

УДК 621.314.1:001.891.573

В.И. Апасов, С.Г. Михальченко, В.П. Коцубинский

Математическое моделирование комбинированного преобразователя напряжения со стабилизацией выходного напряжения

Предложена математическая модель комбинированного преобразователя, способного работать в качестве как понижающего, так и повышающего преобразователя, на основе численно-аналитического метода математического моделирования динамики полупроводниковых преобразователей. Получены зависимости напряжения на выходе и тока через силовой дроссель в зависимости от нагрузки. Показана применимость полученной математической модели для исследования поведения преобразователя.

Ключевые слова: математическое моделирование, комбинированный преобразователь, коммутационная функция.

При проектировании любого сложного устройства в современном мире обязательным условием является его изучение со всех сторон, анализ работы в различных режимах. Исследование динамики замкнутых систем регулирования ключевого типа заключается в их описании нелинейными уравнениями кусочно-непрерывного типа для дальнейшего применения бифуркационного подхода в анализе динамических режимов. Поэтому получение достоверной математической модели преобразователя является актуальной задачей, результатом решения которой будет получение границ его устойчивой работы в зависимости от входных параметров и параметров силовой части. Данный преобразователь обеспечивает одинаковую полярность входного и выходного напряжения с возможностью получения выходного напряжения как больше входного, так и меньше при меньших потерях на элементах и номиналов токов через ключи и диоды, в сравнении с импульсными преобразователями с разделительным конденсатором [1].

Схема замещения рассматриваемого комбинированного преобразователя представлена на рис. 1.

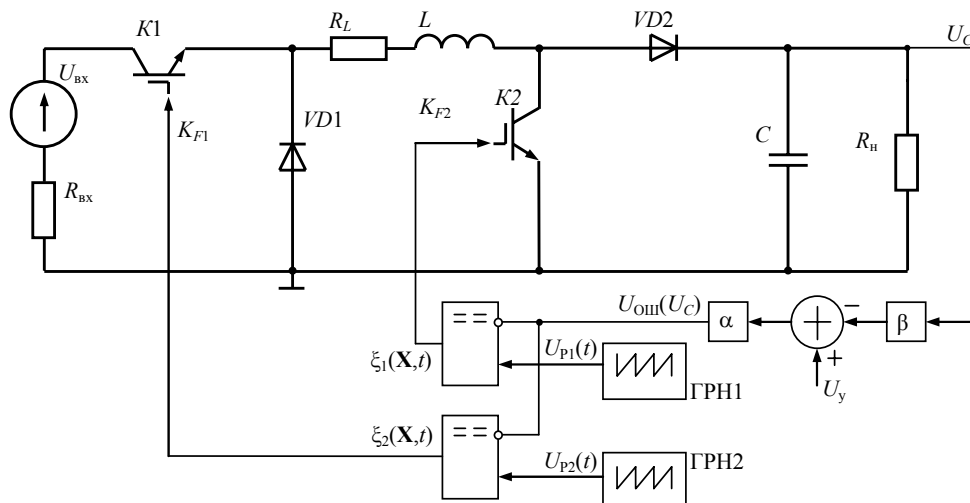


Рис. 1. Структурная схема комбинированного преобразователя со стабилизацией выходного напряжения

На рис. 1 приняты следующие обозначения: $U_{вх}$ – входной источник ЭДС; $R_{вх}$ – сопротивление входного источника; $K1$, $K2$ – силовые коммутационные элементы; $VD1$, $VD2$ – силовые диоды; R_L – сопротивление обмоток дросселя; L – индуктивность дросселя; C – емкость выходного фильтра; R_n – сопротивление нагрузки; β – коэффициент передачи датчика обратной связи по выходному напряжению; U_y – управляющее напряжение; α – коэффициент усиления пропорционального звена; $U_{p1}(t)$, $U_{p2}(t)$ – разветвляющее напряжение (пилообразное), формируемое ГРН1, ГРН2 – генераторами разветвляющего напряжения; $\xi_1(U_c, t)$, $\xi_2(U_c, t)$ – коммутационная функция для управления ключами.

Система управления для данного преобразователя представляет собой структуру с отдельными контурами управления для ключей понижающего и повышающего преобразователя [1].

При построении математической модели силовой части преобразователя принимались следующие допущения. Входной источник является идеальным источником напряжения, а его сопротивление задается последовательно соединенным резистором; дроссель представлен в виде индуктивности с последовательно соединенным сопротивлением, которое также учитывает сопротивление монтажа и потери на других элементах. В математической модели, построенной по схеме замещения (см. рис. 1), принято нулевое время переключения силовых коммутационных элементов с двумя возможными состояниями (включен, выключен). Длительность фронта переключения много меньше длительности управляющего импульса, что с учетом частоты коммутации 50 кГц позволяет нам сделать такое допущение для математической модели. Корректирующее устройство выполнено на базе идеальных компонентов.

Математическая модель комбинированного преобразователя напряжения. Математическая модель данного преобразователя представляет собой систему дифференциальных уравнений, построенных в базисе коммутационно-разрывных функций [2].

Математическая модель комбинированного преобразователя может быть записана в виде обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными матрицами состояний \mathbf{A} и \mathbf{B} для каждого из возможных состояний схемы, зависящей от коммутационных функций $K_F(\xi)$:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}(K_F(\xi)) \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B}(K_F(\xi)). \quad (1)$$

Здесь \mathbf{X} – вектор переменных состояний, $\mathbf{X} = \{i_L, U_C\}$ – ток в дросселе и напряжение на выходном конденсаторе.

Управляющие импульсы напряжения K_F для каждого из ключей $K1, K2$ формируются блоком импульсного модулятора по закону

$$K_F(\xi) = \frac{1}{2}[1 + \text{sign}(\xi)], \quad (2)$$

где функции обратной связи $\xi_i(\mathbf{X}, t)$, $i=1,2$, служащие аргументом коммутационной функции $K_{F1}(\xi_1)$ и $K_{F2}(\xi_2)$ для соответствующего ключа (рис. 2), строятся как разность сигнала ошибки $\alpha \cdot (U_Y - \beta \cdot U_C)$ и развертывающего напряжения:

$$\xi_i(U_C, t) = \alpha \cdot (U_Y - \beta \cdot U_C) - U_{pi}(t), \quad i=1,2. \quad (3)$$

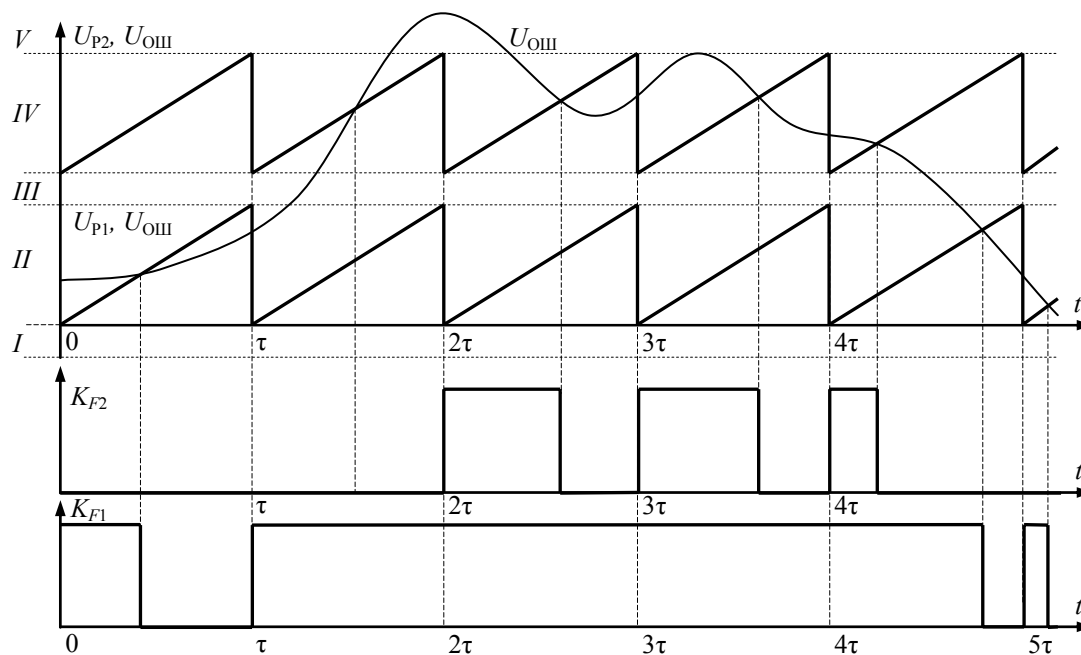
Развертывающее напряжение каждой зоны формируется по следующему закону:

$$U_{pi}(t) = U_{pm} \cdot \left(\frac{t}{\tau} - E_1 \left(\frac{t}{\tau} \right) \right) + U_{0i}, \quad i=1,2, \quad (4)$$

где U_{pm} – амплитудное значение развертывающего напряжения; τ – период квантования ШИМ; E_1 – целочисленная функция Антье; U_{0i} – отклонение развертывающего напряжения каждой зоны.

В системе управления применена многозонная модуляция для управления ключами $K1, K2$ с условием, что ключ повышающего преобразователя может переходить в замкнутое состояние только при условии того, что ключ понижающего преобразователя находится в замкнутом состоянии. А также учитывается, что коммутационные функции могут принимать единичное значение только в начале тактового интервала (см. рис. 2).

На данном этапе исследования принято, что преобразователь работает в режиме непрерывных токов и коммутационные функции формируются для двух элементов $K1$ и $K2$, состояние же диодов $VD1, VD2$ противофазно коммутационным функциям соответствующих ключей. Учитывая изложенные выше принципы формирования импульсной последовательности, исходная задача (1) по поиску вектора состояний \mathbf{X} для силовой части на k -м тактовом интервале $[(k-1)\tau, k\tau]$ распадается на три интервала линейности. Теоретически же для схемы с четырьмя коммутационными элементами ($n=4$) возможно 16 различных состояний, и в ходе анализа схемы преобразователя были получены матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} для всех этих состояний, но в данной работе приводятся только те три состояния, которые определяются принципами (5).

Рис. 2. Формирование коммутационных функций ключей K_1, K_2

Состояния ключей K_1, K_2 в зависимости от коммутационных функций $\xi_i(\mathbf{X}, t)$, $i = 1, 2$ определяются принципами формирования импульсной последовательности [3]:

1. Если функция обратной связи для ключа K_1 положительная (сигнал ошибки выше функции соответствующего развертывающего напряжения) $\xi_1(\mathbf{X}, t) \geq 0$, и функция обратной связи ключа K_2 также больше нуля $\xi_2(\mathbf{X}, t) \geq 0$, то состояния коммутационных функций: $K_{F1} = 0$, $K_{F2} = 0$.

2. Если функция обратной связи первого ключа меньше нуля $\xi_1(\mathbf{X}, t) < 0$, а функция обратной связи второго ключа больше нуля, $\xi_2(\mathbf{X}, t) \geq 0$, то состояния ключей: $K_{F1} = 1$, $K_{F2} = 0$. (5)

3. Если функция обратной связи для второго ключа становится меньше нуля $\xi_2(\mathbf{X}, t) < 0$ (при функции обратной связи для первого ключа тоже меньше нуля $\xi_1(\mathbf{X}, t) < 0$), то состояния ключей: $K_{F1} = 1$, $K_{F2} = 1$.

Решение задачи (1)–(5) ввиду кусочной линейности матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} может быть найдено аналитически путем интегрирования системы ОДУ (1) на участках линейности. Искомое решение на каждом интервале линейности при начальных условиях $\mathbf{X}((k-1)\tau) = \mathbf{X}_{k-1}$, где k – номер тактового периода ШИМ, может быть записано в виде

$$\mathbf{X}(t) = e^{\mathbf{A}(t-(k-1)\tau)} \cdot (\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}) - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}, \quad (6)$$

где $e^{\mathbf{A}(t-(k-1)\tau)}$ – экспоненциальная матрица.

Рассмотрим более подробно решение задачи \mathbf{X} на интервалах линейности матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} в зависимости от состояния коммутационных элементов.

Интервал 1. Ключ понижающего преобразователя замкнут, а ключ повышающего преобразователя разомкнут ($K_{F1} = 1$, $K_{F2} = 0$). Определение состояний ключей происходит в начале каждого тактового интервала. Вся энергия с входа преобразователя передается на его выход, при этом происходит накопление энергии в дросселе L , а также в выходном конденсаторе C . Силовая цепь работает в режиме понижающего преобразователя (рис. 3).

Выражение (6) – вектор переменных состояний на данном участке линейности:

$$\mathbf{X}(t_{k1}) = e^{\mathbf{A}_1[t_{k1}-(k-1)\tau]} \cdot (\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}) - \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}. \quad (7)$$

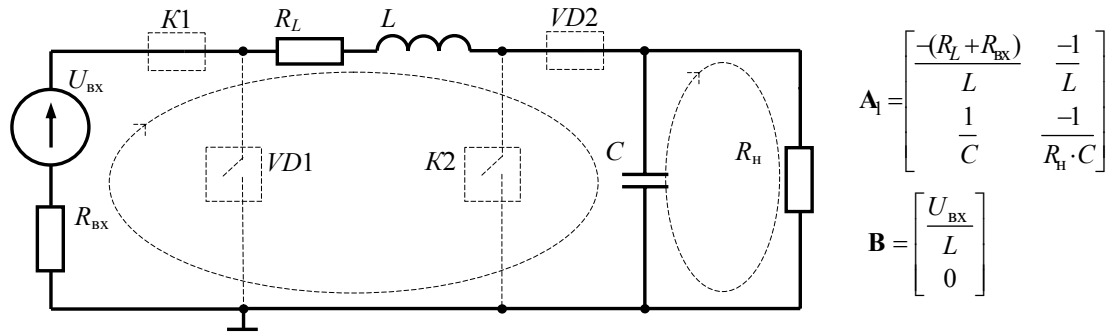


Рис. 3. Схема замещения, интервал 1

Границы временного интервала для данного состояния равны: $[(k-1)\tau, t_{k1}]$, где t_{k1} – момент коммутации ключа $K1$, определяемый из уравнения (3).

Интервал 2. Ключи $K1$ и $K2$ – в разомкнутом состоянии. Выходное напряжение поддерживается за счет энергии, накопленной в выходном конденсаторе C и дросселе L (рис. 4).

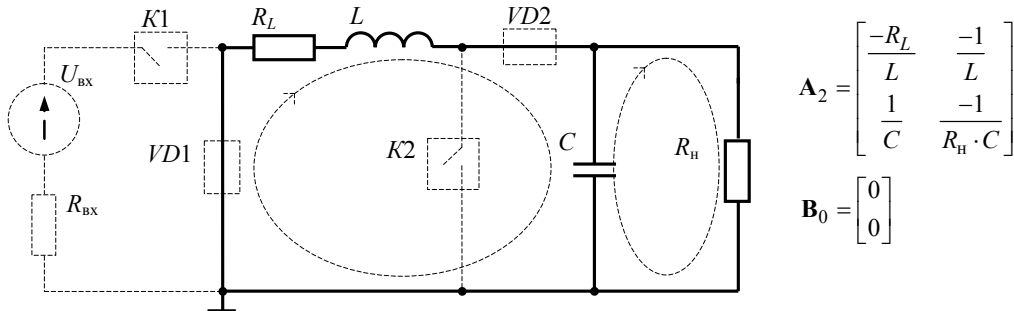


Рис. 4. Схема замещения, интервал 2

Решение задачи на интервале 2 с учетом значения матрицы B_0 будет выглядеть так:

$$X(t_{k2}) = e^{A_2 \cdot [t_{k2} - t_{k1}]} \cdot X(t_{k1}). \tag{8}$$

Интервал 3. В данном состоянии ключи $K1$ и $K2$ находятся в замкнутом состоянии, благодаря чему в дросселе L накапливается значительная энергия. Напряжение на выходе преобразователя поддерживается за счет энергии, накопленной в выходном конденсаторе C (рис. 5). Преобразователь работает в качестве повышающего преобразователя.

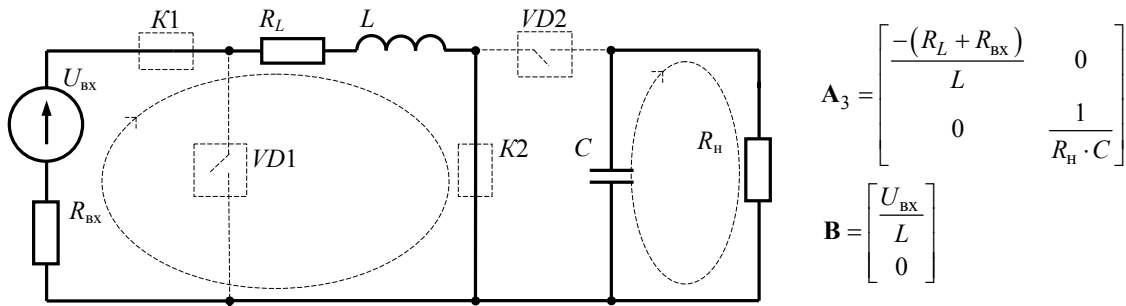


Рис. 5. Схема замещения, интервал 3

Вектор переменных состояний определяется как

$$X(k\tau) = e^{A_3 \cdot [k\tau - t_{k2}]} \cdot (X(t_{k2}) + A_3^{-1} \cdot B) - A_3^{-1} \cdot B. \tag{9}$$

Подставим в формулу (9) в качестве начальных условий выражения (8) и (7) и получим

$$X(k\tau) = e^{A_3 \cdot [k\tau - t_{k2}]} \cdot \left\{ e^{A_2 \cdot [t_{k2} - t_{k1}]} \cdot \left[e^{A_1 \cdot [t_{k1} - (k-1)\tau]} \cdot (X_{k-1} + A_1^{-1} \cdot B) - A_1^{-1} \cdot B \right] + A_3^{-1} \cdot B \right\} - A_3^{-1} \cdot B. \tag{10}$$

Выражение (10) является стробоскопическим отображением вида $X_k = F(X_{k-1}, t_k^1, t_k^2)$. Аналогично можно получить зависимости $X_k = F(X_{k-2}, t_{k-1}^1, t_{k-1}^2, t_k^1, t_k^2)$ и, продолжая выполнять подстановки, общее выражение в виде

$$\mathbf{X}_k = \Psi(\mathbf{X}_0, t_1^1, t_1^2, t_2^1, t_2^2, \dots, t_{k-1}^1, t_{k-1}^2, t_k^1, t_k^2). \quad (11)$$

Выражение (11) в дальнейшем будет использовано для исследований поиска m -цикловых режимов работы преобразователя.

Построенная математическая модель позволила получить зависимость напряжения на выходе и тока в дросселе как функцию от входных и выходных параметров преобразователя (моделирование проведено в математическом пакете *MatLab 2007*) и провести их сравнение с результатами полученными в симуляционном пакете моделирования электрических схем *LTSpice IV*. Рассматривалась модель с активной нагрузкой.

При проведении вычислительных экспериментов приняты следующие параметры модели: $R_{\text{вх}} = 3 \text{ Ом}$; $L = 10 \text{ мГн}$; $C = 5000 \text{ мкФ}$; $R_L = 10 \text{ мОм}$; $U_{\text{оп}} = 6.3 \text{ В}$; $U_{\text{pm}} = 1.5 \text{ В}$; $U_{02} = 0.116 \text{ В}$; $\alpha = 1.5$; $\beta = 1$; $\tau = 0.00005 \text{ с}$. Параметры $U_{\text{вх}}$ и $R_{\text{вх}}$ являются варьируемыми величинами.

В результате исследований были получены зависимости выходного напряжения и тока дросселя преобразователя с активной нагрузкой рис. 6 и 7.

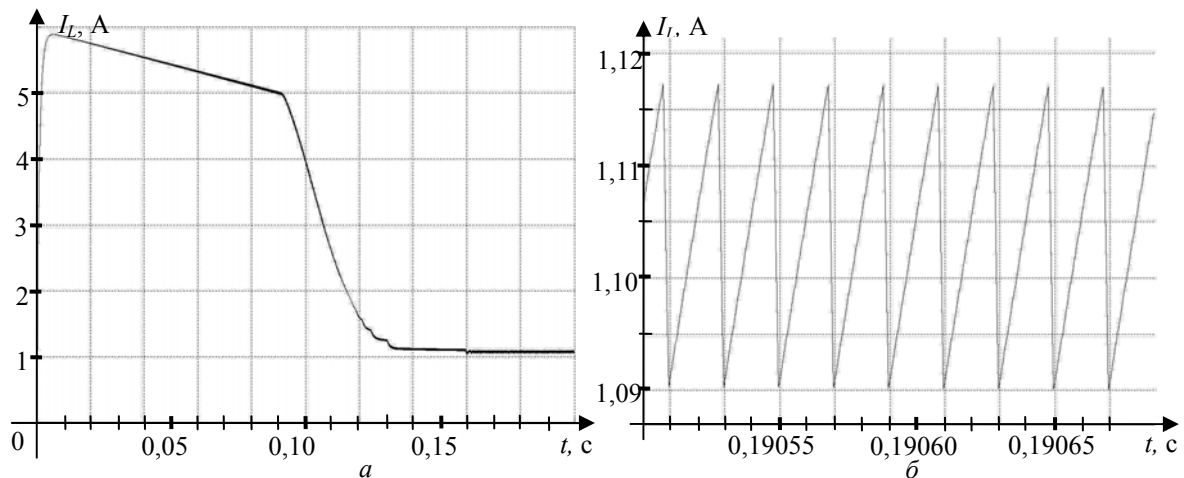


Рис. 6. Ток в дросселе, результат математического моделирования в *MatLab*:
а – процесс установления; б – установившийся режим

Полученные результаты математического моделирования (см. рис. 6, 7) позволили оценить коэффициенты пульсаций для тока в дросселе $K_{\Pi}(I_L)$ и напряжения на конденсаторе $K_{\Pi}(U_C)$ для активной нагрузки:

$$K_{\Pi}(U_C) = \frac{\Delta U_C}{U_C} \cdot 100\% \approx 0,6 \cdot 10^{-6}\%, \quad K_{\Pi}(I_L) = \frac{\Delta I_L}{I_L} \cdot 100\% \approx 1,9\%.$$

Используя такие же параметры и входные данные, что и при математическом моделировании, в программном имитационном комплексе *LTSpice* были построены зависимости напряжения на выходе преобразователя (см. рис. 8); и зависимости тока в дросселе (см. рис. 9) для аналогичного вида нагрузки.

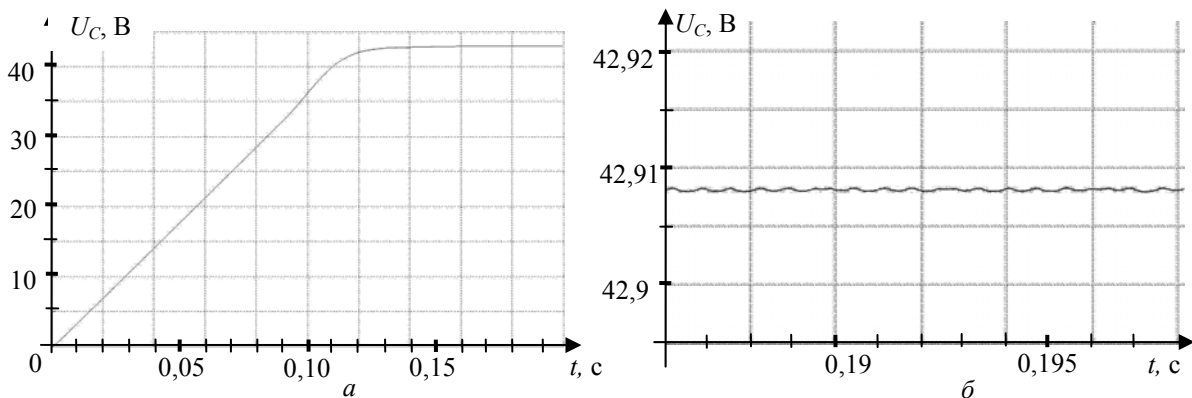


Рис. 7. Напряжение на конденсаторе, результат математического моделирования в *MatLab*:
а – процесс установления; б – установившийся режим

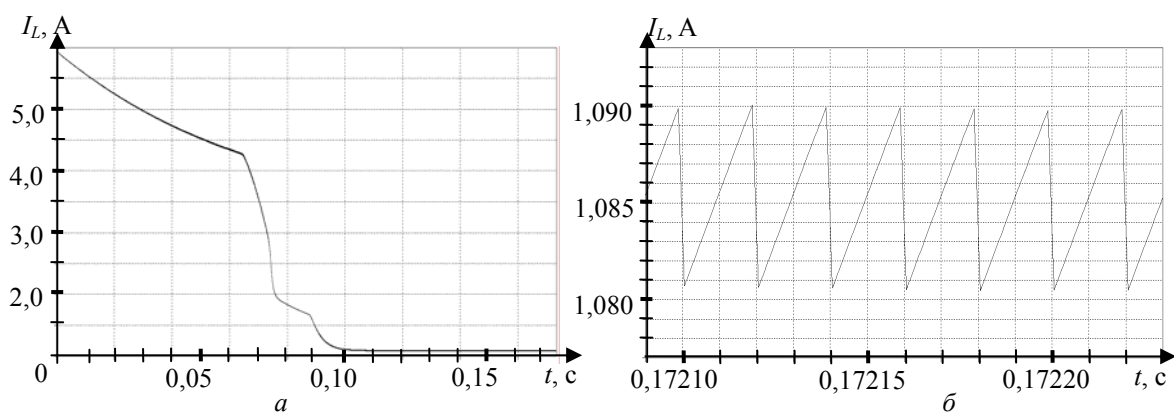


Рис. 8. Ток в дросселе, результат имитационного моделирования в *LTSpice*:
 а – процесс установления; б – установившийся режим

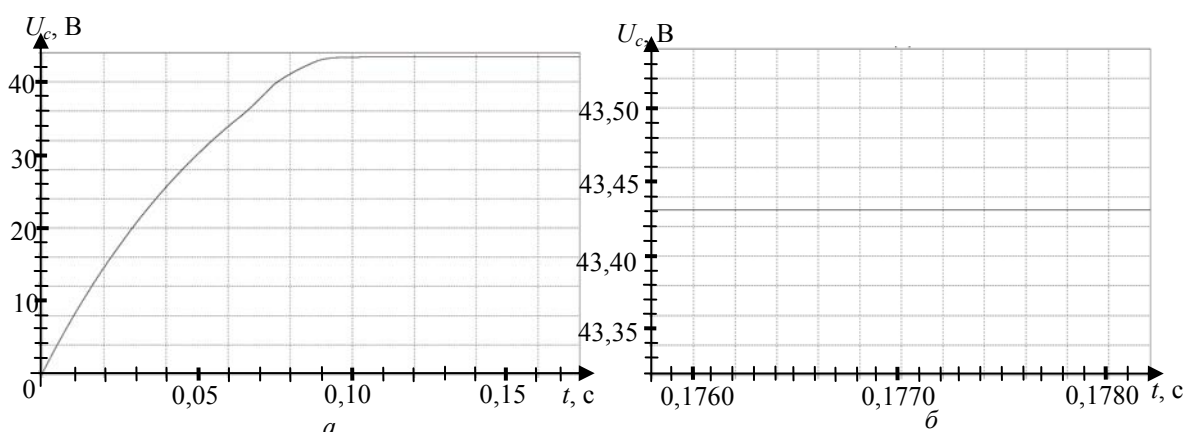


Рис. 9. Напряжение на конденсаторе, результат имитационного моделирования в *LTSpice*:
 а – процесс установления; б – установившийся режим

Рассчитанные в имитационном комплексе *LTSpice* выходные значения напряжения и тока дросселя для модели с активной нагрузкой позволили определить коэффициент пульсаций для тока в дросселе $K_{\Pi}(I_L)$ и напряжения на конденсаторе $K_{\Pi}(U_C)$ для активной нагрузки:

$$K_{\Pi}(U_C) = \frac{\Delta U_C}{U_C} \cdot 100\% \approx 0,14 \cdot 10^{-3}\%, \quad K_{\Pi}(I_L) = \frac{\Delta I_L}{I_L} \cdot 100\% \approx 0,46\%$$

В результате можно видеть, что пульсации напряжения $K_{\Pi}(U_C)$, полученные при математическом и имитационном моделировании, составляют менее 0,01%, а пульсация тока дросселя $K_{\Pi}(I_L)$ – не более 2%.

Заключение. Полученные результаты для комбинированного преобразователя с активной нагрузкой при математическом моделировании (в пакете *MatLab*) качественно совпали с результатами моделирования в программе *LTSpice*, что подтверждает правильность полученной математической модели, ее адекватность и применимость для дальнейших исследований.

Литература

1. Мелешин В.И. Транзисторная преобразовательная техника. – М.: Техносфера, 2006. – 632 с.
2. Нелинейная динамика полупроводниковых преобразователей / А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко, С.Г. Михальченко, А.И. Андриянов. – Томск: Том. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2007. – 224 с.
3. Бородин К.В. Оценка нелинейных динамических свойств полупроводниковых преобразователей с дозированием энергии по коэффициентам пульсаций тока и напряжения / К.В. Бородин, Г.Я. Михальченко, С.Г. Михальченко, В.П. Обрусник // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 2 (47). – С. 79–90.

4. Михальченко С.Г. Функционирование импульсно-модуляционных преобразователей в зонах мультистабильности // Доклады ТУСУРа. – 2012. – № 1(25), ч 1. – С. 259–268.

Апасов Владимир Иванович

Аспирант каф. промышленной электроники (ПрЭ) ТУСУРа

Тел.: 8-923-428-5426

Эл. почта: vovaap@mail.ru

Михальченко Сергей Геннадьевич

Д-р техн. наук, доцент каф. ПрЭ ТУСУРа

Тел.: 8-913-826-09-07

Эл. почта: msg@ie.tusur.ru

Коцубинский Владислав Петрович

Канд. техн. наук, доцент каф. компьютерных систем в управлении и проектировании ТУСУРа

Эл. почта: kvp@kcup.tusur.ru

Apasov V.I., Mikhachenko S.G., Kotsubinsky V.P.

Mathematical modelling of the buck–boost voltage converter with stabilisation of output voltage

The paper describes the mathematical model of the buck–boost converter, capable of operating as a buck-, and a boost- converter, on the basis of a numeric-analytical method of mathematical modelling of dynamics of semiconductor converters. We received the dependences of the output voltage and the current through a power inductor on load. The received mathematical model can be applied to the research of the converter behaviour.

Keywords: mathematical modelling, combined converter, switching function.
