнялось условие невыхода $\Phi_q(r)$ за границы слоя неопределенности в течение интервала наблюдения *dr* при нахождении скорости изменения функции сопровождения в пределах интервала $[-\varepsilon_v^-,\varepsilon_v^+]$, т.е. должны выполняться условия $\varepsilon_v^+\cdot dr < \mathrm{wid}[-\varepsilon_0^-,\varepsilon_0^+]$, $-\varepsilon_v^+\cdot dr < \mathrm{wid}[-\varepsilon_0^-,\varepsilon_0^+]$.

Рассмотрим, каким образом введенные ограничения на скорость изменения функции сопровождения влияют на определение области допустимых интервальных оценок параметров модельной функции. На первой итерации метода сначала вычисляется интервал для параметра λ_0, так как в точке $r = 0$ он зависит только от величин $\varepsilon_0^-, \varepsilon_0^+$, причем верхняя и нижняя границы оценки параметра λ_0 вычисляются по формулам (1).

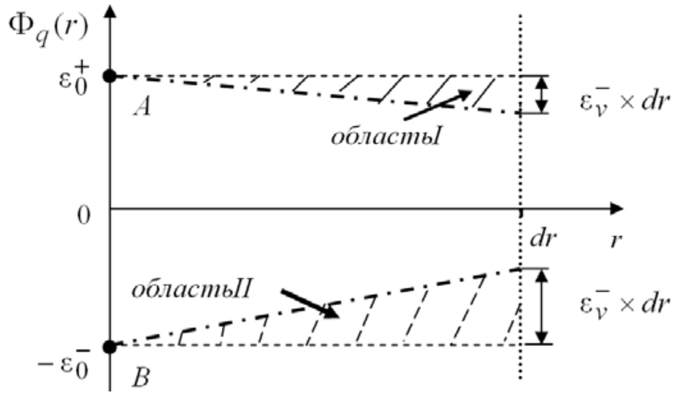

Рис. 3. Ограничения на изменение производной функции сопровождения

Для вычисления оценок параметра λ_1 рассмотрим взаимосвязь между изменениями функции сопровождения и модельной функцией при условии учета отсчетов текущей реализации сигнала. Если функция сопровождения не равна константе и уменьшается со скоростью, не превышающей максимально возможную скорость падения ε_v^-, то модельная функция должна возрастать на интервале между смежными отсчетами, чтобы результирующий сигнал оставался в пределах области неопределенности. Если $\Phi_q(r)$ увеличивается со скоростью, не превышающей максимально возможную скорость роста ε_v^+, то модельная функция, наоборот, должна убывать по тем же самым причинам. Опираясь на данные закономерности, будем вычислять значения оценок параметра λ_1 по формулам:

$$\hat{\lambda}_1^{\min 1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\min 1}} = \frac{Y(dr,\lambda) - Y(0,\lambda) + \varepsilon_v^- \cdot dr}{dr}, \quad \hat{\lambda}_1^{\max 1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\max 1}} = \frac{Y(dr,\lambda) - Y(0,\lambda) - \varepsilon_v^+ \cdot dr}{dr},$$

$$\hat{\lambda}_1^{\max 1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\min 1}} = \frac{Y(dr,\lambda) - Y(0,\lambda) + wid[-\varepsilon_0^-, \varepsilon_0^+] - \varepsilon_v^+ \cdot dr}{dr},$$

$$\hat{\lambda}_1^{\min 1}\Big|_{\hat{\lambda}_0^{\max 1}} = \frac{Y(dr,\lambda) - Y(0,\lambda) - \mathrm{wid}[-\varepsilon_0^-, \varepsilon_0^+] + \varepsilon_v^- \cdot dr}{dr}. \tag{4}$$

Вычисленные по (1) и (4) интервальные оценки параметров λ_0 и λ_1 формируют в пространстве параметров ε-область OE_1^v, являющейся на первой итерации результирующей областью *OR* допустимых значений параметров. Для последующих итераций по реализации сигнала в точках $r = i \cdot dr$ и $r = (i+1) \cdot dr$ для $i \ge 1$ по формулам, аналогичным (4), но с заменой точек 0 и dr соответственно на точки $i \cdot dr$ и $(i + 1) \cdot dr$, вычисляются нижняя и верхняя границы оценок параметра λ_0 и нижние и верхние границы оценок параметра λ_1 для различных значений параметра λ_0. Эти граничные значения оценок параметров модельной функции являются координатами вершин ε-области OE_{i+1}^v в пространстве параметров. Определение координат вершин результирующей ε-области *OR* допустимых значений параметров модельной функции осуществляется путем пересечения текущей ε-области *OR* и ε-области $OE_{i+1}^{v'}$, координаты вершин которой получены из координат вершин ε-области OE_{i+1}^v при переносе начала координат из точки $(i \cdot dr, 0)$ в точку $(0, 0)$. Результаты расчетов для различных скоростей изменения функции сопровождения и различной динамики наблюдаемой реализации сигнала показывают, что наложение ограничений на функцию сопровождения позволяет на каждой итерации метода сужать ε-область допустимых значений параметров модельной функции, причем можно отметить, что ε-область, определенная при наличии ограничений на скорость изменения функции сопровождения, является внутренней для ε-области, вычисленной при отсутствии ограничений, что свидетельствует о повышении точности оценивания параметров модельной функции.

Заключение. На основе проведенных исследований возможно сделать следующие выводы:

1. Предложенный метод позволяет по реализации сигнала вычислять интервальные оценки параметров в линейном приближении модельной функции, что является развитием и практическим применением нового направления интервального анализа не только к параметрически заданным функциям, но и к многомерным континуальным сигналам.

2. Определенные в пространстве параметров границы ε-области характеризуют состояние объекта контроля и в дальнейшем могут быть использованы для целей контроля и/или управления в информационно-измерительных и управляющих системах. Разработанный метод целесообразно применять в условиях, когда законы статистики в конкретной ситуации не соблюдаются в силу нестационарного и неэргодического характера наблюдаемого сигнала и когда требуется повышенная надежность оценки. Возможные области его применения – различные оптико-электронные системы, системы охраны, распознавания образов, оперативного технологического контроля, медицинские диагностические комплексы. Основным ограничением метода является необходимость наличия достаточной априорной информации для составления адекватной модели ε-слоя, а также необходимость описания наблюдаемых шумов и помех в виде аддитивной составляющей. В настоящее время метод ε-областей проходит апробацию при анализе сигналов в системах температурного мониторинга и оперативного контроля энергоресурсов.

Литература

1. Шокин Ю.И. Интервальный анализ. – Новосибирск: Наука, 1981. – 112 с.
2. Калмыков С.А. Методы интервального анализа / С.А. Калмыков, Ю.И. Шокин, З.Х. Юлдашев. – Новосибирск: Наука, 1986. – 224 с.
3. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf , свободный (дата обращения: 25.04.2013).
4. Сучкова Л.И. Применение интервальных оценок в приборах и методах контроля для выделения информационных параметров квазидетерминированных сигналов / Л.И. Сучкова, А.Г. Якунин // Вестник Югорского гос. ун-та. – 2011. – Вып. 2(21). – С. 69–81.
5. Сучкова Л.И. Оценка параметров квазидетерминированных информативных сигналов методом ε-слоя / Л.И. Сучкова, А.Г. Якунин // Вестник ДагГТУ. Технические науки. – 2011. – № 4(23). – С. 11–22.

Сучкова Лариса Иннокентьевна
Профессор каф. вычислительных систем и информационной безопасности АлтГТУ
Тел.: 8 (385-2) 29-07-86
Эл. почта: lis@agtu.secna.ru

Якунин Алексей Григорьевич
Зав. каф. вычислительных систем и информационной безопасности АлтГТУ
Тел.: 8 (385-2) 29-07-86
Эл. почта: yakunin@agtu.secna.ru

Suchkova L.I., Yakunin A.G.

The ε-areas method of the estimation of the condition of object of the control in linear approach of modelling function

In paper the method of an estimation of a state of the controlled object, based on an evaluation in a condition of real time of area of admissible values of parametres of the linear modelling function describing the determined component of an observable signal is considered. The modification of a method considering a velocity of a variation of function of support, uncertainty of amplitude of a signal forming area is considered.

Keywords: control object, modelling function, method ε-areas, support function.