

УДК 621.3

А.В. Фролов

О расчёте чувствительности электрических схем к изменению параметров их элементов

Приведены алгоритмы расчёта чувствительностей характеристик электрических схем к изменению параметров элементов и применение полученных результатов для определения допустимых погрешностей элементов схемы. Рассмотрены аналитический и численный методы расчёта чувствительности на примере анализа чувствительности схемы симметричного мультивибратора на операционном усилителе.

Ключевые слова: параметрическая чувствительность, симметричный мультивибратор, погрешности элементов.

Параметры реально изготовленных аналоговых электрических схем неизбежно отличаются от расчётных величин. Причины указанной погрешности заключаются в относительно низкой точности расчётов, округлении полученных значений номиналов элементов до ближайших реально выпускаемых величин, относительно низкой точности изготовления радиоэлементов, изменении параметров элементов в процессе эксплуатации вследствие их старения, изменения условий окружающей среды (главным образом, температуры) и др.

Первая группа указанных причин погрешностей нивелируется повышением точности расчётов, выбором типов элементов с максимальным количеством номиналов (из ряда Е192 по ГОСТ 28884–90), использованием прецизионных радиокомпонентов [1]. Кроме того, указанные погрешности могут быть устранены при настройке схемы подбором требуемых номиналов радиоэлементов. Погрешности, связанные со старением элементов, можно снизить за счёт сокращения срока службы схемы. Компенсация температурной погрешности требует применения дополнительных конструкторско-технологических решений. При этом снижение указанных погрешностей, особенно для неинтегрированных радиокомпонентов, неизбежно приводит к повышению сложности изделия, трудоёмкости его изготовления и, следовательно, к ухудшению экономических показателей продукции. В соответствии с концепцией экономически обоснованной точности для повышения экономических характеристик изделия необходимо устанавливать точность элементов в соответствии с чувствительностью схемы к изменению их номиналов. То есть точность радиокомпонентов схемы может значительно отличаться в зависимости от их «вклада» в характеристики схемы.

Для выявления степени влияния погрешности номинала радиоэлемента на параметры схемы используется расчёт чувствительности схемы. При этом анализ чувствительности к изменению номинала отдельно взятого элемента позволяет определить требования к погрешности этого элемента, исходя из заданной точности параметров схемы. А анализ комплексной чувствительности к изменению номиналов всех элементов схемы позволяет учесть взаимное влияние элементов на параметры схемы и в случае их противоположного влияния снизить требования к точности элементов.

В связи с вышеизложенным расчёт чувствительности электрических схем является важным этапом проектирования радиоэлектронных устройств и позволяет определять экономически обоснованные требования к точности элементов схемы и необходимости применения специальных конструкторско-технологических решений для стабилизации параметров радиокомпонентов.

Методы расчёта чувствительности. Расчёт чувствительности схемы можно выполнить аналитическим и численным методами. Выбор метода расчёта зависит от сложности передаточной функции схемы.

Аналитический расчёт чувствительности. В общем случае расчёт чувствительности производится аналитически по следующей формуле:

$$S_x^F = \frac{\frac{dF}{F}}{\frac{dx}{x}} = \frac{dF}{dx} \cdot \frac{x}{F}, \quad (1)$$

где S_x^F – относительная чувствительность параметра F к изменению номинала x ; F и x – номинальные (расчётные) значения параметра и номинала элемента в точке расчёта чувствительности [2].

Для схем с относительно простой аналитической зависимостью анализируемого параметра от номиналов элементов данный вид расчёта наиболее эффективен и позволяет с высокой точностью

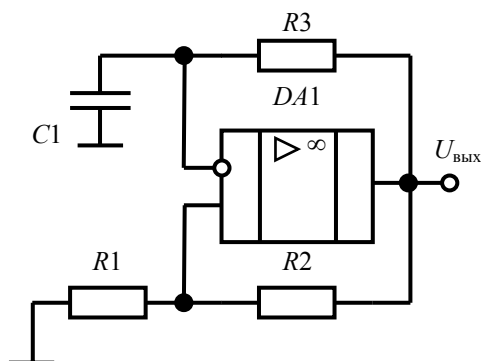


Рис. 1. Симметричный мультивибратор

во всём диапазоне изменения номиналов элементов анализировать чувствительность схемы. Например, параметры схемы симметричного мультивибратора на операционном усилителе (рис. 1) определяются следующим образом [3]:

$$t_{и} = C1 \cdot (R3 + R_{\text{ВЫХ.}DA1}) \cdot \ln \left(\frac{U^+ - \gamma \cdot U^-}{U^+ \cdot (1 - \gamma)} \right);$$

$$t_{п} = C1 \cdot (R3 + R_{\text{ВЫХ.}DA1}) \cdot \ln \left(\frac{U^- - \gamma \cdot U^+}{U^- \cdot (1 - \gamma)} \right);$$

$$\gamma = \frac{R1}{R1 + R2},$$

где $t_{и}$ и $t_{п}$ – длительности импульса и паузы генерируемых импульсов, с; $R_{\text{ВЫХ.}DA1}$ – выходное сопротивление операционного усилителя (ОУ), Ом; U^+ и U^- – максимальные положительное и отрицательное выходные напряжения ОУ, В; γ – глубина положительной обратной связи. Рассчитанные в соответствии с (1) чувствительности анализируемых параметров представлены в табл. 1, 2.

Таблица 1

Чувствительности длительности импульса мультивибратора

Изменяемые параметры	Чувствительность	Изменяемые параметры	Чувствительность
$R1$	$\frac{1}{\left(1 + \frac{R2}{R1} \cdot \frac{U^+}{U^+ - U^-}\right) \cdot \ln \left(1 + \frac{R1}{R2} \cdot \left(1 - \frac{U^-}{U^+}\right)\right)}$	U^+	$\frac{1}{\left(\frac{U^+}{U^-} \cdot \left(1 + \frac{R2}{R1}\right) - 1\right) \cdot \ln \left(1 + \frac{R1}{R2} \cdot \left(1 - \frac{U^-}{U^+}\right)\right)}$
$R2$	$\frac{1}{\left(1 + \frac{R2}{R1} \cdot \frac{U^+}{U^+ - U^-}\right) \cdot \ln \left(1 + \frac{R1}{R2} \cdot \left(1 - \frac{U^-}{U^+}\right)\right)}$	U^-	$\frac{1}{\left(\frac{U^+}{U^-} \cdot \left(1 + \frac{R2}{R1}\right) - 1\right) \cdot \ln \left(1 + \frac{R1}{R2} \cdot \left(1 - \frac{U^-}{U^+}\right)\right)}$
$R3$	$\frac{R3}{R3 + R_{\text{ВЫХ.}DA1}}$	$R_{\text{ВЫХ.}DA1}$	$\frac{R_{\text{ВЫХ.}DA1}}{R3 + R_{\text{ВЫХ.}DA1}}$
$C1$	1		

Из представленных данных видно, что все элементы схемы оказывают влияние на длительности импульса и паузы генерируемых сигналов. При этом чувствительности не постоянны – зависят от параметров радиоэлементов. Важно, что чувствительности к изменению сопротивлений резисторов $R2$ и $R1$, а также к изменению выходного напряжения ОУ U^+ и U^- уменьшаются при уменьшении отношения $\frac{R2}{R1}$, что эквивалентно приближению глубины положительной обратной связи к

единице: $\gamma \rightarrow 1$. Чувствительности схемы к изменению сопротивления резистора $R3$ снижаются при его уменьшении: $R3 \ll R_{\text{ВЫХ.}DA1}$. Но чувствительности к изменению выходного сопротивления ОУ, наоборот, снижаются при увеличении сопротивления резистора $R3$: $R3 \gg R_{\text{ВЫХ.}DA1}$. В связи с вышеизложенным для снижения чувствительности схемы при проектировании необходимо по возможности приблизить коэффициент положительной обратной связи к единице. Номинал резистора $R3$ необходимо выбрать минимальным в случае, если флуктуация его значения будет больше флук-

туации выходного сопротивления ОУ, в противном случае номинал резистора R3 необходимо выбрать максимальным.

Таблица 2

Чувствительности длительности паузы мультивибратора

Изменяемые параметры	Чувствительность	Изменяемые параметры	Чувствительность
R1	$\frac{1}{\left(1 + \frac{R2}{R1} \cdot \frac{U^-}{U^- - U^+}\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{R1}{R2} \cdot \left(1 - \frac{U^+}{U^-}\right)\right)}$	U ⁺	$\frac{1}{\left(\frac{U^-}{U^+} \cdot \left(1 + \frac{R2}{R1}\right) - 1\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{R1}{R2} \cdot \left(1 - \frac{U^+}{U^-}\right)\right)}$
R2	$\frac{1}{\left(1 + \frac{R2}{R1} \cdot \frac{U^-}{U^- - U^+}\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{R1}{R2} \cdot \left(1 - \frac{U^+}{U^-}\right)\right)}$	U	$\frac{1}{\left(\frac{U^-}{U^+} \cdot \left(1 + \frac{R2}{R1}\right) - 1\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{R1}{R2} \cdot \left(1 - \frac{U^+}{U^-}\right)\right)}$
R3	$\frac{R3}{R3 + R_{\text{Вых.ДА1}}}$	R _{Вых.ДА1}	$\frac{R_{\text{Вых.ДА1}}}{R3 + R_{\text{Вых.ДА1}}}$
C1	1		

Представленный анализ также показывает, что чувствительности длительности и паузы импульса к изменению номиналов резисторов R1 и R2, а также к изменению параметров U⁺ и U⁻ одинаковы по величине, но противоположны по знаку. Поэтому одинаковые относительные изменения указанных параметров радиоэлементов будут взаимно компенсировать погрешности длительностей импульса и паузы.

Определение требований к точности элементов схемы. Для определения требований к точности элементов схемы необходимо определить численные значения чувствительностей рассчитываемой схемы. Предположим, что рассчитанные номиналы элементов схемы следующие: R1 = 1 кОм; R2 = 10 кОм; R3 = 4,7 кОм; C1 = 2,2 мкФ; а параметры ОУ: R_{Вых.ДА1} = 150 Ом; U⁺ = U⁻ = 13 В. Тогда параметры схемы будут такими: t_и = t_п = 1,95 мс. Чувствительности схемы: S^{t_и}_{R1} = 0,914; S^{t_и}_{R2} = -0,914; S^{t_и}_{R3} = 0,969; S^{t_и}_{C1} = 1; S^{t_и}_{R_{Вых.ДА1}} = 0,031; S^{t_и}_{U⁺} = -0,457; S^{t_и}_{U⁻} = 0,457; S^{t_п}_{R1} = 0,914; S^{t_п}_{R2} = -0,914; S^{t_п}_{R3} = 0,969; S^{t_п}_{C1} = 1; S^{t_п}_{R_{Вых.ДА1}} = 0,031; S^{t_п}_{U⁺} = 0,457; S^{t_п}_{U⁻} = -0,457. Суммарные погрешности длительности импульса и паузы при наихудшем сочетании погрешностей элементов схемы:

$$\varepsilon_{\text{и. max}} = \sum \left| S_{x_i}^{t_{\text{и}}} \right| \cdot \varepsilon_{x_i} = 0,914 \cdot \varepsilon_{R1} + 0,914 \cdot \varepsilon_{R2} + 0,969 \cdot \varepsilon_{R3} + 1 \cdot \varepsilon_{C1} + 0,031 \cdot \varepsilon_{R_{\text{Вых.ДА1}}} + 0,457 \cdot \varepsilon_{U^+} + 0,457 \cdot \varepsilon_{U^-};$$

$$\varepsilon_{\text{п. max}} = \sum \left| S_{x_i}^{t_{\text{п}}} \right| \cdot \varepsilon_{x_i} = 0,914 \cdot \varepsilon_{R1} + 0,914 \cdot \varepsilon_{R2} + 0,969 \cdot \varepsilon_{R3} + 1 \cdot \varepsilon_{C1} + 0,031 \cdot \varepsilon_{R_{\text{Вых.ДА1}}} + 0,457 \cdot \varepsilon_{U^+} + 0,457 \cdot \varepsilon_{U^-},$$

где ε_{и. max}, ε_{п. max} – максимальные относительные изменения длительностей импульса и паузы; ε_{R1}, ε_{R2}, ε_{R3}, ε_{C1}, ε_{R_{Вых.ДА1}}; ε_{U⁺}; ε_{U⁻} – относительные изменения соответствующих параметров радиоэлементов.

Из приведённого анализа видно, что погрешностью выходного сопротивления ОУ можно пренебречь, так как величина его «вклада» в суммарную погрешность на порядок меньше «вклада» остальных элементов. Номиналы резисторов и конденсаторов оказывают примерно одинаковое максимальное влияние на параметры схемы. Влияние выходного напряжения ОУ на параметры генерируемых импульсов примерно в два раза меньше влияния номиналов пассивных элементов. Поэтому для обеспечения погрешностей длительностей импульса и паузы, например, не более 10% погрешности параметров элементов схемы можно распределить следующим образом: ε_{R1} = 1%, ε_{R2} = 1%, ε_{R3} = 1%, ε_{C1} = 5%, ε_{U⁺} = 2,4%, ε_{U⁻} = 2,4%. В этом случае схема не будет нуждаться в настройке.

Если условия технического задания на проектирование допускают наладку схемы, то статические погрешности параметров элементов схемы будут устраняться в процессе настройки. Поэтому необходимо лишь обеспечить заданный уровень точности параметров схемы, связанный с температурной погрешностью. Для этого при определении максимальных погрешностей длительностей импульса и паузы необходимо учитывать знак полученных чувствительностей. Так при условии использования однотипных резисторов и симметричного источника питания получаем следующие выражения для максимальных погрешностей схемы:

$$\varepsilon_{\text{ти.мах}} = \sum S_{x_i}^{t_u} \cdot \varepsilon_{x_i} = 0,969 \cdot \varepsilon_{R3} + 1 \cdot \varepsilon_{C1} + 0,031 \cdot \varepsilon_{R_{\text{вых.ДА1}}};$$

$$\varepsilon_{\text{ти.мах}} = \sum S_{x_i}^{t_n} \cdot \varepsilon_{x_i} = 0,969 \cdot \varepsilon_{R3} + 1 \cdot \varepsilon_{C1} + 0,031 \cdot \varepsilon_{R_{\text{вых.ДА1}}}.$$

То есть температурные погрешности резисторов $R1$ и $R2$ взаимно компенсируют друг друга, в результате допустимые погрешности элементов схемы могут быть увеличены фактически вдвое. А при использовании резисторов и конденсаторов с близкими по модулю, но противоположными по знаку температурными коэффициентами сопротивления и ёмкости температурные погрешности длительностей импульса и паузы могут быть сведены практически к нулю.

Численный расчёт чувствительности. Для более сложных схем, в особенности для схем с нелинейными элементами, передаточные функции которых задаются кусочными аппроксимациями, аналитический расчёт чувствительности значительно усложняется. Так, даже для относительно простой схемы рассмотренного симметричного мультивибратора аналитическое представление частоты генерируемых импульсов (f) выглядит следующим образом:

$$f = \frac{1}{C1 \cdot (R3 + R_{\text{вых.ДА1}}) \cdot \ln \left(\frac{R1}{R2} \cdot \left(1 + \frac{R2}{R1} - \frac{U^+}{U^-} \right) \cdot \left(1 + \frac{R2}{R1} - \frac{U^-}{U^+} \right) \right)}.$$

В связи с этим чувствительность частоты к изменению сопротивлений резисторов $R1$ и $R2$, а также к амплитудным значениям выходного напряжения ОУ в аналитическом виде представляет собой достаточно сложную для анализа функцию.

Для схем с аналитически сложной функциональной зависимостью параметров от номиналов элементов целесообразнее выполнять расчёт чувствительности не в общем виде, а для условий, соответствующих рассчитанным номиналам элементов с использованием численных методов.

Так, для вышеуказанных номиналов элементов расчётная частота генерируемых сигналов будет следующей: $f = 257 \text{ Гц}$. Чувствительности рассчитываются следующим образом. Зависимость частоты от ёмкости конденсатора $C1$ для расчётных условий: $f = \frac{1}{C1 \cdot 1769}$. Относительная чувствительность частоты от номинала конденсатора:

$$S_{C1}^f = \frac{df}{dC1} \cdot \frac{C1}{f} = -\frac{1}{C1^2 \cdot 1769} \cdot \frac{C1}{1/1769} = -1.$$

Аналогично определяются остальные чувствительности, результаты их расчётов представлены в табл. 3.

Таблица 3

Чувствительности частоты генерируемых импульсов мультивибратора

Изменяемые параметры	Чувствительность		Изменяемые параметры	Чувствительность	
	формула	значение		формула	значение
$R1$	$\frac{1}{\ln(1 + 0,0002 \cdot R1) \cdot \left(1 + \frac{5000}{R1}\right)}$	-0,914	$R3$	$-\frac{R3}{R3 + 150}$	-0,969
$R2$	$\frac{1}{\ln\left(1 + \frac{2000}{R2}\right) \cdot \left(1 + \frac{R2}{2000}\right)}$	0,914	$C1$	-1	-1
$R_{\text{вых.ДА1}}$	$-\frac{R_{\text{вых.ДА1}}}{R_{\text{вых.ДА1}} + 4700}$	-0,031	U^+	-	0
			U^-	-	0

Полученные результаты не только определяют требования к точности параметров элементов схемы, но и позволяют провести анализ влияния номиналов элементов схемы на чувствительность её характеристик в окрестности расчётных значений. Так, из представленных данных видно, что чувствительность S_{C1}^f не зависит от ёмкости конденсатора $C1$; модули чувствительностей S_{R3}^f и $S_{R_{\text{вых.}DA1}}^f$ увеличиваются при повышении сопротивлений $R3$ и $R_{\text{вых.}DA1}$ и достигают значения «1» при $R3 \gg 150$ и $R_{\text{вых.}DA1} \gg 4700$; модули чувствительностей S_{R1}^f и S_{R2}^f увеличиваются при снижении сопротивления $R1$ и повышении сопротивления $R2$.

Анализ полученных значений показывает, что погрешностями, вызванными флуктуациями выходного сопротивления и амплитудных значений выходного напряжения ОУ в расчётах можно пренебречь. Для снижения чувствительности необходимо по возможности снизить сопротивление резистора $R3$. Значительного снижения температурных погрешностей можно достичь за счёт применения резисторов $R1$ и $R2$ с одинаковыми ТКС, а температурные коэффициенты резистора $R3$ и конденсатора $C1$ необходимо выбрать близкими по модулю, но разными по знаку. Но указанные выводы справедливы лишь для относительно небольшого отклонения параметров элементов от расчётных величин.

Выводы

1. Расчёт и анализ чувствительности являются важным этапом проектирования аналоговых электрических схем, позволяющим определить рациональные требования к точности параметров элементов схемы, а также разработать решения для минимизации температурной и других динамических погрешностей.

2. Аналитический расчёт чувствительности в общем виде позволяет провести анализ чувствительности схемы для всех значений номиналов элементов, определить оптимальные (с позиции обеспечения минимальной чувствительности) значения номиналов элементов и рациональные требования к их точности. Но этот вид расчёта применим для схем с относительно простой зависимостью параметров от номиналов элементов.

3. Для схем со сложной аналитической зависимостью анализируемых параметров к изменению номиналов элементов предпочтительнее выполнять расчёт чувствительности численными методами для расчётных значений номиналов элементов. Результаты этого расчёта также позволяют определить оптимальные требования к точности параметров элементов схемы. Но данный метод не позволяет снизить чувствительность схемы за счёт оптимизации номиналов её элементов.

Литература

1. Расчёт активных фильтров: учеб. пособие / А.В. Фролов, В.В. Лановенко, В.А. Чекалов и др. – Комсомольск-на-Амуре: КнАГТУ, 2011. – 131 с.
2. Мошиц Г. Проектирование активных фильтров / Г. Мошиц, П. Хорн. – М.: Мир, 1984. – 320 с.
3. Расчёт генератора прямоугольных импульсов: учеб. пособие / А.В. Фролов, Р.В. Кузьмин, С.М. Копытов и др. – Комсомольск-на-Амуре: КнАГТУ, 2011. – 164 с.

Фролов Алексей Валерьевич

Канд. техн. наук, доцент каф. «Промышленная электроника»
Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета
Тел.: (421-7) 53-23-04
Эл. почта: AFrolov_kms@Mail.ru

Frolov A.V.

About the analysis of electrical schematic responsivity from unit characteristic changing

There are the techniques of analysis the responsivity of electrical schematic parameters from radioelement value changing and the techniques of calculation the limiting radioelement value error in the paper. It is listed the theoretic and the computational methods of responsivity analysis by the example of analyze the scheme of the balanced multivibrator with the operating amplifier.

Keywords: parametric responsivity, balanced multivibrator, radioelement value error.