

УДК 621.37/39.001.5

А.И. Андриянов

## Алгоритм автоматического расчета бифуркационных значений параметров непосредственного понижающего преобразователя напряжения

Предложен алгоритм автоматического расчета бифуркационных значений параметров замкнутой системы автоматического управления с непосредственным понижающим преобразователем. Алгоритм может быть использован при создании специализированного программного обеспечения для автоматизации расчетов замкнутых импульсных систем. Созданный алгоритм остается работоспособным при любом типе бифуркационного перехода, определяющего критическое значение параметра системы.

**Ключевые слова:** нелинейная динамика, бифуркация, импульсный преобразователь.

Импульсные источники вторичного питания с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) на сегодняшний момент достаточно распространены в различных промышленных устройствах и системах. Они в общем случае представляют собой замкнутые импульсные системы автоматического управления (САУ), склонные к возникновению колебаний большой амплитуды, что может привести к выходу из строя элементов преобразователя [1, 2].

Непосредственный понижающий преобразователь с позиций нелинейной динамики является наиболее изученным [1–6]. Существующие работы в основном посвящены созданию математических моделей понижающего преобразователя и исследованию особенностей бифуркационных переходов, реализующихся в пространстве его параметров.

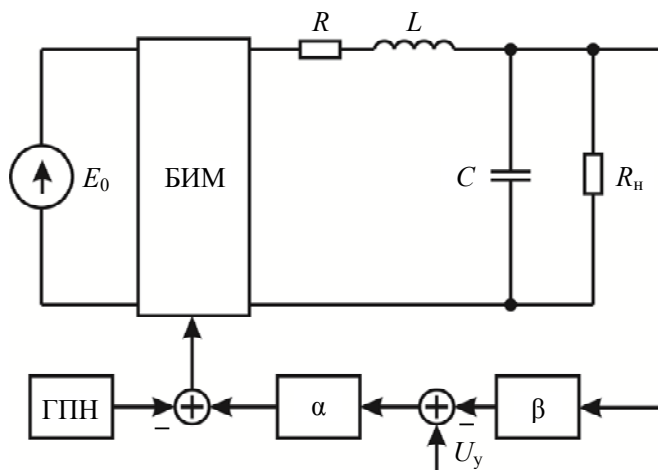


Рис. 1. Схема замещения замкнутой импульсной системы с понижающим преобразователем

Очевидно, что полученные результаты полезны с точки зрения инженерного проектирования, поскольку позволяют предварительно оценить бифуркационные значения параметров системы, превышение которых ведет к неустойчивости проектного одноциклового режима [1, 2] или появлению областей мультистабильности. В работе [5] получено аналитическое описание С-бифуркационной границы для системы с ШИМ первого рода. Однако для ШИМ второго рода, которая является более распространенной, эта задача в аналитической форме решена быть не может.

Кроме того, на основе существующей алгоритмической базы невозможно реализовать автоматический расчет бифуркационных значений параметров с помощью численных методов. Это требуется, например, при получении обучающей выборки для построения регрессионных моделей.

Как известно, под областью конвергентности проектного режима подразумевается область существования одноциклового режима и его единственности [2]. Выход за границу указанной области не гарантирует проектный одноциклового режима. Под бифуркационным значением параметра системы будем понимать значение, при котором происходит рождение нового режима – периодического или хаотического [2]. В работах [1–4] в качестве настраиваемого параметра, бифуркационное значение которого определяется, рассматривается коэффициент усиления пропорционального регулятора, что тоже будет принято в этой работе. Также будет рассматриваться только бифуркационная граница, которая непосредственно прилегает к области конвергентности проектного режима.

Проблема автоматического расчета бифуркационного значения параметра заключается в большом разнообразии возможных бифуркационных переходов, реализующихся на данной границе (например, суперкритическая бифуркация, субкритическая бифуркация, С-бифуркация [6]). Стоит заметить, что при рассмотрении широкого диапазона параметров системы предсказать тип бифуркационного перехода не представляется возможным. Поэтому алгоритм расчета бифуркационного значения параметра должен не зависеть от типа бифуркационного перехода и позволять рассчитывать это значение с приемлемой для практики точностью.

Схема замещения, отражающая основные физические свойства объекта, представлена на рис. 1 [1–3]. Здесь приняты следующие обозначения:  $E_0$  – напряжение источника питания;  $R, L, C$  – параметры непрерывной части (выходного фильтра);  $R_H$  – сопротивление нагрузки;  $\beta$  – масштабный коэффициент цепи обратной связи;  $U_y$  – напряжения управления; ГРН – генератор развертывающего напряжения; БИМ – блок импульсной модуляции.

Представленная на рис. 1 схема замещения описывается системой дифференциальных уравнений второго порядка [1–3]

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot K_F(\varphi_k), \quad (1)$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{(CR_H)} \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} E_0/L \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix};$$

$$\varphi_k(z_k) = \alpha(U_y - \beta \cdot x_{2tk}(z_k)) - U_p z_k. \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{A}$  – матрица постоянных коэффициентов;  $\mathbf{B}$  – вектор вынуждающих воздействий;  $\mathbf{X}$  – вектор переменных состояния;  $K_F$  – коммутационная функция [1];  $i_L$  – ток дросселя;  $u_C$  – напряжение на конденсаторе;  $z_k$  – коэффициент заполнения на  $k$ -м тактовом интервале;  $\varphi_k$  – разностная функция;  $x_{2tk}$  – значение переменной  $x_2$  в моменты коммутации.

Значения переменных состояния в моменты коммутации могут быть рассчитаны:

$$\mathbf{X}_{tk}(\mathbf{X}_{k-1}, z_k) = e^{\mathbf{A} \cdot a \cdot z_k} \cdot \mathbf{X}_{k-1} + (e^{\mathbf{A} \cdot a \cdot z_k} - \mathbf{E}) \cdot \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{E}$  – единичная матрица;  $\mathbf{X}_{k-1}$  – значение вектора переменных состояний в  $(k-1)$ -й тактовый момент.

Функция стробоскопического отображения, для САУ, описываемой (1), (2) имеет вид [1–3]

$$\mathbf{X}_k(\mathbf{X}_{k-1}, z_k) = e^{\mathbf{A} \cdot a} \cdot \mathbf{X}_{k-1} + (e^{\mathbf{A} \cdot a} - e^{\mathbf{A} \cdot (1-z_k) \cdot a}) \cdot \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}. \quad (4)$$

### Поиск периодических режимов замкнутой системы с ШИМ

На сегодняшний момент для понижающего преобразователя известны три метода поиска периодических режимов: метод установления (МУ) [1–3], базирующийся на численно-аналитических методах, метод уравнения периодов и метод неподвижной точки (МНТ). Метод установления достаточно подробно рассмотрен в [1–3], поэтому здесь не приводится.

Метод неподвижной точки отображения (4) разработан для ШИМ первого рода [7]. В отличие от метода уравнения периодов, метод неподвижной точки не требует знания типов режима [6], а требует знания только кратности цикла  $m$ .

Адаптируем данный метод для преобразователя с ШИМ второго рода [8].

В данном случае для  $m$ -цикла неподвижная точка отображения может быть представлена

$$\mathbf{X}_m = \mathbf{P}^{(m)}(\mathbf{X}_1),$$

где  $\mathbf{P}^{(m)}$  – функция отображения для  $m$ -цикла, получаемая на основе выражения (4) последовательной подстановкой. Для периодического режима  $\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_m$ , где  $\mathbf{X}_1$  – значение вектора переменных состояний в первый тактовый момент периода  $m$ -цикла;  $\mathbf{X}_m$  – значение вектора переменных состояний в последний тактовый момент периода  $m$ -цикла.

Поиск неподвижной точки  $m$ -цикла сводится к решению уравнения

$$\Phi(\mathbf{X}) = \mathbf{X} - \mathbf{P}^{(m)}(\mathbf{X}) = 0.$$

Данное уравнение может быть решено с помощью метода Ньютона, итерационное выражение которого имеет вид

$$\mathbf{X}^{(n+1)} = \mathbf{X}^{(n)} - \left( \frac{d\Phi(\mathbf{X}^{(n)})}{d\mathbf{X}} \right)^{-1} \cdot \Phi(\mathbf{X}^{(n)}), \quad n=0,1,2,\dots, \quad (5)$$

$n$  – номер итерации.

Производная, входящая в выражение (5), может быть представлена как

$$\frac{d\Phi(\mathbf{X})}{d\mathbf{X}} = \mathbf{E} - \frac{d\mathbf{P}^{(m)}(\mathbf{X})}{d\mathbf{X}},$$

где  $\mathbf{E}$  – единичная матрица.

Производная  $d\mathbf{P}^{(m)}(\mathbf{X})/d\mathbf{X}$  рассчитывается на основании выражения

$$\frac{d\mathbf{P}^{(m)}(\mathbf{X})}{d\mathbf{X}} = \prod_{k=1}^m \frac{d\mathbf{X}_k}{d\mathbf{X}_{k-1}},$$

где  $d\mathbf{X}_k(\mathbf{X}_{k-1}, z_k)/d\mathbf{X}_{k-1}$  находится дифференцированием сложной функции

$$\frac{d\mathbf{X}_k(\mathbf{X}_{k-1}, z_k)}{d\mathbf{X}_{k-1}} = \frac{\partial \mathbf{X}_k(\mathbf{X}_{k-1}, z_k)}{\partial \mathbf{X}_{k-1}} + \frac{\partial \mathbf{X}_k(\mathbf{X}_{k-1}, z_k)}{\partial z_k} \cdot \left| \frac{\partial z_k}{\partial \mathbf{X}_{k-1}} \right|^T.$$

На основании выражения (4) можно найти производную

$$\frac{\partial \mathbf{X}_k(\mathbf{X}_{k-1}, z_k)}{\partial \mathbf{X}_{k-1}} = e^{\mathbf{A}a}.$$

На основании (4) находим

$$\frac{\partial \mathbf{X}_k(\mathbf{X}_{k-1}, z_k)}{\partial z_k} = \mathbf{A}ae^{\mathbf{A}(1-z_k)a} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} = ae^{\mathbf{A}(1-z_k)a} \mathbf{B}.$$

Дифференцируем неявную функцию  $\varphi_k(z_k) = 0$

$$\frac{\partial \varphi_k(z_k)}{\partial x_{ik-1}} + \frac{\partial \varphi_k(z_k)}{\partial z_k} \cdot \frac{\partial z_k}{\partial x_{ik-1}} = 0,$$

где  $i=1,2$  – номер компоненты вектора  $\mathbf{X}$ .

Отсюда имеем

$$\frac{\partial z_k}{\partial x_{ik-1}} = - \frac{\partial \varphi_k(z_k)}{\partial x_{ik-1}} \cdot \frac{\partial \varphi_k(z_k)}{\partial z_k}.$$

Определяем производную  $\partial \varphi_k(z_k)/\partial z_k$  на основании выражения (2):

$$\frac{\partial \varphi_k(z_k)}{\partial z_k} = -\alpha \cdot \beta \cdot \frac{\partial x_{2tk}}{\partial z_k} - U_{on}.$$

Значение переменных состояния в момент коммутации определяется по выражению

$$\mathbf{X}_{tk}(\mathbf{X}_{k-1}, z_k) = \mathbf{A}ae^{\mathbf{A}z_k a} \mathbf{X}_{k-1} + (e^{\mathbf{A}z_k a} - \mathbf{E}) \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}.$$

Находим производную  $\partial \mathbf{X}_{tk}(\mathbf{X}_{k-1}, z_k)/\partial z_k$  на основании (3):

$$\frac{\partial \mathbf{X}_{tk}(\mathbf{X}_{k-1}, z_k)}{\partial z_k} = \mathbf{A}ae^{\mathbf{A}z_k a} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{A}ae^{\mathbf{A}z_k a} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}.$$

Определяем производную  $\partial \varphi_k(z_k)/\partial x_{ik-1}$

$$\frac{\partial \varphi_k(z_k)}{\partial x_{ik-1}} = -\alpha \cdot \beta \cdot \frac{\partial x_{2tk}}{\partial x_{ik-1}}, \quad (6)$$

где производные в (6) являются компонентами второй строки матрицы, полученной по выражению

$$\frac{\partial \mathbf{X}_{tk}(\mathbf{X}_{k-1}, z_k)}{\partial \mathbf{X}_{k-1}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_{1tk}}{\partial x_{1k-1}} & \frac{\partial x_{1tk}}{\partial x_{2k-1}} \\ \frac{\partial x_{2tk}}{\partial x_{1k-1}} & \frac{\partial x_{2tk}}{\partial x_{2k-1}} \end{vmatrix} = e^{\mathbf{A}z_k a}.$$

**Алгоритм автоматического расчета бифуркационного значения параметра**

Блок-схема алгоритма поиска бифуркационного значения параметра системы представлена на рис. 2. На рис. 3 в качестве примера приводится графическое пояснение процесса поиска бифуркационного значения коэффициента пропорционального регулятора в области субкритической С-бифуркации [6]. В данном случае имеется область мультистабильности, в которой одновременно устойчивы проектный одноцикловый режим  $(R_{1,1})^{st}$  и трехцикловый режим  $(R_{3,1})^{st}$  с большой амплитудой колебаний. Кроме того, существует неустойчивый трехцикловый режим  $(R_{3,2})^{ust}$  [4]. В данных обозначениях первый индекс – кратность периода  $m$ ; второй индекс – номер режима на диаграмме;  $st$  – устойчивый режим;  $ust$  – неустойчивый режим.

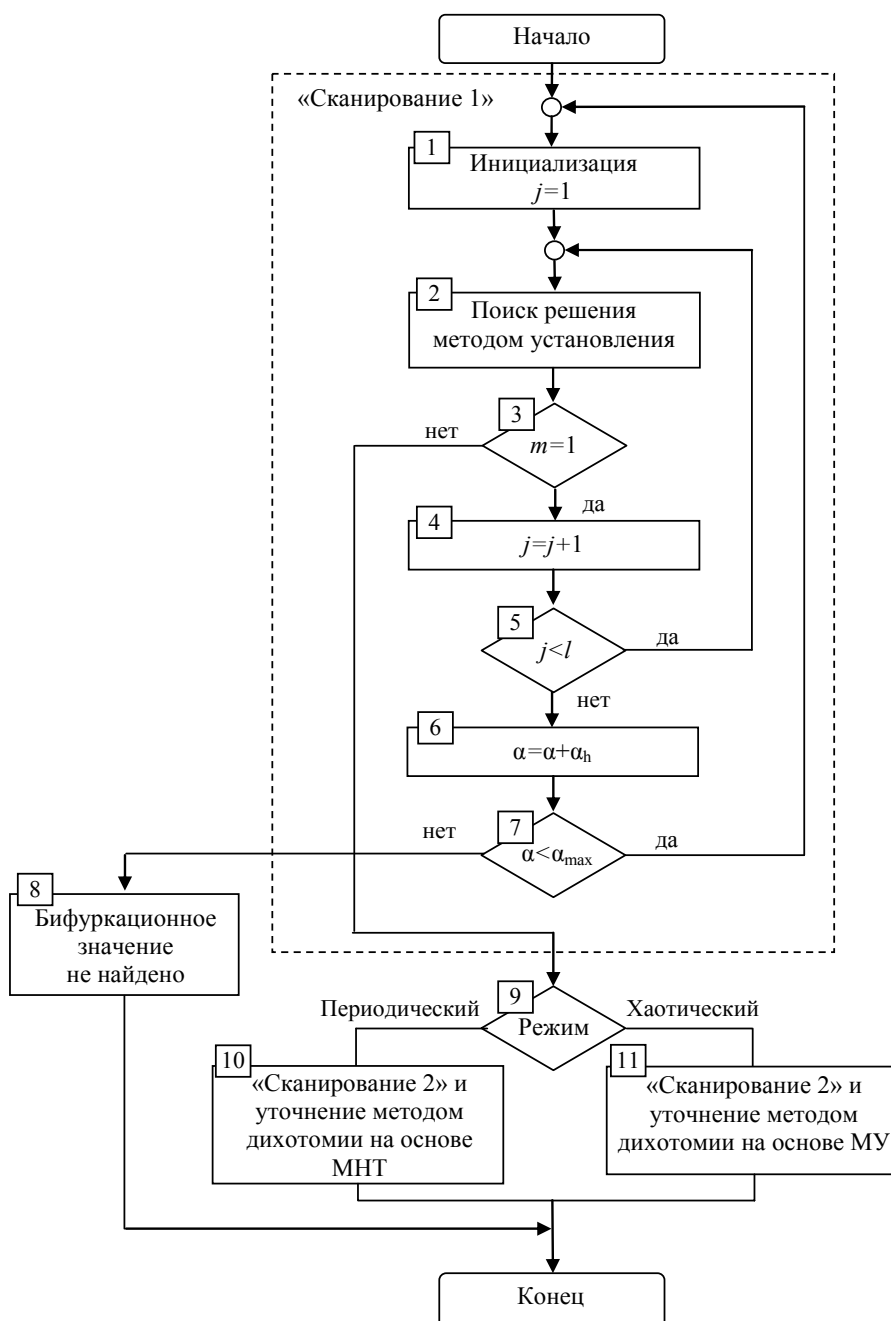


Рис. 2. Блок-схема алгоритма расчета бифуркационных значений параметров замкнутой импульсной системы

При определенном наборе значений параметров коэффициент пропорционального регулятора увеличивается с заданным шагом  $\alpha_n$  и на каждой итерации цикла происходит расчет переходного процесса по методу установления со случайных начальных условий (группа блоков «Сканирование

1» на рис. 2 или процесс «Сканирование 1» на рис. 3). Метод установления выбран как обеспечивающий минимальное время поиска периодических решений в фазовом пространстве. Как показали исследования, методы неподвижной точки и уравнения периодов требуют большего объема расчета, поскольку для их запуска требуется знать период колебаний, а во втором случае еще и тип режима.

Расчет по методу установления (блок 1 на рис. 2) в рамках поставленной задачи имеет особенности: во-первых, необходимо правильно выбрать временной интервал для расчета переходного процесса, поскольку выбор излишне большого интервала приведет к необоснованному замедлению расчета, что в данном случае критично; во-вторых, необходимо обеспечить поиск нежелательных режимов в областях мультистабильности, поскольку пропуск такого режима может привести к росту погрешности расчета критического значения  $\alpha$ .

Для решения проблемы поиска нежелательных режимов в областях мультистабильности запуск расчета по методу установления повторяется несколько раз ( $l$  в блоке 5 на рис. 2) со случайных начальных условий. С целью ускорения выхода на установившийся режим, где собственно и определяется кратность периода  $m$ , начальные условия задаются в диапазоне  $\pm p U_{\text{вых ср}}$  и  $\pm p I_{\text{вых ср}}$ , где  $U_{\text{вых ср}}$  и  $I_{\text{вых ср}}$  – средние значения выходного напряжения и тока нагрузки, определяемые по выражениям  $U_{\text{вых ср}} = E_0 z_{k \text{ ст}}$  и  $I_{\text{вых ср}} = E_0 z_{k \text{ ст}} / R_H$ , где  $p$  – максимальное относительное отклонение сгенерированных начальных условий от установившихся средних значений тока дросселя и напряжения конденсатора (требуемые отклонения определяются интуитивно перед запуском расчета);  $z_{k \text{ ст}}$  – среднее значение коэффициента заполнения в установившемся режиме. Выбор начальных условий вблизи установившегося значения позволяет существенно сократить длительность расчета переходного процесса и, соответственно, ускорить расчет. Недостатком такого подхода является вероятность пропуска опасного режима, но в целом эта вероятность не высока или это не сильно влияет на конечный результат. Применение такого подхода – это компромисс между требуемой точностью расчета и его скоростью.

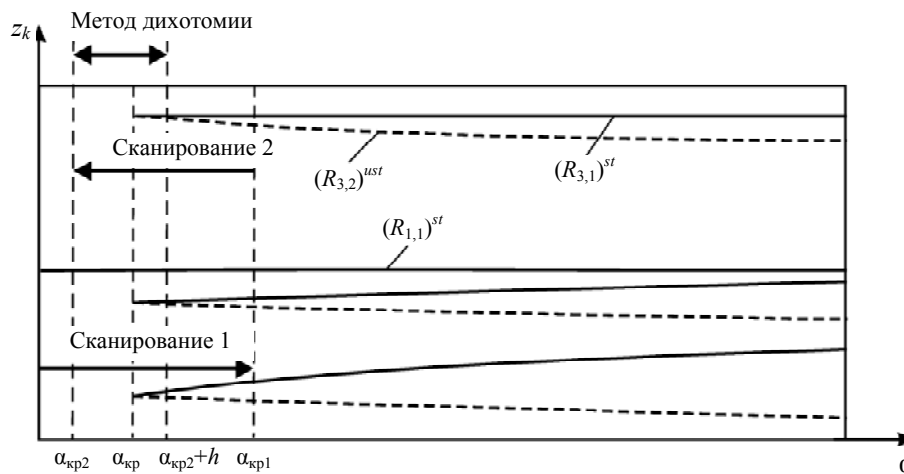


Рис. 3. К расчету критического значения коэффициента  $\alpha$  при субкритической С-бифуркации цикла с  $m=3$

При реализации метода установления, как упоминалось ранее, необходимо автоматически определять длительность интервала расчета переходного процесса, за который напряжение на выходе полностью установится.

Известно, что выходной фильтр понижающего преобразователя описывается передаточной функцией второго порядка [9]:

$$W(p) = \frac{R_H}{(LCR_H p^2 + (R_H RC + L)p + R + R_H)}$$

Можно показать, что для замкнутой системы автоматического управления с понижающим преобразователем передаточная функция имеет вид

$$W_{\text{зам}}(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\delta T p + 1},$$

где  $T = \sqrt{\frac{LCR_H}{R + R_H + \alpha\beta W_{им}R_H}}$ ;  $\delta = \frac{R_H RC + L}{2T(R + R_H) + 2\alpha\beta TW_{им}R_H}$ ;  $K = \frac{\alpha W_{им}R_H}{R + R_H + \alpha\beta W_{им}R_H}$ , где  $W_{им} = E_0/U_p$  – передаточная функция импульсного модулятора [10].

Из теории звеньев второго порядка известно, что длительность переходного процесса определяется по следующим критериям [11]: при  $\delta < 0,5$ :  $t_n = 3T/\delta$  – процесс колебательный; при  $0,5 < \delta < 1$ :  $t_n = 6T$  – процесс аperiодический; при  $\delta > 1$ :  $t_n = 6\delta T$  – процесс монотонный. Используя указанные критерии, можно в автоматическом режиме приближенно определять длительность расчета переходного процесса при старте с нулевых начальных условий. Это позволяет оптимизировать время расчета. На практике время расчета намеренно увеличивается в некоторое количество раз по сравнению с определенным по данным критериям. Также стоит заметить, что алгоритм предполагает старт с ненулевых случайных условий, так что выбранное время расчета, в некоторых случаях может быть избыточным, но это в большей степени гарантирует полное установление.

Приведенные выше критерии не являются точными. Для подтверждения завершенности переходного процесса в системе используется дополнительный алгоритм, базирующийся на параллельном расчете переходного процесса на основе непрерывной математической модели, полученной по методу осреднения пространства состояний [10]:

$$\frac{d\mathbf{X}_{cp}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_{cp} + \mathbf{B} \cdot z_{кст},$$

где  $\mathbf{X}_{cp} = [i_{лcp} \ u_{ср}]^T$ ;  $i_{лcp}$  – усредненное на тактовом интервале значение тока дросселя;  $u_{ср}$  – усредненное на тактовом интервале значение напряжения на конденсаторе.

Уравнение переходного процесса для такой системы дифференциальных уравнений имеет вид

$$\mathbf{X}_{cp}(t) = e^{\mathbf{A} \cdot t} \cdot (\mathbf{X}_{0cp} + \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot z_{кст}) - \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot z_{кст}. \tag{7}$$

На рис. 4 представлен сравнительный анализ. Первый график – это переходный процесс, рассчитанный по методу осреднения пространства состояний, а второй – переходный процесс, рассчитанный с использованием численно-аналитических методов [1, 2]. Некоторое отличие графиков обусловлено тем, что метод осреднения пространства состояний не учитывает нелинейности типа насыщения. С точки зрения поставленной задачи такое расхождение можно считать допустимым. Необходимость расчета переходного процесса по методу осреднения пространства состояний объясняется сложностью анализа временного ряда, полученного при расчете численно-аналитическими методами. Особенно это проявляется при хаотических процессах в установившемся режиме, связанных с большой амплитудой колебаний. В этом случае алгоритм проверки установления выходного напряжения будет работать со сбоями. Во временном ряде, полученном методом осреднения пространства состояний, отсутствуют колебания, связанные с ШИМ, поэтому такой сигнал анализировать проще.

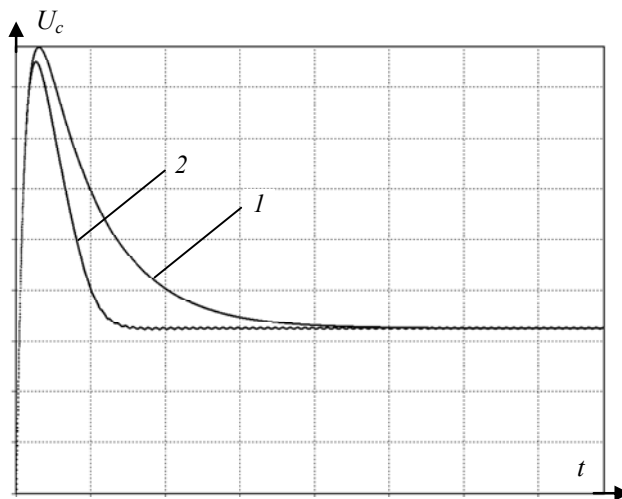


Рис. 4. Переходные процессы, полученные по методу осреднения пространства состояний (1) и численно-аналитическому методу (2)

На основании вышесказанного дополнительным условием завершенности переходного процесса является выражение

$$\frac{2}{N} \left| \sum_{k=1}^{N/2} u_{ср}(t_{\tau k}) - \sum_{k=N/2}^N u_{ср}(t_{\tau k+1}) \right| < \varepsilon, \tag{8}$$

где  $\varepsilon$  – наперед заданная точность выполнения условия (8);  $t_{\tau k}$  – начало  $k$ -го тактового интервала;  $t_{\tau k-1}$  – начало  $(k-1)$ -го тактового интервала;  $u_{ср}(t_{\tau k})$  – усредненное на тактовом интервале напряжение на конденсаторе в тактовые моменты времени, рассчитываемое на основании (7);  $N$  – число последних тактовых интервалов полученного по (7) временного ряда, выбранных для анализа факта установления выходного напряжения.

Фактически выражение (8) вычисляет разность между средним значением напряжения на конденсаторе в начале тактов на участке  $[k = 1 \dots N/2]$  и средним значением напряжения в начале тактов на участке  $[k = N/2 \dots N]$ . В случае равенства двух средних значений делается вывод о завершенности переходного процесса. В случае если условие (8) не выполняется, расчет переходного процесса продлевается на  $N$ -тактных интервалах. Так происходит заданное количество раз и в случае неудачи выдается ошибка установления.

После окончания расчета переходного процесса определяется кратность периода  $m$  найденного режима. Если  $m = 1$  (блок 3 на рис. 2), происходит увеличение текущего значения относительного коэффициента усиления пропорционального регулятора и переход на следующую итерацию цикла, а если  $m \neq 1$ , то цикл при  $\alpha = \alpha_{кр1}$  заканчивается (см. рис. 3). Стоит заметить, что  $\alpha_{кр1}$  может не являться бифуркационным значением  $\alpha$  (см. рис. 3), поскольку метод установления может не сойтись к нежелательному режиму непосредственно возле  $\alpha_{кр}$ , так как области притяжения нежелательного режима возле бифуркационных значений обычно малы.

На следующем этапе происходит переход к уточнению бифуркационного значения параметра  $\alpha$ . Для начала определяется тип найденного нежелательного режима (блок 9 на рис. 2). При найденном периодическом режиме начинается цикл поиска данного режима с использованием метода неподвижной точки (блок 10 на рис. 2). При этом  $\alpha$  начинает уменьшаться с шагом  $\alpha_h$  от значения  $\alpha_{кр1}$  (процесс «Сканирование 2» на рис. 3), а запуск МНТ осуществляется с начальных условий, полученных при предыдущем расчете. Применение метода неподвижной точки для уточнения бифуркационной границы связано с тем, что может иметь место мультистабильность, и в этом случае необходим метод, который гарантированно сойдется к режиму с  $m$ , отличному от единицы даже в этой области. Метод установления такого гарантировать не может. Последовательное уменьшение  $\alpha$  с шагом  $\alpha_h$  происходит до тех пор, пока метод неподвижной точки перестанет сходиться при  $\alpha = \alpha_{кр2}$ . После этого процесс «Сканирование 2» прекращается (см. рис. 3). Во время процесса сканирования контролируется устойчивость найденного 3-циклового режима (см. рис. 3), поскольку известно, что при субкритической С-бифуркации одновременно существует еще и неустойчивый трехцикловый режим  $(R_{2,3})^{уст}$  (см. рис. 3). Это позволяет не учитывать при расчете неустойчивые многоцикловые режимы, которые безопасны. Оценка локальной устойчивости режима проводится по методике [3].

После достижения точки  $\alpha_{кр2}$  начинает работать метод дихотомии, который на основе МНТ рассчитывает бифуркационную границу с заданной точностью на участке  $[\alpha_{кр2}, \alpha_{кр2} + \alpha_h]$  (см. рис. 3). На каждом шаге данного метода длина отрезка, на котором ищется бифуркационное значение параметра, уменьшается в два раза. Итерации заканчиваются, когда достигается заданная точность расчета бифуркационного значения параметра  $\epsilon_d$ .

В случае если в точке  $\alpha_{кр1}$  обнаружены хаотические колебания, процесс «Сканирование 2» происходит с использованием МУ (блок 11 на рис. 2). Отличим его от процесса «Сканирование 1» в данном случае будут уменьшенный в несколько раз шаг по  $\alpha$  и увеличенное в несколько раз число реализаций метода установления  $l$ . Это необходимо для повышения точности расчета бифуркационной границы, ограничивающей область одновременного существования проектного и хаотического режимов. Заключительное уточнение бифуркационного значения параметра также осуществляется с использованием метода дихотомии, но на основе МУ.

В таблице приведен сравнительный анализ бифуркационных значений коэффициента пропорционального регулятора, оцененных непосредственно по бифуркационным диаграммам со значениями, рассчитанными по предложенному алгоритму.

Результаты визуальной оценки по бифуркационным диаграммам можно считать истинными, поскольку в этом случае проводился глубокий анализ в ручном режиме с привлечением различных методов поиска периодических режимов. Исследования проводились при следующем базовом наборе параметров математической модели:  $L = 0,1$  Гн;  $C = 10^{-6}$  Ф;  $R = 10,6$  Ом;  $R_n = 100$  Ом;  $E_0 = 1040$  В;  $U_{оп} = 10$  В,  $a = 0,0001$  с – по аналогии с [2]. Параметры работы алгоритма были выбраны следующими: диапазон сканирования коэффициента  $\alpha$ : от 1 до 150; шаг по параметру  $\alpha$   $\alpha_h = 0,5$ ; количество реализаций метода установления на каждой итерации  $l = 5$ ; точность расчета бифуркационного значения параметра по методу дихотомии  $\epsilon_d = 0,01$ .

Анализ данных таблицы показывает, что наибольшая погрешность автоматического расчета может иметь место при определении критического значения параметра, связанного с рождением хаотических режимов. Однако полученные расхождения с точки зрения практики нельзя назвать

критичными. Конечно, данную таблицу нельзя назвать репрезентативной, однако при правильной настройке параметров работы алгоритма при любых условиях можно получить требуемую точность.

#### Сравнительный анализ результатов расчета бифуркационного значения коэффициента $\alpha$

№, п/п	Напряжение управления, В	Режим, определяющий бифуркационное значение $\alpha$	Результат визуальной оценки $\alpha_{кр}$ по бифуркационным диаграммам	Результат автоматического расчета $\alpha_{кр}$ по предложенному алгоритму
1	1	Хаотический	53,00	52,99
2	3	Хаотический	50,90	51,30
3	5	Трехцикловый	52,48	52,48
4	7	Двухцикловый	67,00	66,99
5	9	Хаотический	46,50	46,99

#### Выводы

1. Разработан универсальный алгоритм поиска критических значений параметров системы, при превышении которых возможен переход в опасные динамические режимы.
2. Предложенный алгоритм может быть применен к любой системе автоматического управления с пропорциональным регулятором на основе ШИМ с одной информационной точкой на тактовом интервале.
3. Работоспособность алгоритма обеспечивается в случае, если критическое значение параметра существует и единственно на всем интервале поиска.
4. Точность поиска зависит от шага по анализируемому параметру ( $\alpha_n$ ) и от количества запусков расчета методом установления на каждом шаге ( $I$ ).
5. Заданная точность определения бифуркационного параметра гарантируется только для мягких бифуркаций рождения многоцикловых периодических режимов. При рождении хаотических режимов точность расчета может падать в допустимых пределах. В этом случае точность можно повысить, уменьшив шаг по  $\alpha$ , но при этом вырастет время поиска.

#### Литература

1. Баушев В.С. Стохастичность в динамике стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием / В.С. Баушев, Ж.Т. Жусубалиев, С.Г. Михальченко // Электричество. – 1996. – № 3. – С. 47–53.
2. Баушев В.С. Нормальные структуры динамических объектов / В.С. Баушев, А.В. Кобзев, Ю.Н. Тановицкий // Аппаратно-программные средства автоматизации технологических процессов. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1997. – С. 146–152.
3. Исследование локальной устойчивости периодических режимов в нелинейных импульсных системах / О.А. Алейников, В.С. Баушев, А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко // Электричество. – 1991. – № 4. – С. 16–21.
4. Андриянов А.И. Сравнительная характеристика различных видов широтно-импульсной модуляции по топологии областей существования периодических режимов / А.И. Андриянов, Г.Я. Михальченко // Электричество. – 2004. – № 12. – С. 46–54.
5. Zhusubaliyev Zh.T. Multiple-Attractor Bifurcations and Quasiperiodicity in Piecewise-smooth Maps / Zh.T. Zhusubaliyev, E. Mosekilde, S. Banerjee // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2008. – Vol. 18, № 6. – P. 1775–1789.
6. Жусубалиев Ж.Т. Бифуркации и хаос в релейных и широтно-импульсных системах автоматического управления / Ж.Т. Жусубалиев, Ю.В. Колоколов // Машиностроение. – 2001. – № 1. – 120 с.
7. Сухотерин Е.А. Моделирование квазипериодической динамики импульсных систем автоматического регулирования: дис ... канд. техн. наук. – Курск, 2004. – 141 с.
8. Кобзев А.В. Модуляционные источники питания РЭА / А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко, Н.М. Музыченко. – Томск: Радио и связь, 1990. – 336 с.
9. Андриянов А.И. Транзисторные преобразователи напряжения: анализ и расчет. – Брянск: БГТУ, 2010. – 276 с.
10. Мелешин В.И. Транзисторная преобразовательная техника. – М.: Техносфера, 2005. – 632 с.
11. Воронов В.С. Показатели устойчивости и качества робастных систем управления // Теория и системы управления. – 1995. – № 6. – С. 49–54.



**Андрянов Алексей Иванович**

Доцент каф. «Электронные, радиоэлектронные и электротехнические системы»

Брянского государственного технического университета

Тел.: 8 (483-2) 56-36-02

Эл. почта: ereies-bgtu@yandex.ru

Andriyanov A.I.

**An Algorithm for automatically calculation bifurcation values of the parameters of the Buck-converter**

An algorithm for automatically calculation bifurcation values of parameters of the closed-loop system of automatic control with the buck-converter. The algorithm can be used at creation of the specialized software for automation of calculations of the closed-loop pulse systems. The created algorithm remains efficient at any type bifurcation the transition defining critical value of parameter of system.

**Keywords:** nonlinear dynamic, bifurcation, pulse converter.

---