

УДК 621.314.26

И.А. Баховцев

## Анализ выходных характеристик однофазного инвертора напряжения с гистерезисным управлением

Получены аналитические соотношения, описывающие компоненты и коэффициент гармоник выходных напряжения и тока, а также число коммутаций однофазного инвертора напряжения с традиционным гистерезисным управлением. Правильность формул подтверждена компьютерным экспериментом. Предложен новый коэффициент, позволяющий комплексно оценивать характеристики преобразователя с гистерезисным управлением.

**Ключевые слова:** однофазный инвертор напряжения, гистерезисное управление, выходные характеристики, число коммутаций, комплексный коэффициент гармоник тока.

В управлении автономными инверторами напряжения (АИН) наряду с другими способами широкое распространение получило гистерезисное управление (ГУ). Стремление усовершенствовать его классический вариант, устранив присущие ему некоторые недостатки, привело к разработке в последние десять-пятнадцать лет целого ряда новых гистерезисных способов (векторных, с многоуровневыми компараторами и т.д.) [1, 2]. Многообразие способов ГУ предполагает их сравнительный анализ по тем или иным показателям. Однако публикации ограничиваются, как правило, их описанием, реализацией, иногда спектром тока и зависимостью числа коммутаций от времени. Этого явно недостаточно для принятия решения в пользу того или иного способа. Здесь требуется набор интегральных показателей, позволяющих оценить влияние способа на входные, выходные и внутренние характеристики преобразователя. Настоящая статья является некоторой попыткой восполнить указанный пробел в части анализа выходных характеристик инвертора напряжения.

Так как основа одна и та же, то, очевидно, разнообразные способы ГУ будут иметь общие свойства. Поэтому целесообразно сначала провести анализ простейшего варианта – гистерезисного управления однофазным полумостовым АИН, а затем полученные закономерности и соотношения попробовать распространить на другие его модификации и варианты использования. В частности, результаты такого анализа будут справедливы для трехфазного АИН с соединением нагрузки в звезду с нулевым проводом, а также (с учетом увеличенной амплитуды импульсов напряжения) для однофазного мостового инвертора.

При анализе были сделаны следующие допущения: источник питания – идеальная ЭДС, ключи идеальные, коммутация ключей мгновенная, АИН работает в линейной зоне регулирования выходного напряжения и тока, нагрузка носит активно-индуктивный характер.

Анализ проводился с использованием программы имитационного моделирования PSIM.

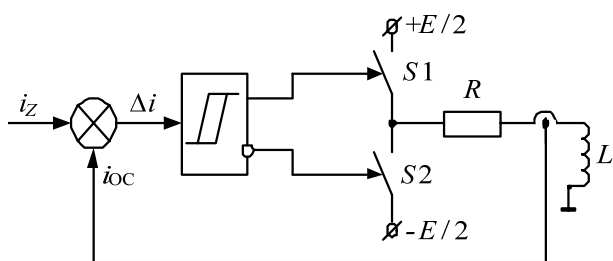


Рис. 1. Гистерезисное управление однофазным полумостовым инвертором

**Выходное напряжение.** К показателям выходного напряжения (тока) инвертора относятся действующее значение, зависимость амплитуды 1-й гармоники от глубины модуляции (регулирующая характеристика), действующее значение высших составляющих, коэффициент гармоник. В однофазном АИН с ГУ, упрощенная схема которого представлена на рис. 1, на выходе с помощью ключей  $S1$  и  $S2$  формируется импульсное биполярное напряжение. Независимо от способа управления (типа модуляции) действующее значение такой кривой равно амплитуде импульсов:

$$U = E/2, \quad (1)$$

где  $E$  – напряжение источника питания.

Важным показателем выходного напряжения является регулировочная характеристика (РХ). Однако здесь появляется параметр системы управления (СУ) – глубина модуляции  $M$ . Возникает вопрос: как определить (или задать)  $M$  для гистерезисного управления?

У АИН существует предельное значение амплитуды первой гармоники выходного фазного напряжения, соответствующее границе линейной области регулирования. Например, для однофазного полумостового АИН с синусоидальной ШИМ имеет место следующее соотношение:

$$U_{(1)\max} = E/2. \quad (2)$$

Этой величине соответствует глубина модуляции  $M=1,0$ . Такой порог существует у АИН и при гистерезисном управлении. Как показало компьютерное моделирование, он соответствует выражению (2). С точки зрения управления инвертором как источником напряжения такая величина тоже должна соответствовать  $M = 1,0$ . Предельная величина напряжения определяет и предельное значение тока в линейной зоне регулирования, которое в то же время зависит и от модуля нагрузки  $Z_H$ :

$$I_{(1)\max} = \frac{U_{(1)\max}}{Z_H} = \frac{E}{2Z_H}. \quad (3)$$

Глубина модуляции как параметр задания напряжения может стать одновременно и параметром задания выходного тока, если последний выражать в долях от его конкретного максимального значения  $I_{(1)\max}$ . Поэтому в настоящей статье под глубиной модуляции как параметром СУ, задающим выходной ток, понимается отношение амплитуды текущего синусоидального сигнала задания к амплитуде его максимального значения или, что то же самое, отношение заданной амплитуды первой гармоники выходного тока (напряжения) к ее максимальному значению  $I_{(1)\max}$  ( $U_{(1)\max}$ ):

$$M = I_z / I_{z\max} = I_{(1)m} / I_{(1)\max} = U_{(1)m} / U_{(1)\max}. \quad (4)$$

Следовательно, для однофазного АИН с ГУ регулировочная характеристика по напряжению будет выражаться известным соотношением:

$$U_{(1)m} = MU_{(1)\max} = ME/2,$$

т.е. таким же, что и у однофазного АИН с программной синусоидальной ШИМ (СШИМ).

Поскольку упомянутые выше составляющие выходного напряжения однофазного АИН как с ГУ, так и с СШИМ одинаковы, то будут одинаковы и другие его составляющие и коэффициент гармоник. Выражения для них взяты из [3] и приведены в табл. 1. Напряжения представлены в относительных величинах по отношению к ЭДС источника питания  $E$ .

Таблица 1

Показатели выходного напряжения				
$U^*$	$U^*_{(1)m}$	$U^*_{(1)}$	$U^*_B$	$K_\Gamma$
$\frac{1}{2}$	$\frac{M}{2}$	$\frac{M}{2\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{1-M^2}{4}-\frac{M^2}{8}}$	$\sqrt{\frac{2}{M^2}-1}$

**Выходной ток.** В соответствии с выражением (4) токовая регулировочная характеристика будет иметь вид

$$I_{(1)m} = MI_{(1)\max} = \frac{ME}{2Z_H}. \quad (5)$$

Оценим действующее значение кривой выходного тока. Особенностью гистерезисного управления является то, что мгновенное значение выходного тока, изменяясь в соответствии с сигналом задания, в то же время поддерживается в заданных границах гистерезисного канала. Если выделить пульсации (высшие гармоники) тока, то они будут иметь вид, представленный на рис. 2, а ( $I_\Delta$ ). Пульсации меняются в диапазоне от нуля до  $2H$ , где  $H$  – величина отклонения пульсаций от заданного значения тока (на рисунке величина  $H = 1$  А).

Для проведения дальнейших выкладок сделаем дополнительные допущения:

- величина ширины гистерезиса постоянна и равна  $2H$ ;
- величина  $H$  мала и, следовательно:
  - на периоде выходного напряжения число пульсаций тока велико и является (для упрощения вывода) целым числом;
  - кривая пульсации тока во времени меняется по кусочно-линейному закону.

Таким образом, пульсации тока представляют собой треугольники одинаковой амплитуды. Такая однозначность формы позволяет определить действующее значение высших составляющих выходного тока АИН. Воспользуемся следующей формулой:

$$I_B = \sqrt{\frac{1}{T_{\text{ВЫХ}}} \int_0^{T_{\text{ВЫХ}}} i_B^2(t) dt},$$

где  $T_{\text{ВЫХ}}$  – период выходного напряжения АИН.

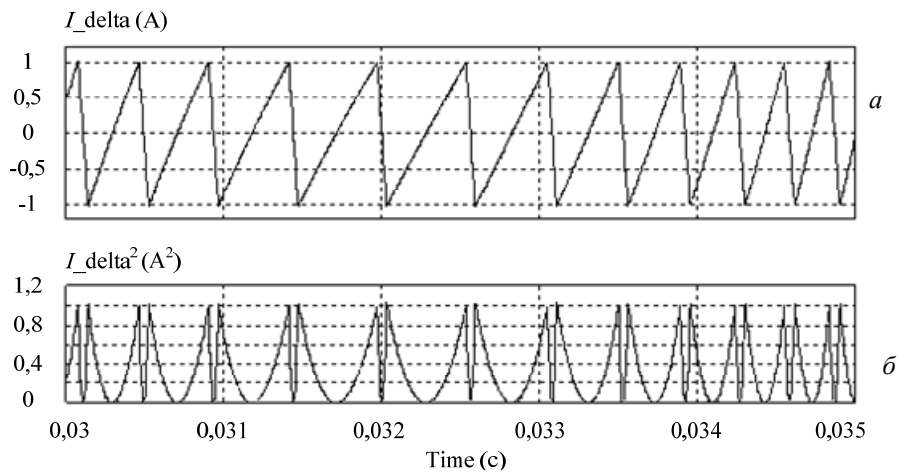


Рис. 2. Пульсации выходного тока

Как видно из рис. 2, *a*, наклоны пил неодинаковы, но они не меняются на межкоммутационном интервале. На рис. 2, *б* показана форма кривой квадрата тока треугольных пульсаций ( $i_{\text{delta}}^2$ ). Нетрудно видеть, что на межкоммутационном интервале в этой кривой имеет место квадратичная зависимость. Тогда интеграл под корнем в последнем выражении можно представить как сумму площадей фигур, которые на  $i$ -м интервале ограничены параболой и осью абсцисс. Пусть начало координат находится в середине межкоммутационного интервала. Тогда можно записать:

$$I_B = \sqrt{\frac{1}{T_{\text{ВЫХ}}} \sum_{i=1}^P S_i} = \sqrt{\frac{1}{T_{\text{ВЫХ}}} \sum_{i=1}^P 2 \int_0^{\tau_i/2} i_i^2(t) dt}, \quad (6)$$

где  $P$  – число пульсаций на периоде выходного тока;  $\tau_i$  – длительность  $i$ -го межкоммутационного интервала;  $S_i$  – площадь  $i$ -й фигуры;  $i_i$  – форма кривой пульсации на  $i$ -м интервале.

На половине  $i$ -го межкоммутационного интервала, например на нарастающем участке, можно выразить законы изменения тока пульсации и его квадрата:

$$i_i(t) = \frac{2H}{\tau_i} t, \quad i_i^2(t) = \frac{4H^2}{\tau_i^2} t^2. \quad (7)$$

Подставив выражение для квадрата тока из (7) в (6) и выполнив преобразования, получим соотношение

$$I_B = \sqrt{\frac{1}{T_{\text{ВЫХ}}} \sum_{i=1}^P \frac{H^2 \tau_i}{3}} = \dots = \frac{H}{\sqrt{3}}. \quad (8)$$

Коэффициент гармоник тока, как известно, равен отношению действующих значений высших и первой гармоник. В соответствии с формулами (5) и (8) выражение для него будет иметь вид

$$K_{\text{ГТ}} = \frac{I_B}{I_{(1)}} = \frac{H}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{MI_{(1)\text{max}}}. \quad (9)$$

Действующее значение всей кривой тока будет определяться следующим соотношением:

$$I = \sqrt{I_{(1)}^2 + I_B^2} = \sqrt{\frac{M}{\sqrt{2}} I_{(1)\text{max}}^2 + \frac{H^2}{3}}. \quad (10)$$

Величину отклонения пульсаций от заданного тока  $H$  удобно выразить в относительных единицах – в долях от максимального тока:

$$H = H^* I_{(1)\text{max}}. \quad (11)$$

Подставив соотношение (11) в (8)–(10), получим выражения в общем виде. Выведенные формулы, характеризующие выходной ток однофазного АИН с гистерезисным управлением, приведены в табл. 2. Токи представлены в относительных единицах: базовая величина –  $I_{(1)\max}$ .

Таблица 2

Показатели выходного тока				
$I^*$	$I^*_{(1)m}$	$I^*_{(1)}$	$I^*_B$	$K_{ГТ}$
$\sqrt{\frac{M^2}{2} + \frac{H^{*2}}{3}}$	$M$	$\frac{M}{\sqrt{2}}$	$\frac{H^*}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{2}H^*}{\sqrt{3}M}$

**Число коммутаций.** Оценим аналитически этот параметр, обозначив его, по аналогии с программными способами,  $K_{кф}$  [4]. Чтобы упростить вывод, определим  $K_{кф}$  сначала для  $M = 0$ . При этом, как показало моделирование, пульсации имеют форму одинаковых равнобедренных треугольников. Допущение о линейности кривой пульсаций тока соответствует чисто индуктивному току. На основании этого и с учетом того, что на полупериоде пульсаций  $T_{п0}/2$  ток достигает величины  $2H$ , довольно просто можно получить период и частоту пульсаций:

$$T_{п0} = \frac{8HL}{E}, \quad f_{п0} = \frac{E}{8HL}.$$

Индекс «0» в последних двух формулах означает, что результат получен для  $M = 0$ . С учетом двух коммутаций на периоде  $T_{п0}$  получим число коммутаций на периоде выходной частоты  $T_{вых}$ :

$$K_{кф0} = \frac{2T_{вых}}{T_{п0}} = \frac{T_{вых}E}{4HL}. \quad (12)$$

Подставив в (12) соотношения (11) и (3), умножив знаменатель и числитель на  $\pi$ , после преобразования получим окончательное выражение:

$$K_{кф0} = \frac{\pi}{\sin\varphi \cdot H^*}. \quad (13)$$

Данное выражение было проверено путем моделирования и показало хорошее совпадение. Также на модели АИН с ГУ были сняты зависимости  $K_{кф}$  от  $M$  при разной ширине канала гистерезиса, которые приведены на рис. 3 сплошными линиями. Из графиков видно, что данные зависимости меняются по закону косинуса. Кроме того, анализ численных значений показал, что при  $M = 1$  значение  $K_{кф}$  становится в два раза меньше, чем при  $M = 0$ . Для косинуса величина 0,5 соответствует углу в  $60^\circ$ . Отсюда получаем следующее (полуэмпирическое) соотношение:

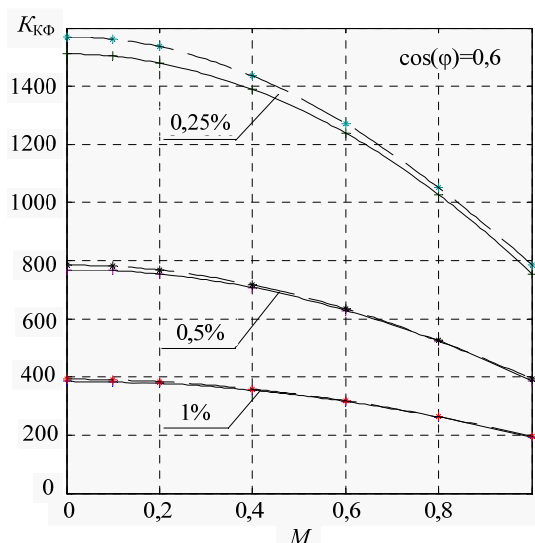
$$K_{кф} = K_{кф0} \cdot \cos\frac{M\pi}{3} = \frac{\pi}{H^* \sin\varphi} \cos\frac{M\pi}{3}. \quad (14)$$

Графики, вычисленные по выражению (14) и показанные на рис. 3 в виде пунктирных линий, хорошо совпадают с экспериментальными кривыми.

Как видно из полученных выше формул,  $K_{ГТ}$  прямо, а  $K_{кф}$  обратно пропорциональны величине  $H$ . В этих зависимостях нашел отражение тот известный факт, что, улучшая качество тока, мы проигрываем в числе коммутаций и наоборот. По аналогии с [4] введем приведенный коэффициент гармоник тока по числу коммутаций. Данный коэффициент позволяет оценить для гистерезисного управления и качество выходного тока АИН, и затраты на него (число коммутаций):

$$K_{ГТ\_к} = K_{ГТ} K_{кф} = \frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{3}M \sin\varphi} \cos\frac{M\pi}{3}. \quad (15)$$

Чтобы освободиться от параметра нагрузки, введем комплексный коэффициент гармоник тока по числу коммутаций и синусу углу нагрузки:

Рис. 3. Число коммутаций на периоде в зависимости от  $M$  и  $H$

$$K_{ГТ\_к\_ф} = K_{ГТ} K_{кф} \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{3}M} \cos \frac{M\pi}{3}. \quad (16)$$

Данный коэффициент зависит только от параметра управления и в интегрированном виде отражает основные свойства традиционного ГУ применительно к однофазному АИН.

Очевидно, что для каждого гистерезисного способа можно получить (аналитически или экспериментально) аналогичный комплексный коэффициент, который и целесообразно использовать для полноценного и при этом простого сравнения способов ГУ по качеству выходной энергии АИН.

Результаты проведенного анализа, как было сказано выше, можно использовать при анализе трехфазного инвертора напряжения, причем как с традиционным, так и с векторными способами гистерезисного управления, что может быть темой дальнейших исследований.

**Заключение.** Проанализированы выходные характеристики однофазного полумостового АИН с гистерезисным управлением. При этом получено следующее:

- аналитические выражения для компонентов и коэффициентов гармоник выходных напряжений и тока, а также выражения для частоты и числа коммутаций;
- показано, что анализируемые характеристики выходного напряжения однофазного АИН с синусоидальной ШИМ и с гистерезисным управлением одинаковы;
- предложено для упрощения процедуры сравнения способов гистерезисного управления по качеству выходной энергии использовать приведенные коэффициенты гармоник тока по числу коммутаций и параметру нагрузки.

#### *Литература*

1. Kazmierkowski M.P. Current control techniques for three-phase voltage-source PWM converters: A survey / M.P. Kazmierkowski, L. Malesani // IEEE Trans. Ind. Electron. – 1998. – Vol. 45, №5. – P. 691–703.
2. Analysis of different current techniques for grid connected inverter system. / N.M. Kumar, V.V. Reddy, B.R. Narendra, B.C. Babu // International Journal of Emerging trends in Engineering and Development. – 2012. – Vol. 5, is. 2. – P. 678–699.
3. Баховцев И.А. Анализ способов управления инверторов напряжения с синусоидальной ШИМ // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-98): Тр. IV Междунар. науч.-техн. конф.: в 16 т. – Т. 7. Силовая электроника. – Новосибирск: НГТУ, 1998. – С. 64–68.
4. Баховцев И.А. Анализ качества преобразования энергии в АИН с ШИМ / И.А. Баховцев, Г.С. Зиновьев // Силовые тиристорные преобразователи: межвуз. сб. науч. тр. – Новосибирск: НЭТИ, 1987. – С. 3–12.

#### **Баховцев Игорь Анатольевич**

Канд. техн. наук, доцент каф. электроники и электротехники  
Новосибирского государственного технического университета  
Тел.: 8 (383) 3-46-08-66  
Эл. почта: igor\_55@ngs.ru

Bakhovtsev I.A.

#### **Output characteristics analysis of hysteresis control one-phase voltage source inverter**

In this paper we have derived the analytical relations which describe components, output voltage and current THD and commutation numbers of one-phase VSI with conventional hysteresis control. The validity of the formulas has been verified by means of simulations. The new factor that provides to estimate the characteristics of hysteresis control converter is proposed.

**Keywords:** one-phase voltage source inverter, hysteresis control, output characteristics, commutation number, complex current THD.