

УДК 539.3

Е.В. Баянов, А.И. Гулидов

Распространение упругих волн в трубе

Проведено численное исследование задачи об ударе однородной трубы. Проанализировано изменение скорости волны в процессе распространения в трубе. Написана программа для визуализации результатов численного решения задачи.

Ключевые слова: распространение волн, упругие волны, волны в трубах.

Изучением двумерных волн в пластинах занимался Лэмб [1]. В своей работе он получил дисперсионные уравнения для симметричных и несимметричных мод таких волн. Газис в своей работе [2] получил точное решение волнового уравнения для упругого полого цилиндра и показал, что распространение неосесимметричных волн аналогично распространению волн Лэмба в развернутых трубах, т.е. пластинах. Использование волн Лэмба находит широкое применение в области неразрушающих методов контроля труб и их покрытий.

Волны Лэмба относятся к нормальным волнам. Нормальные волны, т.е. волны, распространяющиеся в теле без изменения формы, возникают в результате взаимных трансформаций и многократных отражений продольных и поперечных волн в тонком слое. Фазовая скорость волн Лэмба в слое малой толщины определяется с помощью формулы

$$c_{\lambda} = c_p \sqrt{\frac{1-2\nu}{(1-\nu)^2}}, \quad (1)$$

где c_p – скорость продольных волн; ν – коэффициент Пуассона.

Целью данной работы является численное исследование распространения упругих волн в тонких трубах и выявление зависимости скорости волны от параметров трубы.

Постановка задачи

Рассмотрим удар однородной медной трубы с внешним диаметром $D_{\text{вн}} = 10^{-2}$ мм и калибром $L/D_{\text{вн}} = 0,1 \div 10,0$ об абсолютно жесткую преграду. В расчетах выбирается завышенный предел текучести для обеспечения условия идеальной упругости, скорость удара во всех задачах равна 50 м/с. Характеристики материала, используемые при решении численной задачи, приведены в таблице.

Характеристики материала

$\rho, 10^3$ кг/м ³	$K, \text{ГПа}$	$\mu, \text{ГПа}$	$\lambda, \text{ГПа}$	ν	$C_E, 10^3$ м/с	$C_P, 10^3$ м/с	$C_S, 10^3$ м/с	$C_{\lambda}, 10^3$ м/с
8,9	137	48	105	0,34	3,8	4,75	2,32	4,05

Здесь ρ – плотность; K – объемный модуль упругости; μ – модуль сдвига; λ – постоянная Ламэ; ν – коэффициент Пуассона; C_E – стержневая скорость; C_P – скорость продольных волн; C_S – скорость поперечных волн; C_{λ} – скорость волн Лэмба (волн в тонком слое).

Данная задача решается в осесимметричной постановке с помощью программного комплекса KRUG, предназначенного для численного решения динамических задач механики сплошной среды. Математическая модель данной задачи и метод ее решения подробно изложены в работе [3].

При ударе трубы о жесткую преграду в начальный момент времени торец трубы во всех точках соприкасается с преградой и остается в контакте с ней в течение некоторого времени, после чего труба сразу или постепенно отделяется от преграды. В качестве времени контакта t_k выбирается время с момента начала контакта до момента, когда все точки торца трубы отойдут от преграды [4].

Будем считать, что в трубе распространяется волна с некоторой средней скоростью c , такой, что после прохождения волной расстояния, равного двум длинам трубы, за время t_k происходит отскок трубы. Таким образом, среднюю скорость волны найдем по формуле

$$c = \frac{2L}{t_k}, \tag{2}$$

где время контакта определим численно из решения осесимметричной задачи.

Рассмотрим изменение среднего значения относительной скорости волны c' (отношение скорости волны c , найденной по формуле (2), к стержневой скорости C_E) в длинной трубе ($L/D=10$) при уменьшении ее относительной толщины.

На рис. 1 представлена зависимость скорости распространения волн в длинной трубе от относительной толщины трубы (отношение толщины трубы к ее внешнему радиусу).

В диапазоне значений $S=0,1 \div 1,0$ скорость незначительно меняется и мало отличается от стержневой скорости C_E . Таким образом, распространение волны в таких трубах аналогично распространению волны в стержне. Но в очень тонких трубах ($S < 0,1$) скорость волны становится больше и доходит до значения скорости волн Лэмба C_λ .

При решении задачи для труб размеров $L/D_{вн} > 5$ по результатам расчетов обнаружены повторные касания нижнего торца трубы с преградой, т.е. после отскока трубы часть точек ее торца касалась преграды.

На рис. 2 представлена полученная экспериментально зависимость силы на контакте трубы с преградой от времени для размера $L/D_{вн} = 5$.

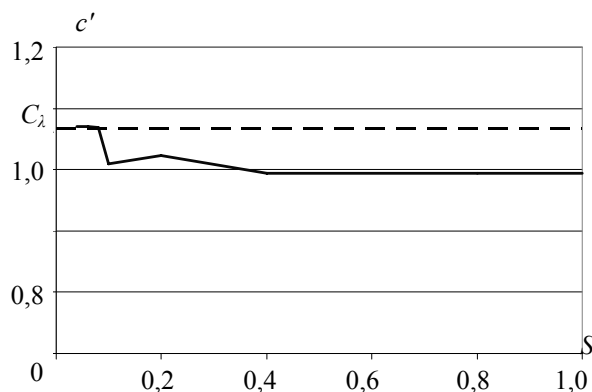


Рис. 1

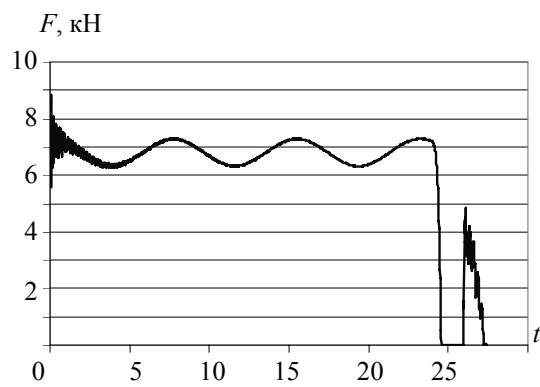


Рис. 2

В численных расчетах сила на контакте торца трубы с преградой вычислялась по формуле

$$F = \int_0^R \sigma_{zz} r^2 dr. \tag{3}$$

После удара о преграду трубы значение силы на контакте начинает колебаться. При выходе всех точек торца трубы из контакта с преградой сила уменьшается до нуля, но затем часть этих точек вновь входит в соприкосновение с преградой в течение определенного промежутка времени, вследствие чего сила на контакте становится отличной от нуля до момента окончательного отскока. Явление повторного отскока ранее наблюдалось лишь в стержнях, состоящих из нескольких материалов [3] и при малых калибрах однородных стержней [4].

Для анализа причин повторного касания трубы преграды рассмотрим баланс энергии в процессе распространения волны и скорость центра масс трубы в процессе удара и отскока.

На рис. 3 приведена зависимость относительных значений кинетической и внутренней энергии от времени для трубы размером $L/D_{вн} = 10$. Значения кинетической и потенциальной энергии относятся к начальной кинетической энергии трубы ξ_0 .

Здесь сплошная кривая соответствует кинетической энергии, штриховая – внутренней энергии, левая вертикальная линия обозначает момент первого отскока, правая – момент окончательного отскока.

С момента соприкосновения трубы с преградой начинает уменьшаться кинетическая энергия и возрастать внутренняя. Внутренняя и кинетическая энергии достигают максимального и минимального значений соответственно в момент прихода волны к верхнему торцу трубы. Первый отскок трубы происходит после возвращения волны к его нижнему торцу. В этот момент кинетическая

энергия трубы меньше начального значения ξ_0 . При этом часть внутренней энергии в момент отскока трубы еще остается.

На рис. 4 представлена зависимость скорости центра масс трубы $L/D_{\text{ВН}} = 10$ от времени.

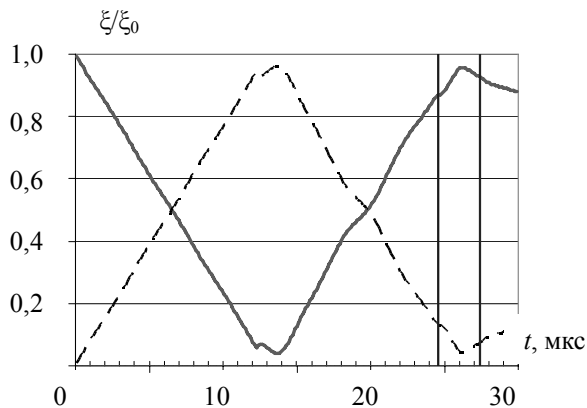


Рис. 3

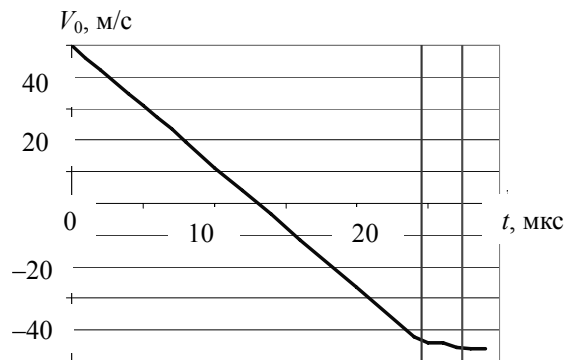


Рис. 4

При отскоке скорость трубы меньше скорости удара примерно на 15% вследствие того, что значение кинетической энергии в момент отскока меньше начального. Скорость продольного расширения трубы после отскока больше, чем скорость центра масс трубы за счет оставшейся внутренней энергии. Это приводит к повторному касанию торца трубы с преградой.

Визуализация распространения волн

В результате численного решения этой задачи в программе KRUG формируются файлы текстовые данных для каждой компоненты напряжений, в которых приведены координаты узлов разностной сетки, и значения напряжений в узлах в каждый момент времени. Для визуализации этих данных была написана программа на языке программирования AutoLISP, встроенного в систему автоматизированного проектирования AutoCAD. Более подробное описание программы приводится в работе [5].

Рассмотрим распределение напряжений в медной трубе размером $L/D=5$ и относительной толщиной $S=0,04$ в разные моменты времени после удара трубы о жесткую преграду. В связи с тем, что толщина трубы мала, изменение напряжений вдоль оси r незначительно. Поэтому результаты визуализации приведены в виде двумерных графиков в осях z, σ .

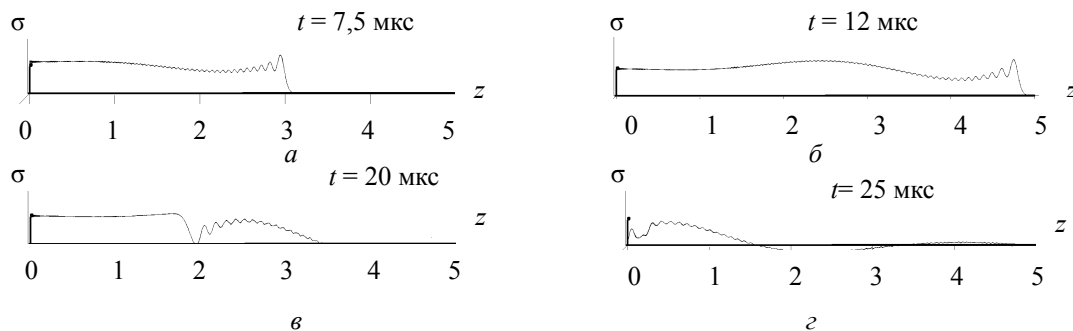


Рис. 5

После удара трубы о преграду возникает волна напряжений сжатия, фронт которой движется в направлении свободного торца трубы (рис. 5, а). В момент времени $t \approx 12$ мкс фронт волны достигает свободного торца трубы. За фронтом волны происходят незначительные колебания напряжения сжатия (рис. 5, б).

При движении отраженной от свободного торца волны на ее фронте напряжение равно нулю. За фронтом значение напряжения колеблется около нуля, создавая участки с небольшими напряжениями сжатия и растяжения (рис. 5, в). Отскок трубы от преграды происходит в момент прихода волны к нагруженному торцу (рис. 5, г).

На протяжении времени от момента удара трубы до ее отскока скорость движения фронта волны не меняется и равна скорости волны Лэмба.

Заключение

На основании численного исследования распространения волн в трубе можно сделать вывод, что в тонких трубах ($S < 0,1$) упругое возмущение распространяется со скоростью распространения волн Лэмба, а в трубах большей толщины продольная волна распространяется со стержневой скоростью C_E .

Литература

1. Lamb H. On waves in an elastic plate // Proc. R. Soc. Lond. Ser. A. – 1917. – Vol. XCIII. – P. 114–128.
2. Gazis D.C. Three-dimensional investigation of the propagation of waves in hollow circular cylinders // Journal of the Acoustical Society of America. – 1959. – Vol. 31, is. 5. – P. 568–573.
3. Высокоскоростное взаимодействие тел / В.М. Фомин, А.И. Гулидов, Г.А. Сапожников и др. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. – 600 с.
4. Баянов Е.В. Распространение упругих волн в однородных по сечению круглых стержнях / Е.В. Баянов, А.И. Гулидов // Прикладная механика и техническая физика. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2011. – Т. 52, № 5. – С. 155–162.
5. Баянов Е.В. Визуализация волн напряжений в стержне с помощью AutoLISP // Сборник материалов I Всероссийской научно-практической конф. «Информационные технологии и технический дизайн в профессиональном образовании и промышленности». – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – С. 50–52.

Баянов Евгений Викторович

Ст. преподаватель каф. инженерной графики НГТУ
Тел.: 8 (383) 346-11-55
Эл. почта: BayanovEV@rambler.ru

Гулидов Александр Иванович

Профессор каф. самолето- и вертолетостроения НГТУ
Тел.: 8(383) 330-38-04
Эл. почта: gai@itam.nsc.ru

Bayanov E.V., Gulidov A.I.

Elastic wave propagation in pipes

In this work a numerical research of the longitudinal strike of the elastic homogeneous tubes was carried out. Velocity of the elastic wave in the tube was analyzed. Research software of visualization of the numerical results was created.

Keywords: wave propagation, elastic wave, wave in tubes.