

УДК 621.396.41

А.Г. Вострецов, В.Н. Васюков

Влияние растекания спектра внеполосной помехи на характеристики обнаружения сигнала неизвестной формы в частотной области

Представлены результаты исследования влияния эффекта «растекания спектра» внеполосной гармонической помехи при использовании дискретного преобразования Фурье на характеристики алгоритма обнаружения сигналов неизвестной формы в частотной области. Даны рекомендации по применению окна Наттолла.

Ключевые слова: растекание спектра, дискретное преобразование Фурье, обнаружение сигналов неизвестной формы.

При решении задачи обнаружения сигнала неизвестной формы в заданном частотном интервале основной проблемой является априорная неопределенность мощностей сигнала и аддитивного шума, несущей частоты и вида модуляции принимаемого сигнала. Применяемые в настоящее время алгоритмы обнаружения сигналов требуют для своей реализации либо априорного знания энергетического спектра шума, либо его предварительной оценки. Однако зачастую априорная информация о спектре шума отсутствует, а его оценка в полосе частот, соизмеримой с шириной спектра сигнала, крайне затруднительна. В работах [1, 2] предложен подход, основанный на применении принципа инвариантности для преодоления априорной неопределенности уровней сигнала и шума и критерия согласия Пирсона для преодоления априорной неопределенности формы сигнала. Для преодоления априорной неопределенности начальной фазы сигнала в этих работах использовались модульные статистики, а для преодоления априорной неопределенности уровня шума – нормировка к энергии выборки из наблюдаемого процесса. В качестве информативного признака, позволяющего обнаружить присутствие сигнала, использовалось отличие по форме энергетических спектров шума и смеси сигнала с шумом. Спектр шума в рассматриваемой полосе частот считается приближенно равномерным, в то время как спектр смеси сигнала и шума – существенно неравномерным. В качестве исходных данных в предложенных алгоритмах используются коэффициенты дискретного преобразования Фурье (ДПФ) комплексной огибающей наблюдаемого процесса. Особенностью ДПФ является эффект «растекания спектра» [3], вследствие которого в анализируемый частотный интервал может попасть часть энергии мешающего сигнала, находящегося вне этого интервала (внеполосной помехи). Это влияет на характеристики обнаружения полезного сигнала. В отсутствие полезного сигнала растекание спектра внеполосной помехи может привести к появлению неравномерности энергетического спектра наблюдаемого процесса и, как следствие, к росту вероятности ложной тревоги. Для борьбы с этим эффектом применяют взвешивание выборки непрямоугольным «временным окном», что приводит к энергетическим потерям полезного сигнала.

Целью настоящей работы является исследование зависимости вероятности ложной тревоги предложенного в работе [2] алгоритма от уровня и положения на частотной оси гармонических помех, расположенных вне анализируемого интервала частот.

Постановка задачи

Как и в работе [2], наблюдаемые данные представлены матрицей \mathbf{X} , составленной из векторов $\mathbf{X}_n = \{X_{ni}, i = \overline{1, B}\}$, $n = \overline{1, N_d}$, где X_{ni} – коэффициенты ДПФ последовательности отсчетов комплексной огибающей наблюдаемого процесса, взятых с частотой дискретизации f_d на интервалах длительностью Δt , N_d и B – соответственно число временных интервалов, используемых для реализации процедуры обнаружения, и число спектральных отсчетов в выделенном частотном интервале $[f_1, f_2]$, $f_1 = \frac{K_1 f_d}{N}$, $f_2 = \frac{K_2 f_d}{N}$, $N = \Delta t f_d$ – число отсчетов наблюдаемого процесса на интервале Δt (основание ДПФ), K_1 и K_2 – целые положительные числа, $B = K_2 - K_1 + 1$. Рабочей статистикой алго-

ритма служит матрица \mathbf{Z} , составленная из векторов $\mathbf{Z}_n = \{z_{ni}, i = \overline{1, B}\}$, $n = \overline{1, N}$, где

$z_{ni} = \frac{|X_{ni}|^2 (B-1)}{\|\mathbf{X}_n\|^2 - |X_{ni}|^2}$ имеет смысл оценки нормированного энергетического спектра комплексной огибающей. Алгоритм обнаружения [2] имеет вид

$$\varphi(T) = \begin{cases} 1, & \sum_{j=1}^B T_j > C \text{ ("сигнал есть");} \\ 0, & \sum_{j=1}^B T_j \leq C \text{ ("сигнала нет"),} \end{cases} \quad (2)$$

где $T = \{T_1, \dots, T_B\}$; $T_i = \sum_{k=1}^{N_z} N_z p_{i,k}^2 - 1$, $i = \overline{1, B}$; N_z – число сегментов, на которые разбивается диапазон значений статистик z_{ni} ; $p_{i,k} = \frac{n_{i,k}}{N_d}$; $n_{i,k}$ – число попаданий за время наблюдения $N_d \Delta t$ значений статистик z_{ni} , соответствующих i -му спектральному отсчету, в k -й сегмент нормированного амплитудного спектра; C – пороговая константа, определяемая исходя из заданного уровня вероятности ложной тревоги α : $\mathbf{M}_{w_0}[\varphi(T)] = \alpha$, где $\mathbf{M}_{w_0}[\cdot]$ – оператор усреднения по распределению статистики T в отсутствие сигнала.

Степень неравномерности спектра может быть охарактеризована предложенным в работе [1] коэффициентом неравномерности спектра

$$r = \frac{B}{(B-1) \sum_{k=K_1}^{K_2} |\delta_k|^2} \sum_{i=K_1}^{K_2} \left[\delta_i - \frac{1}{B} \sum_{k=K_1}^{K_2} \delta_k \right]^2, \quad (3)$$

где δ_i^2 , $i = \overline{K_1, K_2}$ – значения энергетического спектра (спектральной плотности мощности) наблюдаемого процесса (в общем случае – смеси сигнала и шума) в B точках, равномерно размещенных в частотном интервале. Коэффициент (3) имеет минимальное значение в случае равномерного спектра ($r=0$), и максимальное значение ($r=1$) – если лишь одно значение δ_i^2 отлично от нуля.

Исследование влияния растекания спектра внеполосной гармонической помехи на характеристики алгоритма обнаружения (3) будем осуществлять на основе оценок доли энергии внеполосной помехи, попадающей в частотный интервал $[f_1, f_2]$, изменения коэффициента неравномерности спектра и вероятности ложной тревоги алгоритма (2).

Исследование влияния растекания спектра внеполосной помехи на характеристики алгоритма обнаружения сигнала

Исследование проведем для случая, когда помеха представляет собой гармоническое колебание с комплексной огибающей

$$p(t) = U \exp[j(2\pi f_0 t + \psi)], \quad (4)$$

где U – амплитуда помехи, ψ – неизвестная начальная фаза, частота f_0 лежит вне интервала анализируемых частот $[f_1, f_2]$.

На основании свойств z -преобразования и ДПФ [4] можно показать, что при использовании прямоугольного временного окна энергия помехи, «затекающая» в частотный интервал $[f_1, f_2]$, равна

$$E = \begin{cases} U_p^2 \sum_{k=K_1}^{K_2} \left| \frac{1 - e^{j2\pi f_0 N}}{-j2\pi \left(\frac{k}{N} - f_0\right)} \right|^2, & f_0 \neq n f_d / N; \\ 0, & f_0 = n f_d / N, \quad n - \text{любое целое.} \end{cases} \quad (5)$$

Введём обозначение ΔE_f для доли (в относительных единицах) энергии внеполосной помехи на интервале наблюдения длительностью Δt , попадающей вследствие эффекта растекания спектра в анализируемый частотный интервал $[f_1, f_2]$, обозначим Δf смещение частоты помехи относительно нижней (верхней) границы интервала, т.е. $f_0 = f_1 - \Delta f$ ($f_0 = f_2 + \Delta f$). Зависимость ΔE_f от величины Δf может быть вычислена согласно выражению (5). На рис. 1, а показана зависимость ΔE_f от смещения частоты помехи относительно нижней (верхней) границы интервала, выраженно-го в относительных единицах $\frac{N\Delta f}{f_d}$, для случая, когда используется прямоугольное временное окно, при $B \gg 1$.

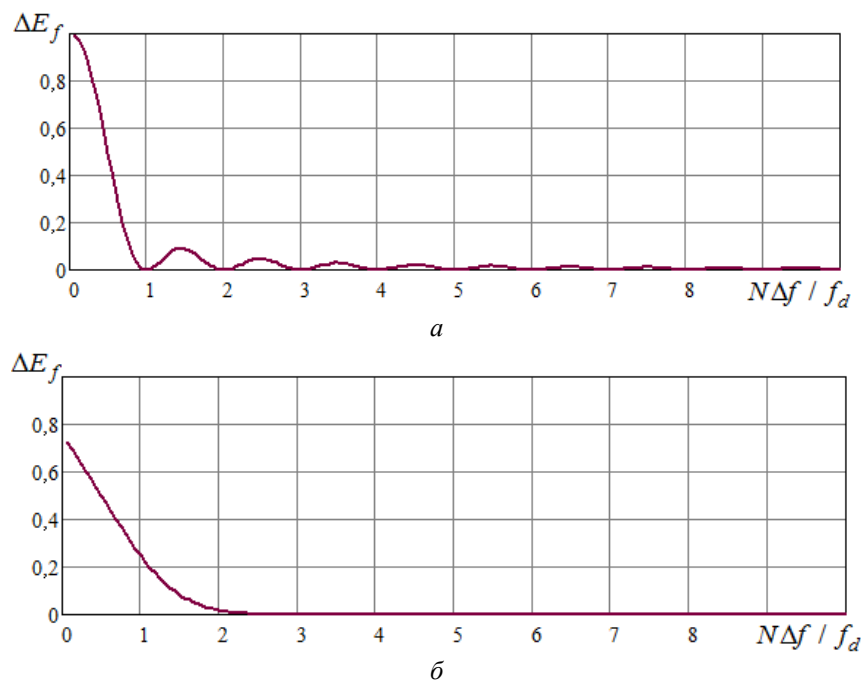


Рис. 1. Зависимость доли энергии внеполосной помехи, попадающей в анализируемый частотный интервал вследствие эффекта растекания спектра, от смещения частоты помехи относительно нижней (верхней) границы анализируемого частотного интервала при использовании a – прямоугольного временного окна; b – окна Наттолла

шать мощность полезного сигнала (например, если помеха представляет собой сигнал близко расположенной радиовещательной станции), такая помеха может существенно увеличить вероятность ложной тревоги алгоритма обнаружения сигнала.

Использование оконного взвешивания выборки позволяет значительно снизить затекание энергии внеполосной помехи в рабочий интервал частот [3]. На рис. 1, б показана зависимость доли энергии внеполосной помехи, попадающей в анализируемый частотный интервал вследствие эффекта растекания спектра, от смещения частоты относительно нижней (верхней) границы анализируемого частотного интервала при использовании временного окна Наттолла.

В этом случае при $\frac{N\Delta f}{f_d} = 1,5$ доля энергии помехи в анализируемом частотном интервале составляет 8,4% и уже при $\frac{N\Delta f}{f_d} > 2,4$ становится менее 0,3%. Заметим, что применение окна Наттолла (и любого другого непрямоугольного окна) приводит к тому, что при $\Delta f = 0$ не вся энергия помехи попадает в анализируемый диапазон; это объясняется расширением ДПФ-спектра гармонической последовательности при её оконном взвешивании.

Из рис. 1, а видно, что в случае, когда величины f_d и Δf не кратны друг другу, в анализируемый частотный интервал попадает часть энергии внеполосной помехи, при этом наиболее опасными являются ситуации, когда $\frac{N\Delta f}{f_d} = \frac{2k+1}{2}$, где $k \geq 0$ – целое число. При $\frac{N\Delta f}{f_d} = 1,5$ и $B \gg 1$ доля энергии помехи составляет величину порядка 9%. С ростом Δf эта доля медленно уменьшается и при $\frac{N\Delta f}{f_d} > 19$ становится менее 0,3%. С учетом того, что мощность внеполосной помехи может на 2...3 порядка превышать

Рассмотрим влияние внеполосной гармонической помехи на коэффициент неравномерности спектра в анализируемом частотном интервале. На рис. 2, а и б, для случая $N=1024$, $B=19$ показаны зависимости коэффициента (3) в анализируемом частотном интервале $[f_1, f_2]$ от смещения частоты внеполосной помехи (4) относительно нижней (верхней) границы интервала при использовании прямоугольного временного окна и окна Наттолла для различных значений отношения q_p^2 энергии помехи к спектральной плотности мощности шума (предполагается, что спектральная плотность мощности шума остается постоянной во всем диапазоне частот). Коэффициент неравномерности r вычисляется по формуле (3), где в качестве компонент δ_i выступали величины

$$\delta_i = \sqrt{|P_{K_1-1+i}|^2 + \frac{E_p}{N \cdot q_p^2}}, \quad i=1, \dots, B;$$

здесь P_{K_1-1+i} – спектральные компоненты помехи в диапазоне

частот $[f_i, f_2]$, q_p^2 – отношение энергии помехи к спектральной плотности мощности шума, N – основание ДПФ.

На рис. 2 кривая 1 соответствуют отношению помеха/шум $q_p^2=1$, кривая 2 – отношению $q_p^2=10$, кривая 3 – $q_p^2=100$.

На рис. 3 приведен график зависимости вероятности принятия решения о наличии сигнала α от коэффициента неравномерности спектра, полученной методом статистических испытаний на ЭВМ алгоритма (2) для случая, когда вероятность ложной тревоги равна 0,01. Видно, что в интервале значений r в диапазоне 0–0,005 эта зависимость практически линейная.

Если допустить увеличение вероятности ложной тревоги в результате действия внеполосной гармонической помехи (4) не более чем в 2 раза, то, как видно из рис. 3, допустимое значение коэффициента неравномерности не должно превосходить 0,001. Для этого при использовании прямоугольного

временного окна гармоническая помеха должна отстоять от границы анализируемого частотного интервала $[f_1, f_2]$ на величину $\Delta f \geq \frac{17,5 f_d}{N}$ при $q_p^2=1$, $\Delta f \geq \frac{42,5 f_d}{N}$ при $q_p^2=10$ и $\Delta f \geq \frac{83,5 f_d}{N}$

при $q_p^2=100$. Для окна Наттолла эти цифры равны $\Delta f \geq \frac{2,85 f_d}{N}$ при $q_p^2=1$, $\Delta f \geq \frac{3,15 f_d}{N}$ при

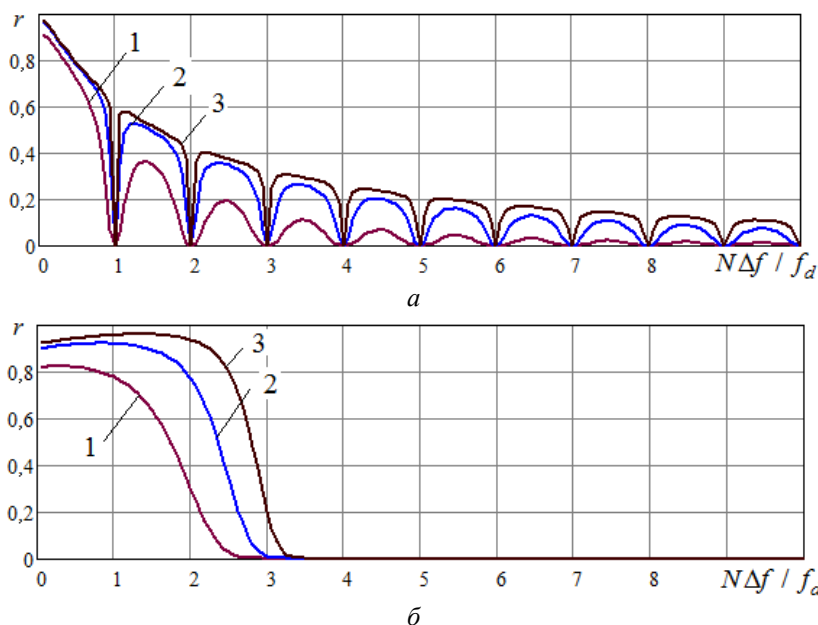


Рис. 2. Зависимость коэффициента неравномерности спектра от смещения частоты помехи относительно нижней (верхней) границы анализируемого частотного интервала при использовании а – прямоугольного временного окна; б – окна Наттолла

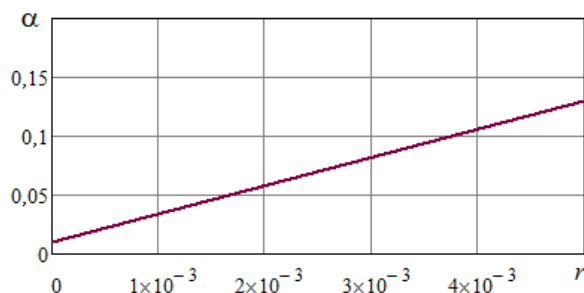


Рис. 3. Зависимость вероятности принятия решения о наличии сигнала от коэффициента неравномерности спектра

$q_p^2 = 10$ и $\Delta f \geq \frac{3,4fd}{N}$ при $q_p^2 = 100$. Таким образом, при использовании ДПФ для обнаружения сигналов неизвестной формы в частотной области применение временного окна Наттолла позволяет эффективно бороться с внеполосными помехами.

Заключение. Проанализировано влияние растекания спектра гармонической помехи при использовании ДПФ для реализации алгоритма обнаружения сигнала неизвестной формы в частотной области. Получены численные оценки коэффициента неравномерности спектра в зависимости от расстройки помехи относительно частотного интервала, подлежащего анализу. Для различных отношений помеха/шум проведено сравнение влияния растекания спектра на вероятность ложной тревоги в отсутствие оконного взвешивания выборки и при использовании окна Наттолла.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 11-07-00078-а).

Литература

1. Богданович В.А. Построение инвариантного алгоритма обнаружения сигналов в частотной области на основе критерия согласия / В.А. Богданович, Ё.Ю. Бородич // Доклады АН ВШ РФ. – 2010. – № 1 (14). – С. 74–83.
2. Богданович В.А. Инвариантный алгоритм обнаружения сигналов в частотной области на основе критерия согласия / В.А. Богданович, А.Г. Вострецов, М.В. Гундарева; научн. ред. Г.Я. Шайдуров; отв. за выпуск А.А. Левицкий. // Современные проблемы радиоэлектроники: сб. научн. тр. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2011. – С. 36–40.
3. Harris F. On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform // Proceedings of the IEEE. – 1978. – Vol. 66 (1). – P. 51–83.
4. Оппенгейм А. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер. – М.: Связь, 1979. – 416 с.

Вострецов Алексей Геннадьевич

Д-р техн. наук, профессор, проректор по научной работе
Новосибирского государственного технического университета (НГТУ)
Тел.: 8 (383) 346-48-72
Эл. почта: vostretsov@dam.nstu.ru

Васюков Василий Николаевич

Д-р техн. наук, профессор, заведующий отделом научных исследований НГТУ
Тел.: 8 (383) 346-26-98
Эл. почта: vasyukov@edu.nstu.ru

Vostretsov A.G., Vasyukov V.N.

Influence of out-of-band interference spectral leakage on performance of unknown form signal detection in the frequency domain

Out-of-band harmonic interference spectral leakage influence on performance of unknown form signal detection in the frequency domain is investigated. Advices on practical application of Nuttall window are offered.

Keywords: spectral leakage, discrete Fourier transform, unknown form signal detection.