

УДК 621.313

М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, М.В. Гамадин, М.Л. Сердобинцева

Исследование влияния длины асинхронного электродвигателя на распределение магнитного поля и создаваемый им вращающий момент

Работа посвящена вычислительным схемам конечноэлементного моделирования трехмерных электромагнитных полей в асинхронных электродвигателях. Вычислительные схемы основаны на совместном использовании квазитрехмерной и трехмерной постановок. При этом квазитрехмерная постановка используется для моделирования электродинамического процесса в электродвигателе и включает в себя расчет электромагнитного поля в сечении двигателя, по которому осуществляется расчет токов в обмотках статора и ротора с учетом их замыкания в торцевых зонах. Трехмерная постановка основана на решении трехмерной нелинейной задачи магнитостатики, в которую в качестве источников передаются токи в обмотках статора и ротора, вычисленные в квазитрехмерной постановке. В работе приводится описание математического аппарата решения трехмерной задачи и метода расчета электромагнитной силы в объеме электрической машины. Приводятся результаты расчета объемной и поверхностной составляющих вращающего момента электромагнитной силы и их суммы для различных пространственных дискретизаций, демонстрирующих точность получаемого решения, а также сравнение значений вращающего момента, рассчитанного через распределение магнитной индукции, и момента, рассчитанного через баланс мощностей. Анализируются значения вращающих моментов, создаваемых электромагнитной силой на отдельных участках машины. Оценивается влияние длины асинхронного электродвигателя на распределение магнитного поля и создаваемый им вращающий момент. Показано, что влияние торцевых зон на значение магнитных потоков и на значение вращающего момента для конструкции электрической машины даже с длиной, вдвое меньшей ее диаметра, несущественно.

Ключевые слова: 3D-моделирование, электромагнитное поле, метод конечных элементов, асинхронный электродвигатель, квазитрехмерная постановка, нелинейные задачи, вращающий момент, метод скалярных потенциалов.

Использование современного компьютерного моделирования дает возможность практически полностью эмулировать работу электрической машины, причем с очень высокой точностью. Однако, это возможно при условии, что соответствующие программы компьютерного моделирования не только основаны на расчетах электромагнитного поля в объеме электрической машины с учетом насыщения магнитопровода, но и позволяют правильно учитывать особенности электрической цепи, рассчитывать электромагнитную силу по распределению электромагнитного поля в объеме электрической машины, скорость вращения ротора, делать соответствующие повороты ротора, а также выдавать важнейшие характеристики электрической машины: токи, мощности, потери, скорость и т.д. в различных нестационарных режимах в зависимости от изменения по времени уровня и частоты подаваемого напряжения. Такого рода подходы основаны на так называемом квазитрехмерном моделировании и были рассмотрены в работах [1–3].

Эти подходы учитывают замыкание токов в обмотках статора и ротора, но при этом не учитывают, что длина магнитопровода ограничена и в поперечных сечениях, близких к торцевым зонам, распределение магнитного поля отличается от распределения поля в сечениях в центральной части машины. В связи с этим остается вопрос о влиянии ограниченности длины машины на магнитное поле и, как следствие, на распределение электромагнитной силы и вычисленного с ее использованием вращающего момента. Этим вопросам и будет посвящена данная статья.

Математический аппарат моделирования трехмерных полей в асинхронных электродвигателях. Для расчета трехмерных нелинейных магнитных полей будет использован метод полного и неполного скалярных потенциалов [4–6], который заключается в определении напряженности магнитного поля в областях, соответствующих ферромагнетикам, с помощью антиградиента полного скалярного потенциала, а в остальных областях – в виде суммы напряженности магнитного поля в

вакууме и антиградиента неполного скалярного потенциала. При этом для сокращения вычислительных затрат (без потери точности решения) источники поля могут быть заданы в виде токовых линий [6], расположенных в пазах статора и ротора, а также в виде токовых линий, замыкающих обмотки статора в торцах машины и образующих бандажные кольца для короткозамкнутых обмоток ротора.

В целом, процесс 3D-моделирования, выполняемый с целью оценки влияния ограниченной длины машины, выглядит следующим образом. Вначале с использованием квазитрехмерного моделирования выполняется расчет электродинамического процесса, в ходе которого в том числе вычисляются и мгновенные значения токов в обмотках статора и ротора. Затем эти значения токов на каждом временном слое подставляются в качестве источников в трехмерную задачу магнитостатики (решаемую методом полного и неполного скалярных потенциалов), где рассчитывается трехмерное магнитное поле и на основе его распределения в активном объеме электрической машины вычисляются значения магнитных потоков и вращающего момента. Полученные значения сравниваются с значениями, вычисленными в ходе квазитрехмерного моделирования.

Математическая модель, на которой основана программная система квазитрехмерного моделирования, приведена в работах [1–2].

Система уравнений, определяющая магнитное поле и токи в электрической машине, решается с использованием метода конечных элементов с использованием метода Ньютона для учета нелинейности, связанной с зависимостью магнитной проницаемости магнитопровода от магнитной индукции.

В каждый момент времени вычисляются мгновенные значения токов для каждой ветки фазы статора, а также для каждого стержня беличьей клетки и участка бандажного кольца.

При передаче данных в программную систему, реализующую решение трехмерной задачи, токи, полученные в стержнях беличьей клетки (или нескольких клеток) приписываются к соответствующим токовым линиям, расположенным в пазах ротора, а токи, полученные на участках бандажного кольца – к токовым линиям, соединяющим токовые линии, расположенные в пазах ротора. Аналогично токи, полученные в ветках обмотки статора, приписываются к соответствующим токовым линиям, расположенным в пазах статора, и замыкающим их линиям в торцах машины.

Приведем общие соотношения для расчета электромагнитной силы. Электромагнитная сила $\mathbf{F}^M(t)$, порождаемая изменением магнитного поля в роторе, складывается из объемной силы $\mathbf{F}^{MV}(t)$ и поверхностной силы $\mathbf{F}^{MS}(t)$. При этом вращающий момент $F_V^M(t)$ силы $\mathbf{F}^M(t)$ вычисляется как сумма моментов $F_V^{MV}(t)$ объемной силы и $F_V^{MS}(t)$ поверхностной силы. Момент объемной силы может быть вычислен по формуле [7–8]:

$$F_V^{MV}(t) = \int_{\Omega^P} \frac{1}{2} \frac{\mu(\mathbf{B}(t)) - \mu_0}{\mu(\mathbf{B}(t))\mu_0} \left(\text{grad}(\mathbf{B}^2(t)) \cdot \mathbf{v} \right) |l| d\Omega, \quad (1)$$

где Ω^P – подобласть расчетной области Ω , соответствующая магнитопроводу ротора; $|l|$ – плечо; \mathbf{v} – перпендикулярный плечу единичный вектор, направленный против часовой стрелки. Выражение для момента $F_V^{MS}(t)$ поверхностной силы может быть получено из формулы (1) с учетом разрыва касательной составляющей вектора индукции \mathbf{B} на границе между железом и воздухом:

$$F_V^{MS}(t) = \int_S \frac{1}{2} \left(\frac{\mu(\mathbf{B}(t))}{\mu_0} - 1 \right)^2 \left(\frac{B_\tau(t)}{\mu(\mathbf{B}(t))} \right)^2 \mu_0 |l| \cos \alpha dS, \quad (2)$$

где S – объединение границ между магнитопроводом ротора и воздушным зазором; $B_\tau(t)$ – касательная к ребру составляющая вектора магнитной индукции, вычисленная со стороны магнитопровода; α – угол между внешней (направленной в сторону воздуха) нормалью к границе и вектором \mathbf{v} .

Трехмерное моделирование выполняется с использованием базисных функций первого порядка, поэтому распределение магнитной индукции, вычисленное как антиградиент скалярного потенциала, является разрывным. Поэтому для получения непрерывного распределения магнитной индукции (чтобы вычислить ее производную в соотношении (1)) был использован согласованный результат [5] – функция w^h , которая является линейной комбинацией базисных функций ψ_i , с помощью которых было построено конечноэлементное решение, и минимизирующая следующий функционал:

$$\int_{\Omega} (B_{\xi} - w^h)^2 d\Omega, \quad (3)$$

где B_{ξ} – соответствующая компонента вектора магнитной индукции, вычисленная путем дифференцирования конечноэлементного решения.

Представив w^h в виде линейной комбинации $w^h = \sum_{i=1}^n q_i^w \psi_i$, получим, что минимизация функционала (3) эквивалентна решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$\mathbf{A} \mathbf{q}^w = \mathbf{b}, \quad (4)$$

где компоненты матрицы и вектора правой части ищутся в виде соотношений

$$A_{ij} = \int_{\Omega} \psi_i \psi_j d\Omega, \quad (5)$$

$$b_i = \int_{\Omega} \psi_i B_{\xi}(x, y, z) d\Omega. \quad (6)$$

Интегралы в соотношении (6) также вычисляются по конечным элементам, а функция $B_{\xi}(x, y, z)$ считается константой на конечном элементе и берется в его центре. Заметим, что при выводе компонент магнитной индукции согласованный результат строится только по подобласти, соответствующей ротору (а при необходимости и по другим подобластям, но отдельно), поскольку соответствующие компоненты индукции магнитного поля являются разрывными на границах подобластей с различными коэффициентами магнитной проницаемости.

Для вычисления поверхностной составляющей электромагнитной силы строится список граней между конечными элементами ротора и воздуха, а также вычисляются внешние нормали к ним. При вычислении поверхностной составляющей берутся значения индукции магнитного поля с центров конечных элементов ротора, граничащих с воздухом.

Таким образом, в ходе решения трехмерной задачи для каждого положения ротора и токов, соответствующих текущему моменту времени, выполняется расчет трехмерного поля, в ходе которого выполняются следующие действия:

- 1) осуществляется построение трехмерной сетки для заданного положения ротора путем тиражирования двумерной сетки; построение списков ребер и граней на границах полного и неполного скалярного потенциалов. При этом для граней, помимо глобальных номеров узлов, образующих грань, сохраняются номера конечных элементов, которым принадлежит эта грань (поскольку при вычислении силы нужны будут только грани ротора, а для вычисления поверхностных интегралов при расчете трехмерного поля нужны все грани между подобластями полного и неполного скалярных потенциалов);
- 2) вычисляется функция разрыва скалярного потенциала [5];
- 3) вычисляется трехмерное магнитное поле в объеме машины через решение соответствующей нелинейной задачи [5];
- 4) выполняется построение согласованного результата и вычисление значений магнитной проницаемости на конечных элементах, попадающих в подобласть ротора;
- 5) выполняется расчет вращающего момента электромагнитной силы.

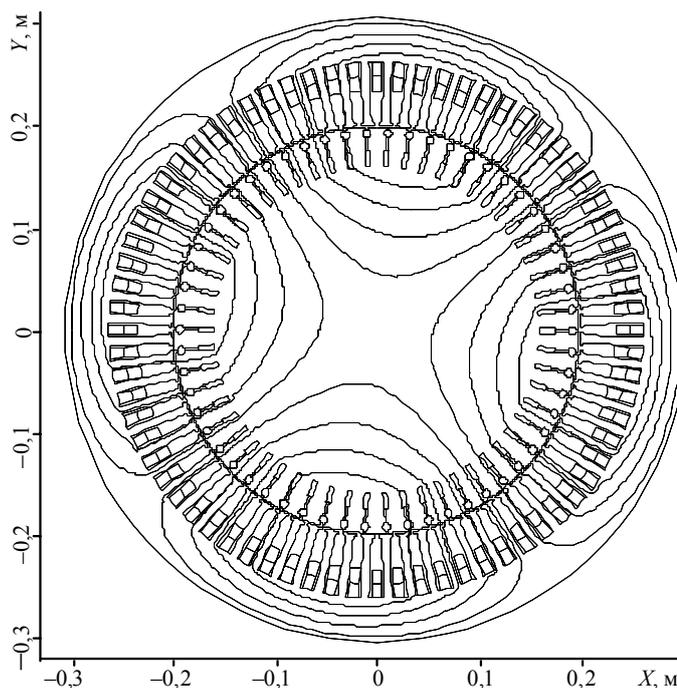
Способы и Результаты оценки точности 3D-моделирования. В данной работе приведем результаты вычислительных экспериментов для конструкции трехфазного двухскоростного асинхронного электродвигателя АДКВ-200/65-1140-4/12, вид поперечного сечения которого показан на рис. 1. На этом же рисунке показана картина распределения силовых линий магнитного поля в некоторый момент времени.

Тестирование процедуры трехмерного моделирования проводилось путем сравнения значений индукции магнитного поля, полученных в квазитрехмерной постановке, и значений индукции, полученных в трехмерной постановке для машины бесконечной длины. Машина бесконечной длины была получена путем задания однородных естественных краевых условий на границах трехмерной области, перпендикулярных оси машины. Токовые линии, расположенные в пазах статора и ротора, также задавались бесконечно длинными. Их замыкания на торцах машины для этой ситуации, естественно, не задавались.

Еще раз отметим, что при решении задачи в квазитрехмерной постановке электромагнитное поле описывается с помощью z -компоненты вектор-потенциала \mathbf{A} , а в трехмерной – с помощью скалярного потенциала U . При этом значения вектора индукции магнитного поля в железе ротора в квазитрехмерной постановке вычисляются как $\text{rot}\mathbf{A}$, а в трехмерной постановке – как $-\mu\text{grad}U$.

Таким образом, совпадение (естественно с учетом вычислительной погрешности) результатов расчетов в этих принципиально различных постановках друг к другу будет свидетельствовать о правильности программной реализации их обеих, а также о достаточной точности получаемых решений.

Рис. 1. Сечение исследуемой конструкции и распределение магнитного поля

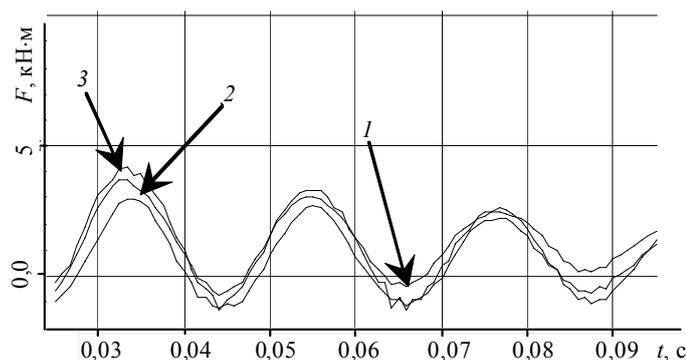


В ходе вычислительных экспериментов было получено, что отличие значений модуля вектора магнитной индукции, полученных в различных постановках, в максимумах не превышает 3–4%, при этом интегральные характеристики (например, магнитные потоки через обмотку статора) совпадают гораздо лучше – их отличия не превышают 0,5%.

Было также выполнено сравнение значений вращающих моментов, вычисленных по магнитному полю, полученному с использованием различных постановок для машины бесконечной длины.

На рис. 2 приведены значения вращающего момента, рассчитанные в двумерной и в трехмерной постановках, а также значения баланса мощностей (деленного на соответствующие мгновенные значения угловой скорости), являющегося контролем точности вычисления электромагнитной силы (подробнее об этом см., например, в работе [8]).

Рис. 2. Мгновенные значения вращающего момента, рассчитанного в квазитрехмерной (кривая 1) и в трехмерной (кривая 2) постановках через распределение магнитной индукции, и момента, рассчитанного через баланс мощностей (кривая 3) в квазитрехмерной постановке



Из приведенных результатов расчетов видно, что в целом суммарный вращающий момент, рассчитанный в обеих постановках, совпадает практически так же, как совпадает вращающий момент, рассчитанный в двумерной постановке через распределение магнитной индукции в роторе и через баланс мощностей.

Заметим также, что для получения вращающего момента в трехмерной постановке потребовались гораздо более подробные сетки в поперечном сечении, чем для расчета вращающего момента в двумерной постановке.

Результаты вычислительных экспериментов. В данном разделе проанализируем влияние длины асинхронного электродвигателя на распределение магнитного поля и создаваемый им вращающий момент.

В работе [9] были приведены результаты сравнения значений магнитных потоков через обмотку статора, полученных в квазитрехмерной и трехмерной постановках для машины длиной 1,07 м. Было показано, что их отличие в среднем не превышает 2%. Этот результат был в [9] косвенно подтвержден сравнением экспериментальных и расчетных данных, полученных при работе асинхронной электрической машины (рис. 1) под различными нагрузками. В результате сравнения было получено совсем небольшое отличие в экспериментальных и расчетных данных: в значениях токов оно не превышало 4%, а в значениях потребляемой мощности – 3%. При этом можно также заметить, что, в основном, расчетные значения токов меньше экспериментальных.

Полученный в [9] результат косвенно свидетельствовал о том, что для рассматриваемых размеров электрической машины влияние торцевых зон, скорее всего, не существенно и данные, полученные в результате моделирования электродинамических процессов с использованием квазитрехмерной постановки, вполне адекватно отражают реальный процесс. Однако, чтобы окончательно подтвердить это, необходимо сравнить значения вращающихся моментов.

Прежде чем сравнивать вращающиеся моменты, оценим точность их вычисления в трехмерной постановке. Вычислительные эксперименты, результаты которых были описаны в предыдущем разделе статьи, подтвердили достаточную подробность пространственной дискретизации в плоскости XU . Теперь определим количество и расположение в трехмерной сетке плоскостей по Z , требуемых для получения решения с высокой точностью. Рассмотрим электрическую машину с уменьшенной вчетверо длиной.

Для определения количества и расположения в трехмерной сетке плоскостей по Z была проанализирована точность решения на нескольких сетках. В качестве первой сетки была выбрана сетка с 13-ю плоскостями по z и сгущением к границе между железом и воздухом.

Сетка 2 была получена дроблением сетки 1 в железе и в воздухе. Сетки 3 и 4 были получены дроблением в железе и в воздухе по отдельности. Сетка 5 была построена с учетом полученных результатов на сетках 1–4 – она была раздроблена примерно вдвое в железе и в воздухе по отношению к сетке 4. В табл. 1 приведены результаты расчета объемной и поверхностной составляющих вращающего момента и их суммы для различных дискретизаций по оси Z .

Таблица 1

Результаты расчета объемной и поверхностной составляющих вращающего момента и их суммы для различных дискретизаций по оси Z

Момент силы	Сетка 1	Сетка 2	Сетка 3	Сетка 4	Сетка 5
$F_V^{MV}(t)$	905,04	898,47	904,98	898,80	897,76
$F_V^{MS}(t)$	-817,64	-813,8	-817,1	-814,39	-812,97
$F_V^M(t)$	87,4	84,67	87,88	84,41	84,79

Из приведенных результатов видно, что основное влияние на вращающий момент оказало дробление сетки в воздухе. Так, из первых четырех сеток наиболее подходящей оказалась сетка 4 – рассчитанное на ней значение вращающего момента совпадает с удвоенной сеткой (сеткой 2). При этом удвоение сетки 4 (это сетка 5) не привело к значимому изменению вращающего момента, что свидетельствует о том, что сетка 4 является достаточной для исследования влияния торцевых зон на значение вращающего момента.

В табл. 3 приведены значения вращающего момента по отдельным участкам машины и значения его плотности (т.е. приведенного к единице длины машины), рассчитанные на сетке 5. Заметим, что плотность вращающего момента, рассчитанного для бесконечной машины, составила 6630 Н·м. Из приведенных в табл. 2 результатов расчета видно, что влияние трехмерности наблюдается лишь до удаления 1 см от торцевой части машины.

На рис. 3 приведены мгновенные значения силы, рассчитанные для бесконечной и ограниченной конструкции электрической машины в режиме разгона.

Как видно из результатов расчетов, приведенных на рис. 3, влияние торцевых зон на значения вращающего момента несущественно – оно сопоставимо с погрешностью расчетов. При уменьшении длины конструкции в два (в результате чего она стала практически совпадающей с диаметром) и даже в четыре раза влияние торцевых зон на вращающий момент также оказалось незначительным.

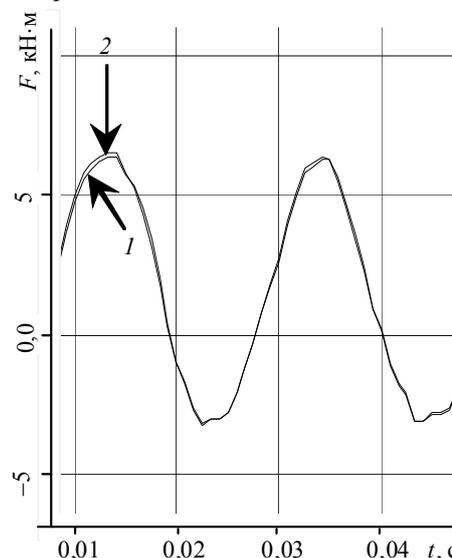
Таблица 2

Распределение вращающего момента и его плотности по участкам машины

Координаты участков машины по Z	Значение вращающего момента для заданного участка машины	Значение средней плотности вращающего момента для заданного участка машины
0 – 0,046	304,78	6626,50
0,046 – 0,071	163,18	6623,49
0,071 – 0,0890	121,66	6617,13
0,0890– 0,1027	90,67	6608,87
0,1027 – 0,113	67,66	6608,53
0,113 – 0,1206	50,89	6660,51
0,1206 – 0,1263	38,85	6812,65
0,1263 – 0,1306	31,85	7484,27
0,1306 – 0,13375	28,21	8883,86

Отметим, что при решении задачи в квазитрехмерной постановке для сходимости процесса по нелинейности, как правило, требовалось 4–6 итераций. При решении же трехмерной нелинейной задачи методом Ньютона требовалось порядка 9–15 итераций. При этом на каждом шаге по нелинейности осуществлялся поиск значения параметра релаксации, обеспечивающего невозрастание невязки для нелинейной задачи. Пороговое значение невязки при решении СЛАУ, получаемой в результате линеаризации на каждом шаге метода Ньютона, было взято равным 10^{-10} (для его достижения при использовании локально-оптимальной схемы с предобуславливанием неполным разложением Холецкого [5] для моделирования процесса разгона требовалось 800–900 итераций), а значение невязки по нелинейности – 10^{-6} .

Рис. 3. Мгновенные значения вращающего момента, рассчитанные для бесконечной (с приведением к заданной длине – кривая 1) и ограниченной (кривая 2) конструкции электрической машины исходной длины



Закключение. По результатам проведенных исследований можно утверждать, что влияние торцевых зон на значения магнитных потоков и на значение вращающего момента для конструкции электрической машины даже с длиной, вдвое меньшей ее диаметра, несущественно, и поэтому для моделирования электродинамических процессов и расчетов всех характеристик асинхронного тягового электродвигателя в различных режимах его работы достаточно использования квазитрехмерного моделирования [1–2]. Учет же трехмерной геометрии рассмотренной электрической машины необходим, в основном, при расчете потерь, вызываемых вихревыми токами в ее торцевых зонах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации.

Литература

- Персова М.Г. Численное моделирование электромагнитных процессов в электродвигателях с учетом движения ротора // *Электричество*. – 2007. – № 8. – С. 54–58.
- О новом подходе к проектированию электрических машин на основе численного моделирования / З.С. Темлякова, М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Р.В. Петров, В.В. Гречкин // *Электротехника* – 2007. – № 9. – С. 15–21.
- Ho S.L. Analysis of indirect temperature-rise tests of induction machines using time stepping finite element method / S.L. Ho, W.N. Fu // *IEEE Transactions On Energy Conversion*. – March, 2001.– Vol. 16, № 1. – P. 55–60.
- Silvester P.P. Finite elements for electrical engineers / P.P. Silvester, R.L. Ferrari. – Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1996. – 494 p.
- Соловейчик Ю.Г. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач / Ю.Г. Соловейчик, М.Э. Рояк, М.Г. Персова. – Новосибирск: НГТУ, 2007. – 896 с.

6. Гамадин М.В. О расчете трехмерных нелинейных магнитных полей в электрических машинах // М.В. Гамадин, М.Г. Персова. – Научный вестник НГТУ. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – № 2. – С. 149–156.
7. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. – М.: Высшая школа, 1983. – 463 с.
8. Расчет вращающего момента при численном моделировании процесса разгона асинхронных двигателей / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, З.С. Темлякова, М.В. Гамадин. – Транспорт: наука, техника, управление. – 2010. – № 8. – С. 38–41.
9. Компьютерное моделирование работы тяговых асинхронных электродвигателей на основе квазитрехмерных и трехмерных моделей электромагнитного поля / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, З.С. Темлякова, М.В. Абрамов, Д.В. Вагин, М.В. Гамадин // Транспорт: наука, техника, управление. – 2011. – № 12. – С. 3–7.

Персова Марина Геннадьевна

Д-р техн. наук, профессор каф. прикладной математики НГТУ
Тел.: (383-3) 46-27-76
Эл. почта: persova@ami.nstu.ru

Соловейчик Юрий Григорьевич

Д-р техн. наук, профессор, зав. каф. прикладной математики НГТУ
Тел.: (383-3) 46-27-76
Эл. почта: soloveychik@ami.nstu.ru

Гамадин Максим Викторович

Канд. техн. наук, мл. науч. сотрудник каф. инженерной математики НГТУ
Тел.: (383-3) 46-27-76
Эл. почта: gamma@inbox.ru

Сердобинцева Марина Львовна

Аспирант каф. прикладной математики НГТУ
Тел.: (383-3) 46-27-76
Эл. почта: sannidel@yandex.ru

Persova M.G., Soloveichik Yu.G., Gamadin M.V., Serdobintseva M.L.

Analysis of the Asynchronous Electrical Motor Length Effect on the Magnetic Field Distribution and on the Force Torque Created by This Field

This article is devoted to the finite element schemes of 3D modeling of electromagnetic fields in asynchronous motors. These calculation schemes are based on the joint use of quasi 3D and 3D formulations. The quasi 3D formulation is used for modeling the electrodynamic process in a motor and includes the calculation of the electromagnetic field in the cross-section of the motor. This electromagnetic field calculation is used for evaluation of the stator and the rotor currents with their closure at the end zones of a motor taking into account. The 3D formulation is based on solving a 3D nonlinear task of magnetostatics in which the currents in stator and rotor windings are calculated in the quasi 3D formulation and used as sources. The mathematical apparatus for solving a 3D problem and the method of calculating the electromagnetic force in the volume of an electrical machine are described in the article. The results concerning the calculation of the volume and surface components of the electromagnetic force torque and their sum for different space discretizations are given. It shows the accuracy of the results obtained. The comparison of the force torque calculated using the distribution of magnetic induction and the force torque calculated using through the balance of powers is given. The values of the torques produced by the electromagnetic force in separate sections of the electric machine are analyzed. The effects of the length of an asynchronous electrical motor on the magnetic field distribution and on the force torque created by this field are evaluated. It is shown that the influence of the end zones of the motor structure on the value of magnetic fluxes and the value of the force torque when designing an electric machine is insignificant, even if the length of this electric machine is half its diameter.

Keywords: 3D modelling, electromagnetic field, finite element method, asynchronous electrical motor, quasi 3D formulation, nonlinear tasks, force torque, total scalar potential method, non-total scalar potential method.