

УДК 535.8

А.П. Белоусов, П.Я. Белоусов, Л.А. Борыняк

Математическая модель взаимодействия оптического зонда с пузырьками газа

В параксиальном приближении рассмотрено взаимодействие оптического зонда с газовыми пузырьками. Смоделирован сигнал, создаваемый пузырьком на выходе фотоприемника. Проведена оценка пространственного разрешения. Предложены методы повышения точности.

Ключевые слова: газожидкостные потоки, оптические волоконные зонды, размер пузырьков, область выборки информации.

Широкое применение в работах зарубежных и российских авторов получил оптический зонд, чувствительным элементом которого является волоконный световод [1–5]. Метод является универсальным и применим практически в любых системах газ–жидкость и пар–жидкость. Принцип действия основан на измерении интенсивности света, отраженного от торца световода, помещенного в поток. Коэффициент отражения зависит от того, в какой фазе находится датчик. В случае близких показателей преломления жидкой и газовой фаз характеристики зонда ухудшаются.

Несмотря на распространенность метода, остаются открытыми вопросы о соотношении амплитуд сигналов от передней и задней границ раздела фаз, размере области выборки информации. Для ответа необходимо провести анализ взаимодействия световой волны, выходящей из световолоконного датчика с границами раздела фаз.

Цель данной работы – расширение функциональных возможностей оптических волоконных систем применительно к газожидкостным пузырьковым потокам путем теоретического описания взаимодействия гауссова пучка, выходящего из волокна, с границами раздела фаз.

Постановка задачи и расчет

Рассмотрим влияние газового пузырька радиуса R на распространение лазерного пучка, выходящего из световолоконного датчика. Газовый пузырь в жидкой среде представляет собой оптический элемент, состоящий из двух отражающих и преломляющих поверхностей, характеризующихся оптическими силами. Согласно [6] для них могут быть записаны матрицы преломления и отражения. Промежутки между выходным торцом световолоконного датчика и первой отражающей поверхностью, а также между отражающими поверхностями газового пузыря могут быть описаны матрицами перемещения. В результате в параксиальном приближении можно определить матрицы рассматриваемых оптических систем для случая отражения световой волны от первой сферической поверхности газового пузыря, обращенной к световолоконному датчику и второй отражающей поверхностью. На рис. 1 приведена схема оптической системы, действующей при отражении выходящего из волокна лазерного пучка от стенок пузыря и возвращении в плоскость выходного торца волокна.

На рис. 1 опорные плоскости ОП₁ и ОП₂ совпадают с плоскостью выходного торца волокна. Рассчитаем сначала матрицу оптической системы при отражении от передней стенки газового пузыря радиуса R . Показатель преломления газа внутри пузыря принят равным единице ($n_2 = 1$). Показатель преломления жидкости $n_1 = n$. Расстояние от торца световода до вершины сферической поверхности, пересекающей оптическую ось, равно l . Тогда, согласно рис. 1, матрица отражающей оптической системы с опорными плоскостями, совпадающими с торцом световода, равна

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{T}_1 \mathbf{R}_1 \mathbf{T}_1,$$

где \mathbf{T}_1 – лучевая матрица перемещения от ОП₂ до передней отражающей поверхности газового пузыря

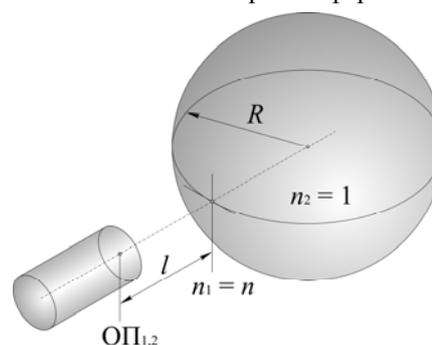


Рис. 1. Схема взаимодействия оптического зонда и газового пузырька

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & l/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

а \mathbf{R}_1 – лучевая матрица отражения от передней поверхности пузыря

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2n/R & 1 \end{bmatrix}.$$

Следовательно,

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 1 & l/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2n/R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{2l}{R} & \frac{2l}{n} \left(1 + \frac{l}{R}\right) \\ \frac{2n}{R} & 1 + \frac{2l}{R} \end{bmatrix}.$$

Лучевая матрица \mathbf{M}_2 , отражения от задней стенки пузыря с опорными плоскостями, совпадающими с выходным торцом световода, запишется в виде

$$\mathbf{M}_2 = \mathbf{T}_1 \mathbf{R}_2 \mathbf{T}_2 \mathbf{R}_3 \mathbf{T}_2 \mathbf{R}_2 \mathbf{T}_1,$$

здесь \mathbf{R}_2 – матрица преломления светового луча на передней поверхности газового пузыря

$$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (n-1)/R & 1 \end{bmatrix};$$

\mathbf{T}_2 – матрица перемещения светового пучка внутри газового пузыря

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2R \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

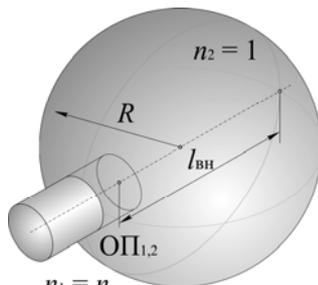
а \mathbf{R}_3 – матрица отражения светового луча от задней поверхности газового пузыря

$$\mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, для матрицы \mathbf{M}_2 будем иметь

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_2 &= \begin{bmatrix} 1 & l/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (n-1)/R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (n-1)/R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{2l}{R} - \frac{4nl}{R} - 4n + 1 & \frac{2l^2}{nR} - \frac{4l^2}{R} + \frac{2l}{n} - 8l - 4R \\ -\frac{2n(2n-1)}{R} & \frac{2l}{R} - \frac{4nl}{R} - 4n + 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

При нахождении волокна внутри пузырька (рис. 2) лучевая матрица \mathbf{M}_3 примет вид



$n_1 = n$

Рис. 2. Взаимодействие оптического зонда с пузырьком газа (зонд внутри пузырька)

$$\mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} 1 & l_{\text{BH}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_{\text{BH}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{2l_{\text{BH}}}{R} & 2l_{\text{BH}} \left(1 - \frac{l_{\text{BH}}}{R}\right) \\ -\frac{2}{R} & 1 - \frac{2l_{\text{BH}}}{R} \end{bmatrix}.$$

Зная матричные элементы матриц \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 и \mathbf{M}_3 , можно рассчитать параметры гауссовых пучков в плоскости выходного торца световода.

Обозначим радиус гауссова пучка на выходе одномодового световода через w_0 . Радиус волнового фронта на выходном торце световода примем равным бесконечности ($R_0 = \infty$). Радиус гауссова пучка в произвольной плоскости обозначим через w_j , где j – порядковый номер оптической схемы и индекс соответствующей ей матрицы преобразования \mathbf{M}_j . Радиус кривизны волнового фронта гауссова пучка в произвольной плоскости оптической схемы обозначим через R_j , где j – порядковый номер оптической схемы и индекс соответствующей ей матрицы преобразования \mathbf{M}_j .

Тогда для обратной величины комплексного параметра q , j -го гауссова пучка q_j можно записать:

$$\frac{1}{q_j} = \frac{1}{R_j} + \frac{i\lambda}{\pi w_j^2}, \quad (1)$$

где λ – длина световой волны.

Если матрица сложной оптической схемы представляется в виде

$$\mathbf{M}_j = \begin{bmatrix} A_j & B_j \\ C_j & D_j \end{bmatrix},$$

то q -параметр гауссова пучка преобразуется по правилу ABCD [6]:

$$q_j = \frac{A_j q + B_j}{C_j q + D_j}.$$

Обратная величина q -параметра, выходящего из волокна пучка, определяется выражением

$$\frac{1}{q} = \frac{i\lambda}{\pi w_0^2}.$$

Тогда обратная величина q -параметра гауссова пучка, преобразованного j -й оптической системой, на выходном торце световода описывается выражением

$$\frac{1}{q_j} = \frac{C_j + \frac{D_j}{q}}{A_j + \frac{B_j}{q}} = \frac{A_j C_j + \frac{1}{q} - \frac{D_j B_j}{q^2}}{A_j^2 + \frac{B_j^2}{q^2}}. \quad (2)$$

Здесь A_j, B_j, C_j, D_j – элементы матрицы \mathbf{M}_j . Поперечный радиус гауссова пучка w_j определяется мнимой частью $1/q_j$ из (1). Отсюда согласно (2)

$$\text{Im}\left(\frac{1}{q_j}\right) = \frac{\lambda}{\pi w_j^2} = \text{Im}\left\{\frac{A_j C_j - \frac{B_j D_j}{q^2} + \frac{1}{q}}{A_j^2 + \frac{B_j^2}{q^2}}\right\} = \frac{\lambda}{\pi w_0^2} \frac{1}{A_j^2 + \frac{B_j^2}{q^2}}.$$

Таким образом, радиус пучка, отраженного от передней границы раздела:

$$w_1^2 = w_0^2 \left(A_1^2 + \frac{B_1^2 \lambda^2}{\pi^2 w_0^4} \right) = w_0^2 \left[\left(1 + \frac{2l}{R} \right)^2 + \frac{4l^2}{n^2} \left(1 + \frac{l}{R} \right)^2 \frac{\lambda^2}{\pi^2 w_0^4} \right],$$

от задней границы раздела

$$w_2^2 = w_0^2 \left[\left(1 + \frac{2l}{R} - \frac{4nl}{R} - 4n \right)^2 + \left(\frac{2l^2}{nR} - \frac{4l^2}{R} + \frac{2l}{n} - 8l - 4R \right)^2 \frac{\lambda^2}{\pi^2 w_0^4} \right].$$

Для волокна, находящегося в пузырьке,

$$w_3^2 = w_0^2 \left[\left(1 - \frac{2l_{\text{вн}}}{R} \right)^2 + 4l_{\text{вн}}^2 \left(1 - \frac{l_{\text{вн}}}{R} \right)^2 \frac{\lambda^2}{\pi^2 w_0^4} \right].$$

Результаты

Приближенно величина фототока на выходе фотоприемника пропорциональна отношению площадей гауссовых пучков на входе и выходе световода

$$I \sim \frac{w_0^2}{w_j^2}.$$

Проанализируем фототок для различных значений $l, l_{\text{вн}}, R$. Примем для определенности $n_{\text{в}} = 1,33$ (показатель преломления воды), $n_{\text{с}} = 1,46$ (показатель преломления стекла, из которого изготовлена сердцевина световода), $w_0 = 3,5$ мкм (радиус выходного гауссова пучка на торце световода) и $\lambda = 632,8$ нм (длина волны излучения). При построении графиков используется следующая система координат. Точка «0» на оси абсцисс соответствует передней стенке пузырька. Отрицательные значения координаты: $x = -l$. Положительные значения: $x = 2R - l_{\text{вн}}$ при $x < 2R$; $x = x$ при $x \geq 2R$. Поскольку показатели преломления сред различны, важную роль в формировании сигнала играют коэффициенты прохождения и отражения на границах раздела сред, определяемые формулами Френеля [7]. Для нормального падения электромагнитной волны:

$$R_{1-2} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2, \quad D_{1-2} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}.$$

Отражение света на границе раздела тем больше, чем больше абсолютная величина разности $n_2 - n_1$, и коэффициенты R_{1-2} и D_{1-2} не зависят от того, с какой стороны границы раздела приходит падающая световая волна. Рассчитаем коэффициенты отражения и преломления для условий рис. 1, 2. Используем следующие обозначения границ раздела сред: с-г – стекло/газ, г-ж – газ/жидкость и с-ж – стекло/жидкость. Полученные результаты представлены в таблице.

Коэффициенты отражения и прохождения для различных границ раздела

Переход	Обозначение	R	D
Стекло/газ	с-г	0,035	0,965
Газ/жидкость	г-ж	0,02	0,98
Стекло/жидкость	с-ж	$2,17 \cdot 10^{-3}$	0,9978

Рассчитаем долю излучения, возвращающуюся в волокно после взаимодействия с пузырьком газа. Рассмотрим схему, представленную на рис. 1 (зонд находится вне пузырька):

1. Постоянная составляющая – доля излучения отраженного от границы раздела стекло/жидкость:

$$k_1 = R_{с-ж} = 2,17 \cdot 10^{-3}.$$

2. Доля излучения отраженного от передней стенки пузырька:

$$k_{11} = D_{с-ж} \cdot R_{г-ж} \cdot D_{с-ж} = 0,02.$$

3. Доля излучения отраженного от задней стенки пузырька:

$$k_{12} = D_{с-ж} \cdot D_{г-ж} \cdot R_{г-ж} \cdot D_{г-ж} \cdot D_{с-ж} = 0,019.$$

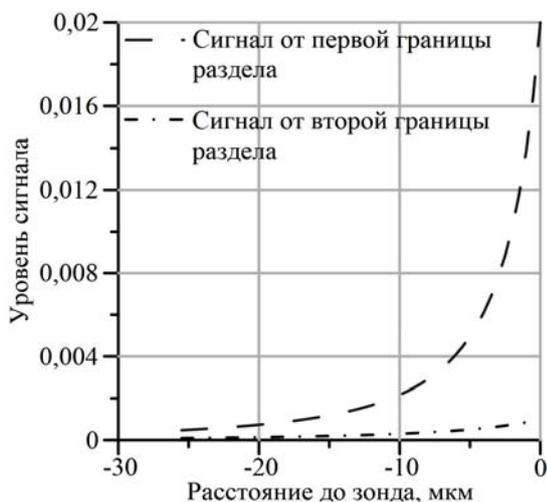
Доля излучения, возвращающаяся в волокно для схемы, представленной на рис. 2 (зонд находится в пузырьке):

1. Постоянная составляющая – доля излучения отраженного от границы раздела стекло/газ

$$k_2 = R_{с-г} = 0,035.$$

2. Доля излучения отраженного от задней стенки пузырька:

$$k_{22} = D_{с-г} \cdot R_{г-ж} \cdot D_{с-г} = 0,0187.$$



С учетом вышесказанного, интенсивности фототока на выходе фотоприемника, обусловленные отражением от передней и задней границ раздела, примут вид:

$$I_1 \sim k_{11} \cdot \frac{w_0^2}{w_1^2}, \quad I_2 \sim k_{12} \cdot \frac{w_0^2}{w_2^2}$$

соответственно. Постоянная составляющая k_1 приводит к повышению общего уровня фототока и не принимается в расчет.

Рис. 3. Зависимость уровней сигналов от расстояния между зондом и пузырьком

Сигнал от зонда, находящегося в пузырьке:

$$I_3 \sim k_2 + k_{22} \frac{w_0^2}{w_3^2}. \quad (3)$$

Рассмотрим первый этап взаимодействия светового волокна с газовым пузырьком (приближение). На рис. 3 проводится сравнение сигналов от передней и задней стенок. Для малых размеров пузырьков ($R \sim 10$ мкм) сигналы сравнимы. При увеличении радиуса сигнал от задней стенки становится пренебрежимо малым. С уменьшением l амплитуды сигналов растут.

На рис. 4 приведены зависимости уровней сигналов от расстояния до зонда и радиуса пузырьков. Видно, что расстояние, на котором зонд обнаруживает пузырек (чувствительность), меняется с радиусом.

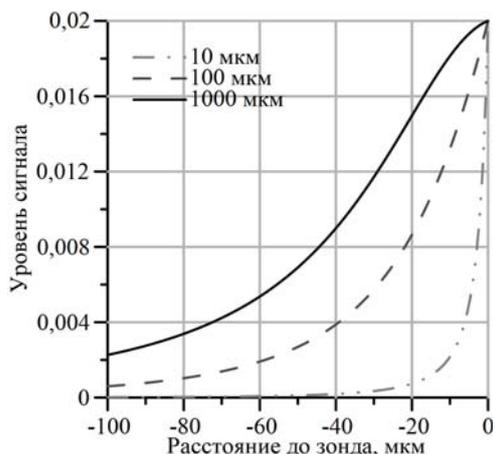


Рис. 4. Зависимость уровней сигналов от расстояния до зонда

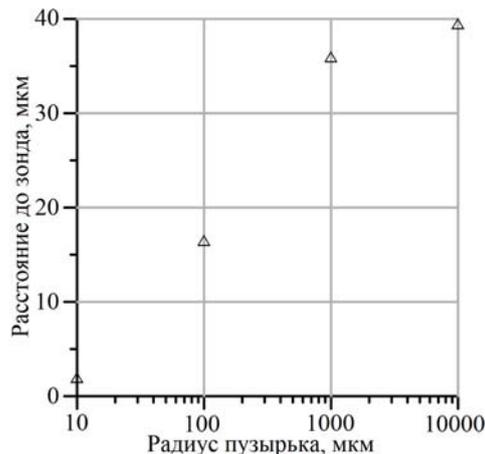


Рис. 5. Зависимость чувствительности от размера пузырька

Зависимость чувствительности от радиуса пузырька для уровня 0,01 показана на рис. 5. В диапазоне 10–1000 мкм наблюдается резкий рост. При радиусе свыше 10 мм чувствительность зонда постоянна.

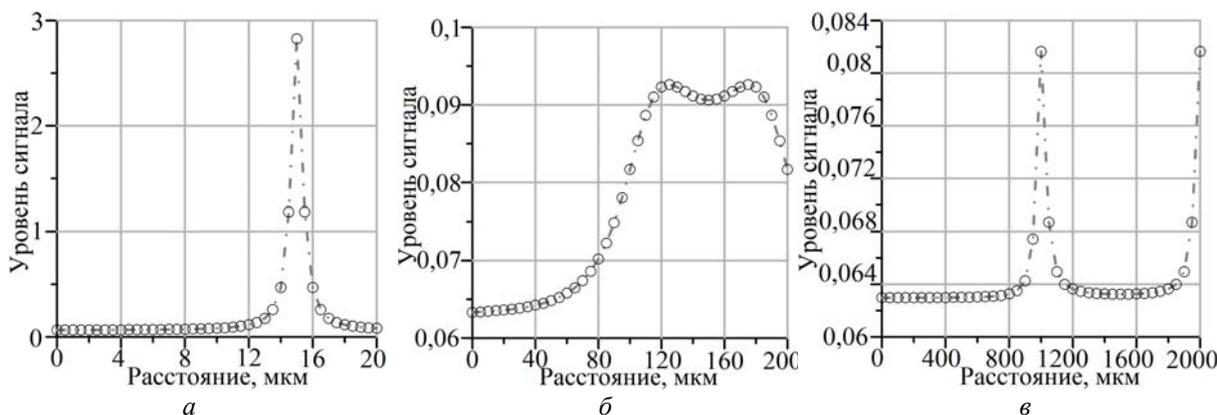


Рис. 6. Уровень сигнала в зависимости от положения зонда в пузырьке:
 а – $R = 10$ мкм; б – $R = 100$ мкм; в – $R = 1000$ мкм

Второй этап – движение зонда в пузырьке газа. Ввиду большой разности показателей преломления газа и стекла коэффициент k_2 велик, что приводит к увеличению уровня сигнала. Графики зависимости уровня сигнала (3) от радиуса пузырька и расстояния до его задней границы (рис. 2) приведены на рис. 6. Хорошо заметно образование максимумов, формируемых при фокусировке гауссова пучка.

На рис. 7 приведен пример сигнала волоконного зонда, использовавшегося в работе [8] для изучения газонасыщенного пограничного слоя со снижением сопротивления. Проведем оценку диаметра пузырька по времени нахождения зонда в газовой фазе $\Delta t \approx 0,5$ мс. Скорость потока жидкости $V \approx 3,2$ м/с. Таким образом, размер пузырька $d = V \cdot \Delta t = 1,65$ мм. Оценка диаметра согласно рис. 5 $d \approx 1,67$ мм. Видно, что данные, полученные независимыми методами, хорошо согласуются между собой.

Заключение

В статье теоретически рассмотрено влияние положения пузыря относительно одномодового световолоконного датчика на величину фототока для различных радиусов пузырей. Показано, что динамика изменения величины фототока при приближении пузыря к торцу волокна однозначно оп-

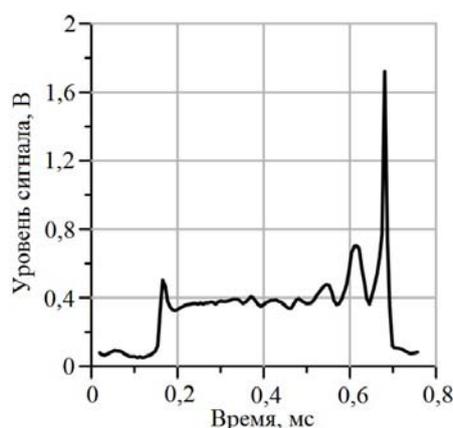


Рис. 7. Сигнал от оптического волоконного зонда [8]

ределяется радиусом пузыря. Это справедливо как для осевого, так и внеосевого движения. Эффективный ввод в световолокно отраженного от пузыря света осуществляется при смещении пузыря относительно оси волокна на величину $\Delta \leq RN/2n_1 - w_0$. N – числовая апертура. Величина Δ определяет радиус круглого сечения объема, из которого берется информация о размере пузырей и их объемной концентрации. Ширина кривой зависимости фототока от l позволяет оценить систематическую погрешность измерения диаметра пузыря в том случае, когда используется эффект прокалывания пузыря волокном для определения его диаметра путем анализа временного интервала между всплесками величины фототока, соответствующими совмещению в пространстве торца волокна и стенки пузыря. При обработке результатов измерения диаметра прокалывающихся пузырей ширина переднего фронта может быть вычтена из косвенно измеренного по длительности процесса прокалывания диаметра. При этом ошибка измерения уменьшается.

Также необходимо принять во внимание возможность определения радиуса пузыря по динамике изменения фототока при приближении пузырей к волокну. При этом полностью исключаются искажения результатов измерения, связанные с деформацией пузырей при непосредственном контакте их с торцом волокна (накалывании), эффекты, связанные с динамикой смачивания торца световода и влиянием слоя жидкости в случае, когда световод оказывается внутри пузыря. Отметим, также то, что центры пузырей могут двигаться не по оси световолокна. Тогда накалывание происходит не по диаметру пузыря. В этом случае результаты измерения размера пузырей можно оценивать только статистически по большому числу измерений путем введения поправочного коэффициента на среднюю длину хорды, и диагностика размеров при нестационарных процессах становится проблематичной. Тщательное изучение динамики фототока при движении пузыря к торцу волокна позволяет определить не только радиус пузыря, но и его смещение относительно оси зондирующего гауссова пучка. При малом расстоянии до торца волокна смещение оси пузыря не приводит к существенному смещению оси отраженного от пузыря гауссова пучка, поскольку это смещение пропорционально расстоянию l до торца волокна, $\Delta w = 2\Delta \cdot l / R$. Для любого немалого l , значение Δ может быть определено из величины фототока. Определяя мощность светового потока, введенного в волокно после отражения от пузыря с учетом смещения оси гауссова пучка, нетрудно выявить закон изменения тока на выходе фотоприемника для любого Δ и l . Выполнив измерения для нескольких значений l , мы сможем определить как величину R , так и величину Δ . Если Δ – постоянная величина (это будет при движении пузыря вдоль оси зондирующего гауссова пучка), то для определения Δ и R будет достаточно двух измерений. Более того, радиус пузыря R может быть определен для малого значения l . При этом для любого Δ , при условии эффективного ввода светового пучка в волокно, $\Delta w = 0$, а радиус пузыря может быть определен из тангенса наклона функции, определяющей зависимость $I_1(l)$. Тангенс наклона этой кривой пропорционален величине $4/R$. Если R определять из тангенса наклона $w_1(l)$, то Δ для любого l однозначно определяется из $I_1(l)$. Таким образом, открывается возможность определять радиальную проекцию траектории движения центра пузыря в потоке относительно оси зондирующего гауссова пучка.

Если рассматривать только сигналы, имеющие пиковые амплитуды (мало отличающиеся от максимального), то они соответствуют прокалыванию почти строго по диаметру пузыря. Это связано с тем, что для малой числовой апертуры световолокна ($N = n \cdot \sin \alpha \approx 0,1$), длина хорды практически не отличается от диаметра (отношение хорды к диаметру пропорционально $\cos \alpha$), где $\alpha = \arcsin(N / n)$. Тогда из отношения R/l , согласно формуле для w_1 , рис. 4 и 5, определяются значения как R , так и l . При этом скорость пузыря определяется путем деления диаметра пузыря ($2R$) на время нахождения в газовой фазе либо значения l на длительность переднего фронта для соответствующего уровня ослабления сигнала. Это позволит проводить диагностику потоков, в которых скорость не постоянная величина.

Литература

1. Miller N. The development of a universal probe for measurement of local voidage in liquid-gas two-phase flow systems / N. Miller, R.E. Mitchie // Two-Phase Flow Instrumentation, ASME. – 1969. – P. 82–88.
2. Hinata S. A study on the measurements of the local void fraction by the optical fiber glass probe // Bull. JSME. – 1972. – Vol. 15, № 88. – P. 1228–1235.
3. Danel F. Sonde optique pour la mesure du taux de presence local en ecoulement diphasique / F. Danel, J.M. Delhaye // Mesures, Regulation, Automatisme, Aout-september. – 1971. – P. 99–101.

4. Galaup J.P. Utilisation des sondes optiques miniatures en ecoulement diphasiques gas-liquide / J.P. Galaup, J.M. Delhayе // Application a la mesure du taux de presence local et de vitesse locale de la phase gazeuse, Houille Blanche. – 1976. – № 1. – P. 17–30.
5. Powell J.A. A simple two-fiber optical displacement sensor // Rev. Sci. Instrum. – 1974. – Vol. 45, № 2, P. 302–303.
6. Джеррард А. Введение в матричную оптику / А. Джеррард, Дж.М. Бёрч. – М.: Мир, 1978. – 341 с.
7. Физическая энциклопедия / гл. ред. А.М. Прохоров. – М.: Науч. изд-во «Большая российская энциклопедия». – 1998. – Т. V: Стробоскопические приборы. Яркость. – 691 с.
8. Белоусов А.П. Исследование структуры газожидкостных потоков оптическими методами: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Новосибирск, 2005. – 184 с.

Белоусов Андрей Петрович

Канд. физ.-мат. наук., доцент каф. общей физики Новосибирского государственного технического университета (НГТУ)
Тел.: 8 (383) 346-08-68
Эл. почта: abelousov@ngs.ru

Белоусов Петр Яковлевич

Канд. техн. наук, доцент каф. оптических информационных технологий НГТУ
Тел.: 8 (383) 346-23-12
Эл. почта: pyabelousov@ngs.ru

Борыняк Леонид Александрович

Д-р физ.-мат. наук, профессор, зав. каф. общей физики НГТУ
Тел.: 8 (383) 346-06-77
Эл. почта: bor@ref.nstu.ru

Belousov A.P., Belousov P.Ya., Borynyak L.A.

The mathematical model of interaction an optical fiber probe with gas bubbles

In paraxial approximation interaction of an optical fiber probe with gas bubbles is considered. The photodetector output signal from moving bubble is simulated. The spatial resolution is evaluated. The methods of precision enhancement are proposed.

Keywords: gas-liquid flows, optical fiber probes, size of bubbles, spatial resolution.