

УДК 621.313.12

Г.В. Носов, К.А. Трофимович

## Расчет сопротивлений и индуктивностей экранированного трехфазного шинопровода

Предложена методика расчета сопротивлений и индуктивностей экранированного трехфазного шинопровода с учетом поверхностного эффекта, эффекта близости, частоты синусоидального тока, материала шин и влияния экрана. Формулы получены на основе уравнений электромагнитного поля и для автоматизированного инженерного расчета программируются в среде Mathcad. Достоверность методики подтверждается удовлетворительным совпадением результатов расчета с результатами, полученными при помощи программы компьютерного моделирования Elcut.

**Ключевые слова:** трехфазный шинопровод, сопротивление, индуктивность.

**Задача расчета параметров трехфазного шинопровода.** Для передачи и распределения электрической энергии на электрических станциях, подстанциях и промышленных предприятиях широко применяются однополосные экранированные трехфазные шинопроводы со сплошными параллельными шинами прямоугольного сечения, расположенными несимметрично согласно рис. 1.

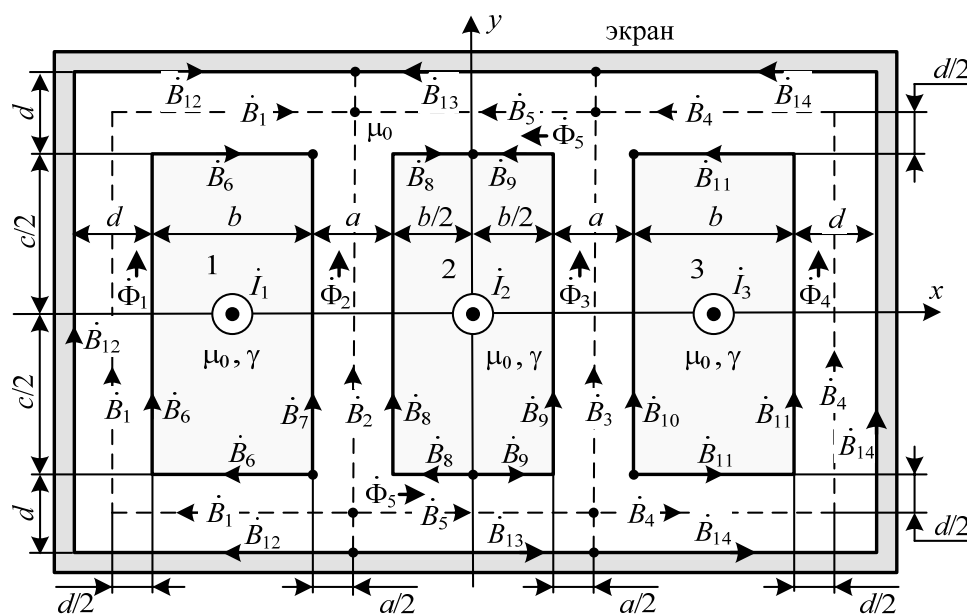


Рис. 1. Трехфазный шинопровод с металлическим экраном и токами  $I_1, I_2, I_3$  в шинах, направленными «к нам» по оси  $z$

Для проектирования таких шинопроводов и подключенного к ним электрооборудования необходимо знать сопротивления и индуктивности шин, найденные с учетом их удельной проводимости  $\gamma$ , частоты  $f$  синусоидального тока, поверхностного эффекта и эффекта близости. Поэтому разработка методики расчета сопротивлений и индуктивностей шин этих шинопроводов представляется актуальной задачей. В данной статье предложена методика, которая получена на основе уравнений электромагнитного поля и программируется в среде Mathcad для автоматизированного инженерного расчета сопротивлений и индуктивностей шин рассматриваемого трехфазного шинопровода.

**Актуальность.** Известна методика [1], где индуктивностей шин можно найти лишь для постоянного тока и синусоидального тока с так называемыми низкой и весьма высокой частотами, т.е. не учитывается конкретная частота синусоидального тока и удельная проводимость материала шин. При этом индуктивности в [1] находятся по графическим зависимостям зачастую с недостаточной

точностью и используются методики, автоматизация расчетов по которым сопряжена со значительными трудностями.

Сопротивления и индуктивности шин при постоянном и синусоидальном токе с учетом частоты, удельной проводимости материала шин, поверхностного эффекта и эффекта близости могут быть найдены при помощи программы компьютерного моделирования Elcut [2]. Однако отсутствие расчетных формул и необходимость моделирования для каждого конкретного шинпровода затрудняют анализ большого числа вариантов и ограничивают применение этой программы при инженерных расчетах. Поэтому разработка методики расчета сопротивлений и индуктивностей шинпровода на основе уравнений и законов электромагнитного поля актуальна и является предметом рассмотрения в настоящей работе.

**Методика определения индукций, магнитных потоков и плотностей тока.** Для определения сопротивлений и индуктивностей шинпровода необходимо рассчитать электромагнитное поле и найти магнитные индукции, магнитные потоки и распределение плотностей токов в шинах.

Наружное магнитное поле в пространстве между шинами и приближенно непроницаемым экраном можно рассчитать при помощи закона полного тока в интегральной форме [3], уравнение которого для комплексов действующих значений индукций  $\dot{B}_k$  и токов в шинах  $\dot{I}_q$  запишется так:

$$\sum(\dot{B}_k l_k) = \mu_0 \sum \dot{I}_q, \quad (1)$$

где  $l_k$  – длина отрезков пути интегрирования, на которых значения индукций  $\dot{B}_k$  приняты постоянными;  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость;  $q=1,2,3$  – номера шин и токов.

При этом комплексные магнитные потоки  $\dot{\Phi}_n$  наружного магнитного поля (рис. 1) должны удовлетворять принципу непрерывности магнитного потока [3]

$$\sum \dot{\Phi}_n = \dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_5 = \dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3 + \dot{\Phi}_4 = 0 \quad (2)$$

и могут быть найдены на единицу длины шин (Вб/м) приближенно так:

$$\dot{\Phi}_n \approx \dot{B}_{n1} + \dot{\phi}_n s + \dot{\phi}_n s^2 = s_n \left[ \frac{\dot{B}_{n1} + 4\dot{B}_{n2} + \dot{B}_{n3}}{6} \right], \quad (3)$$

где  $s$  – перпендикулярная направлению магнитных потоков  $\dot{\Phi}_n$  координата индукций;  $s_n$  – ширина магнитных потоков;  $\dot{\phi}_n, \dot{\phi}_n$  – комплексные коэффициенты;  $\dot{B}_{n1}, \dot{B}_{n2}, \dot{B}_{n3}$  – комплексы действующих значений индукций магнитного потока  $\dot{\Phi}_n$  при координатах  $s=0; s=0,5s_n; s=s_n$  соответственно.

На основании (1)–(3) запишем комплексные уравнения:

$$\begin{bmatrix} (a+2b+c+2d) & -(c+d) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (c+d) & -(c+d) & 0 & -(2a+2b) \\ 0 & 0 & (c+d) & -(a+2b+c+2d) & 0 \\ 1 & a/d & a/d & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -a/d & -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{B}_1 \\ \dot{B}_2 \\ \dot{B}_3 \\ \dot{B}_4 \\ \dot{B}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_0 \dot{I}_1 \\ -\mu_0 \dot{I}_2 \\ -\mu_0 \dot{I}_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$\dot{B}_{12} = \frac{-\mu_0 \dot{I}_1 + \dot{B}_2(c+d)}{a+2b+c+5d}; \quad \dot{B}_{13} = \frac{\mu_0 \dot{I}_2 + (\dot{B}_2 - \dot{B}_3)(c+d)}{2a+2b}; \quad \dot{B}_{14} = \frac{\mu_0 \dot{I}_3 + \dot{B}_3(c+d)}{a+2b+c+5d}; \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} (2b+c) & -c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (b+c) & -(b+c) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & -(2b+c) \\ 1 & a/d & a/d & a/d & a/d & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (a/d-1) & a/d & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{B}_6 \\ \dot{B}_7 \\ \dot{B}_8 \\ \dot{B}_9 \\ \dot{B}_{10} \\ \dot{B}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_0 \dot{I}_1 \\ -\mu_0 \dot{I}_2 \\ -\mu_0 \dot{I}_3 \\ -\dot{B}_{12} - \dot{B}_{14} \\ 0 \\ \dot{B}_{13} - \dot{B}_{14} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

которые будем использовать для определения индукций наружного магнитного поля, указанных на рис. 1.

Составляющие индукций внутреннего переменного электромагнитного поля и плотность тока в  $q$ -шине с постоянной удельной проводимостью  $\gamma$  и магнитной проницаемостью  $\mu_0$  будем рассчитывать в функциях координат  $x$  и  $y$  по следующим уравнениям в комплексной форме для плоской электромагнитной волны [3]:

$$\frac{d^2 \dot{B}_{yq}(x)}{dx^2} = j\omega\mu_0\gamma \dot{B}_{yq}(x); \quad (7)$$

$$\frac{d^2 \dot{B}_{xq}(y)}{dy^2} = j\omega\mu_0\gamma \dot{B}_{xq}(y); \quad (8)$$

$$\dot{\delta}_{zq}(x, y) = \frac{1}{\mu_0} \left[ \frac{d\dot{B}_{yq}(x)}{dx} - \frac{d\dot{B}_{xq}(y)}{dy} \right], \quad (9)$$

где  $\dot{B}_{xq}(y)$ ,  $\dot{B}_{yq}(x)$  – комплексы действующих значений проекций вектора индукции на оси  $x$  и  $y$  соответственно (см. рис. 1);  $\dot{\delta}_{zq}(x, y)$  – комплекс действующего значения плотности тока в  $q$ -шине, совпадающий по направлению с осью  $z$ ;  $\omega = 2\pi f$  – угловая частота токов;  $j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица.

С учетом граничных условий на поверхностях шин, приведенных на рис. 1, решением уравнений (7)–(9) будут следующие функции и константы:

а) шина 1:

$$\dot{B}_{y1}(x) = \dot{C}_1 \exp[-\underline{p}(x+a+1,5b)] - \dot{C}_2 \exp[\underline{p}(x+a+0,5b)]; \quad (10)$$

$$\dot{B}_{x1}(y) = \dot{C}_3 \exp[\underline{p}(y-0,5c)] - \dot{C}_3 \exp[-\underline{p}(y+0,5c)]; \quad (11)$$

$$B_{b1}(x, y) = \sqrt{|\dot{B}_{x1}(y)|^2 + |\dot{B}_{y1}(x)|^2}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{z1}(x, y) = & -\frac{\underline{p}\dot{C}_1}{\mu_0} \exp[-\underline{p}(x+a+1,5b)] - \frac{\underline{p}\dot{C}_2}{\mu_0} \exp[\underline{p}(x+a+0,5b)] - \\ & -\frac{\underline{p}\dot{C}_3}{\mu_0} \exp[\underline{p}(y-0,5c)] - \frac{\underline{p}\dot{C}_3}{\mu_0} \exp[-\underline{p}(y+0,5c)]; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\underline{p} = \sqrt{j\omega\mu_0\gamma}; \quad \dot{\beta}_1 = \frac{\dot{B}_7}{\dot{B}_6}; \quad \dot{C}_1 = \frac{1 - \dot{\beta}_1 \exp(-\underline{p}b)}{1 - \exp(-2\underline{p}b)} \cdot \dot{B}_6; \quad (14)$$

$$\dot{C}_2 = \frac{-\dot{\beta}_1 + \exp(-\underline{p}b)}{1 - \exp(-2\underline{p}b)} \cdot \dot{B}_6; \quad \dot{C}_3 = \frac{1 + \exp(-\underline{p}c)}{1 - \exp(-2\underline{p}c)} \cdot \dot{B}_6; \quad (15)$$

б) шина 2:

$$\dot{B}_{y2}(x) = \dot{C}_4 \exp[-\underline{p}(x+0,5b)] - \dot{C}_5 \exp[\underline{p}(x-0,5b)]; \quad (16)$$

$$\dot{B}_{x2}(y) = \dot{C}_6 \exp[\underline{p}(y-0,5c)] - \dot{C}_6 \exp[-\underline{p}(y+0,5c)]; \quad (17)$$

$$B_{b2}(x, y) = \sqrt{|\dot{B}_{x2}(y)|^2 + |\dot{B}_{y2}(x)|^2}; \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{z2}(x, y) = & -\frac{\underline{p}\dot{C}_4}{\mu_0} \exp[-\underline{p}(x+0,5b)] - \frac{\underline{p}\dot{C}_5}{\mu_0} \exp[\underline{p}(x-0,5b)] - \\ & -\frac{\underline{p}\dot{C}_6}{\mu_0} \exp[\underline{p}(y-0,5c)] - \frac{\underline{p}\dot{C}_6}{\mu_0} \exp[-\underline{p}(y+0,5c)]; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\dot{\beta}_2 = \frac{\dot{B}_9}{\dot{B}_8}; \quad \dot{C}_4 = \frac{1 - \dot{\beta}_2 \exp(-\underline{p}b)}{1 - \exp(-2\underline{p}b)} \cdot \dot{B}_8; \quad (20)$$

$$\dot{C}_5 = \frac{-\dot{\beta}_2 + \exp(-\underline{p}b)}{1 - \exp(-2\underline{p}b)} \cdot \dot{B}_8; \quad \dot{C}_6 = \frac{1 + \exp(-\underline{p}c)}{1 - \exp(-2\underline{p}c)} \cdot \left( \frac{\dot{B}_8 - \dot{B}_9}{2} \right); \quad (21)$$

в) шина 3:

$$\dot{B}_{y3}(x) = \dot{C}_7 \exp[-\underline{p}(x-a-0,5b)] - \dot{C}_8 \exp[\underline{p}(x-a-1,5b)]; \quad (22)$$

$$\dot{B}_{x3}(y) = \dot{C}_9 \exp[\underline{p}(y-0,5c)] - \dot{C}_9 \exp[-\underline{p}(y+0,5c)]; \quad (23)$$

$$B_{b3}(x,y) = \sqrt{|\dot{B}_{x3}(y)|^2 + |\dot{B}_{y3}(x)|^2}; \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{z3}(x,y) = & -\frac{p\dot{C}_7}{\mu_0} \exp[-p(x-a-0,5b)] - \frac{p\dot{C}_8}{\mu_0} \exp[p(x-a-1,5b)] - \\ & - \frac{p\dot{C}_9}{\mu_0} \exp[p(y-0,5c)] - \frac{p\dot{C}_9}{\mu_0} \exp[-p(y+0,5c)]; \end{aligned} \quad (25)$$

$$\dot{\beta}_3 = \frac{\dot{B}_{11}}{\dot{B}_{10}}; \quad \dot{C}_7 = \frac{1 - \dot{\beta}_3 \exp(-pb)}{1 - \exp(-2pb)} \cdot \dot{B}_{10}; \quad (26)$$

$$\dot{C}_8 = \frac{-\dot{\beta}_3 + \exp(-pb)}{1 - \exp(-2pb)} \cdot \dot{B}_{10}; \quad \dot{C}_9 = \frac{1 + \exp(-pc)}{1 - \exp(-2pc)} \cdot (-\dot{B}_{11}), \quad (27)$$

где  $B_{b1}(x,y), B_{b2}(x,y), B_{b3}(x,y)$  – модули действующих значений векторов магнитной индукции.

**Методика расчета сопротивлений и индуктивностей.** Собственные сопротивления шин (Ом/м) найдем на основе закона Джоуля–Ленца в дифференциальной форме [3] и плотностей тока (13), (19), (25):

$$R_{qq} = \frac{1}{|i_q|^2} \iint \frac{|\dot{\delta}_{zq}(x,y)|^2}{\gamma} dx dy, \quad (28)$$

а собственные индуктивности шин (Гн/м) внутреннего магнитного поля определим исходя из запасенной энергии [3] и индукций (12), (18), (24)

$$L_{bqq} = \frac{2}{|i_q|^2} \iint \frac{B_{bq}(x,y)^2}{2\mu_0} dx dy. \quad (29)$$

Собственные  $L_{nqq}$  и взаимные  $M_{mq}$  индуктивности шин наружного магнитного поля, также результирующие собственные индуктивности  $L_{qq}$  на единицу длины шин (Гн/м) рассчитаем на основании [3] и с использованием формул (3)–(6), (29)

$$L_{nqq} = \frac{\dot{\Phi}_{qq}}{i_q}; \quad L_{qq} = L_{bqq} + L_{nqq}; \quad M_{mq} = \frac{\dot{\Phi}_{mq}}{i_q}, \quad (30)$$

где  $\dot{\Phi}_{qq}$  – суммарный комплексный магнитный поток, охватывающий  $q$ -шину с током  $i_q$ , когда два других тока равны нулю;  $\dot{\Phi}_{mq}$  – суммарный комплексный магнитный поток, создаваемый током  $i_q$  и охватывающий  $m$ -шину, когда два других тока равны нулю ( $m \neq q$ ).

Далее можно найти комплексы действующих значений падений напряжений (В/м) в шинах [4]

$$\dot{U}_q = R_{qq} i_q + j\omega L_{qq} i_q + j\omega M_{qm} i_m + j\omega M_{qn} i_n, \quad (31)$$

эквивалентные комплексные сопротивления шин (Ом/м)

$$\underline{Z}_q = \frac{\dot{U}_q}{i_q} = R_q + j\omega L_q, \quad (32)$$

а также эквивалентное сопротивление  $R_0$  и эквивалентную индуктивность  $L_0$  транспонированных шин [1]

$$R_0 = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{3}; \quad L_0 = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{3}. \quad (33)$$

**Результаты расчета сопротивлений и индуктивностей.** По запрограммированным в среде Mathcad [5] формулам (3)–(6), (10)–(33) и по программе Elcut [2] были проведены расчеты шинно-проводов. В таблице приведены результаты этих расчетов при симметричных токах и частоте  $f = 50$  Гц для медных шин с удельной проводимостью  $\gamma = 50 \cdot 10^6$  1/Ом·м.

**Эквивалентные сопротивления и индуктивности**

| Размеры шинопроводов |          |          |          | Mathcad |        | Elcut  |        |
|----------------------|----------|----------|----------|---------|--------|--------|--------|
| <i>a</i>             | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> | $R_0$   | $L_0$  | $R_0$  | $L_0$  |
| мм                   | мм       | мм       | мм       | мкОм/м  | мкГн/м | мкОм/м | мкГн/м |
| 20                   | 20       | 100      | 20       | 12,10   | 0,0900 | 13,16  | 0,1033 |
|                      | 40       | 50       | 20       | 16,39   | 0,1270 | 16,69  | 0,1422 |
|                      | 100      | 20       | 20       | 12,59   | 0,0970 | 12,39  | 0,1080 |
| 40                   | 20       | 100      | 40       | 11,86   | 0,1350 | 13,59  | 0,1592 |
|                      | 40       | 50       | 40       | 15,99   | 0,1820 | 17,05  | 0,1801 |
|                      | 100      | 20       | 40       | 12,28   | 0,1460 | 13,35  | 0,1725 |

**Заключение.** На основе проведенных расчетов можно сделать следующие выводы:

1. Предложенная методика расчета позволяет определять сопротивления и индуктивности экранированного трехфазного шинопровода с учетом поверхностного эффекта, эффекта близости, частоты синусоидального тока, материала шин и влияния экрана.
2. Разработанная методика получена на основе уравнений электромагнитного поля. Расчеты могут быть запрограммированы в среде Mathcad для автоматизированного инженерного расчета сопротивлений и индуктивностей трехфазного шинопровода.
3. Достоверность методики подтверждается удовлетворительным совпадением результатов расчета сопротивлений и индуктивностей с результатами, полученными при помощи программы компьютерного моделирования Elcut.

*Литература*

1. Калантаров П.Л. Расчет индуктивностей: справочная книга / П.Л. Калантаров, Л.А. Цейтлин. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.
2. Методы и средства автоматизации профессиональной деятельности: учеб. пособие. Ч. 1 / А.С. Глазырин, Д.Ю. Ляпунов, И.В. Слащев, С.В. Ляпушкин. – Томск: Изд-во Том. политех. ун-та, 2007. – 199 с.
3. Татур Т.А. Основы теории электромагнитного поля: справ. пособие. – М.: Высшая школа, 1989. – 271 с.
4. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов. – Т. 3 / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2003. – 377 с.
5. Дьяконов В.П. Mathcad 8/2000: специальный справочник. – СПб.: Питер, 2000. – 592 с.

**Носов Геннадий Васильевич**

Доцент каф. электрических сетей и электротехники НИТПУ  
Тел.: 8 (382-2) 56-34-33  
Эл. почта: nosov@elti.tpu.ru

**Трофимович Ксения Алексеевна**

Студентка Энергетического института НИТПУ  
Тел.: 8-952-176-68-96

Nosov G.V., Trofimovich K.A.

**Calculation of the resistance and inductance of a shielded three-phase busbar**

There are described the methods of calculating the resistance and inductance of the shielded three-phase busbar with the skin effect, proximity effect, frequency sinusoidal current, tire material and screen influence. Formulas are derived from the equations of the electromagnetic field, and automated engineering calculations can be pre-programmed, for example, in Mathcad. The accuracy of the technique is confirmed in satisfactory coincidence of the calculated results with those obtained by aid of computer simulation program «Elcut».

**Keywords:** three-phase busbar, resistance, inductance.