УДК 537.874.2

В.В. Фисанов

Прохождение плоских волн через поверхность раздела сопряжённых сред Теллегена

Рассматриваются явления взаимодействия собственных плоских волн круговой поляризации (электромагнитных волн Бельтрами) с плоской поверхностью раздела сопряжённых биизотропных сред Теллегена. Прохождение плоской волны Бельтрами через поверхность раздела происходит без отклонения от угла падения и сопровождается возбуждением в отражённом поле ортогонально поляризованной плоской волны Бельтрами.

Ключевые слова: сопряжённые биизотропные среды Теллегена, диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость, параметр невзаимности, электромагнитные поля Бельтрами, волновые импедансы, волновое число, однородные плоские волны.

Среди различных композитных электромагнитных материалов, обладающих необычными свойствами (метаматериалов), отдельную группу образуют биизотропные материалы. При макроскопическом электродинамическом описании они характеризуются не только скалярами диэлектрической (ε) и магнитной (μ) проницаемостей, но и дополнительными параметрами перекрёстной (магнитоэлектрической) связи между индукциями и напряжённостями электрического и магнитного полей. Наиболее общая биизотропная среда содержит два дополнительных псевдоскаляра магнитоэлектрической связи. Различают среду Пастера, которая содержит киральные включения, и среду Теллегена, включения которой представляют собой тесно связанные коллинеарные пары постоянных электрических и магнитных диполей наподобие Янус-частиц [1, 2]. У таких частиц имеются два энантиоморфных варианта конфигурации (дипольные моменты либо одинаково направлены, либо противоположно направлены), которые соответствуют не истинной, а так называемой «ложной» киральности [3]. Среда Теллегена обладает уникальным свойством: в отличие от остальных изотропных сред она является невзаимной средой. Свойство невзаимности прослеживается уже при волновом распространении в безграничной среде Теллегена [4], однако более заметно оно проявляется при отражении от границ [5, 6].

В данной работе рассматривается прохождение плоских монохроматических электромагнитных волн через плоскую поверхность, разделяющую два полупространства сопряжённых сред Теллегена. Эти среды являются идентичными по составу и по материальным параметрам, но различаются знаками параметра невзаимности, вследствие чего прохождение волн сопровождается отражением от поверхности раздела сред. Подразумевается временной фактор $\exp(-i\omega t)$, где ω – круговая частота, t – время. Поверхность раздела сопряжённых сред представляет интерес по той причине, что если параметр магнитоэлектрической связи уменьшается до нуля, то она исчезает, а отражение прекращается. Коэффициент отражения, следовательно, служит индикатором и мерой магнитоэлектрической активности. Для сред Пастера (киральных сред) аналогичное рассмотрение было проведено в работах [7, 8].

Постановка задачи, коэффициенты отражения и прохождения. Пусть плоскость $z=0$ является поверхностью раздела сопряжённых сред Теллегена. Область $z<0$, в которой распространяются падающие и отражённые волны, характеризуется параметром невзаимности α, а область $z>0$ – параметром $-\alpha$. При отсутствии потерь в средах α является действительной величиной. С целью упрощения аналитических выкладок электромагнитное поле описывается посредством приведённых векторов напряжённостей $\mathbf{e}=\sqrt{\varepsilon}\mathbf{E}$, $\mathbf{h}=\sqrt{\mu}\mathbf{H}$ и индукций $\mathbf{d}=\sqrt{\varepsilon}\mathbf{D}$, $\mathbf{b}=\sqrt{\mu}\mathbf{B}$ с унифицированными размерностями, где $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ – канонические обозначения для векторов напряжённостей и индукций поля. Уравнения Максвелла и материальные уравнения для области $z<0$ (в форме Друде – Борна – Фёдорова) примут вид

$$\nabla\times\mathbf{e}=ik\mu^{-1}\mathbf{b}\ ,\quad \nabla\times\mathbf{h}=-ik\varepsilon^{-1}\mathbf{d}\ ,\quad \nabla\cdot\mathbf{d}=0\ ,\quad \nabla\cdot\mathbf{b}=0\ ; \qquad (1)$$

$$\mathbf{d}=\varepsilon(\mathbf{e}+i\alpha\nabla\times\mathbf{e})\ ,\quad \mathbf{b}=\mu(\mathbf{h}-i\alpha\nabla\times\mathbf{h}), \qquad (2)$$

где величина $k=\omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ имела бы смысл волнового числа в среде в отсутствие магнитоэлектрических включений, а в данном случае вводится просто для удобства. Применение материальных уравнений (2) является более предпочтительным для среды Теллегена, чем уравнений Поста, ибо в последнем случае волновые числа собственных волн совпадают с величиной k [9, 10].

Как и в общей биизотропной среде, здесь справедлива предложенная Бореном [9] декомпозиция электромагнитного поля на два поля круговой поляризации, называемых также «полями Бельтрами» $\mathbf{Q}_1=\mathbf{q}_1/\sqrt{\varepsilon}$ и $\mathbf{Q}_2=\mathbf{q}_2/\sqrt{\mu}$. В отличие от исходных полей Бельтрами $\mathbf{Q}_1$ и $\mathbf{Q}_2$ – приведённые поля $\mathbf{q}_1$ и $\mathbf{q}_2$ обладают одинаковой размерностью. Для них декомпозиция Борена выглядит наиболее просто:

$$\mathbf{e}=\mathbf{q}_1-iT\mathbf{q}_2\,,\ \mathbf{h}=\mathbf{q}_2-iT\mathbf{q}_1\,. \tag{3}$$

Безразмерный параметр T является унимодулярной величиной, так что $T=\exp(i\theta)$, $\operatorname{Im}\theta=0$. При несильной магнитоэлектрической активности композитной среды вещественный параметр θ находится из условия, что $k\alpha=\sin\theta$. Из структуры формул (3) следует, что параметр T имеет смысл приведённого (безразмерного) адмитанса поля $\mathbf{q}_1$ и приведённого импеданса поля $\mathbf{q}_2$.

В результате декомпозиции (3) уравнения Максвелла (1) вместе с уравнениями связи (2) приводятся к виду

$$\nabla\times\mathbf{q}_1=\gamma\mathbf{q}_1\,,\ \nabla\cdot\mathbf{q}_1=0\,; \tag{4}$$

$$\nabla\times\mathbf{q}_2=-\gamma\mathbf{q}_2\,,\ \nabla\cdot\mathbf{q}_2=0\,, \tag{5}$$

и приведённые поля Бельтрами удовлетворяют уравнению Гельмгольца $\nabla^2\mathbf{q}_{1,2}+\gamma^2\mathbf{q}_{1,2}=0$. Оба поля распространяются с единым волновым числом

$$\gamma=k/\cos\theta\,, \tag{6}$$

но имеют разные волновые импедансы $\eta_1=\eta T^*$ и $\eta_2=\eta T$, где $\eta=\sqrt{\mu/\varepsilon}$ и «$*$» – символ комплексного сопряжения, т.е. $T^*=T^{-1}=\exp(-i\theta)$. Связь между волновым числом γ и волновыми импедансами определяется формулами

$$\gamma=k\left(\eta_{1,2}/\eta\pm ik\alpha\right)^{-1}. \tag{7}$$

Справедливо соотношение $\eta_{1,2}(-\alpha)=\eta_{2,1}(+\alpha)$, поэтому в сопряжённой среде Теллегена (область $z>0$) поля Бельтрами обмениваются импедансами, но сохраняют первоначальный тип левой или правой круговой поляризации.

Пусть волны распространяются в плоскости $y=0$. На поверхность раздела они падают под углом φ к нормали $\mathbf{n}$

$$\mathbf{q}_1^i(x,z)=\{-i\cos\varphi,1,i\sin\varphi\}q_1\exp\left(i\boldsymbol{\gamma}^i\cdot\mathbf{r}\right), \tag{8}$$

$$\mathbf{q}_2^i(x,z)=\{i\cos\varphi,1,-i\sin\varphi\}q_2\exp\left(i\boldsymbol{\gamma}^i\cdot\mathbf{r}\right), \tag{9}$$

где q_1, q_2 – известные фазоры, $\mathbf{r}=\{x,0,z\}$ – радиус-вектор точки наблюдения, $\boldsymbol{\gamma}^i=\gamma\{\sin\varphi,0,\cos\varphi\}$ – волновой вектор, верхний индекс «i» указывает на принадлежность к падающему полю. Структура полей (8), (9) определяется исходными уравнениями для полей Бельтрами (4), (5). В отражённом поле (верхний индекс «r») присутствуют волны

$$\mathbf{q}_1^r(x,z)=\{i\cos\varphi,1,i\sin\varphi\}q_1^r\exp\left(i\boldsymbol{\gamma}^r\cdot\mathbf{r}\right), \tag{10}$$

$$\mathbf{q}_2^r(x,z)=\{-i\cos\varphi,1,-i\sin\varphi\}q_2^r\exp\left(i\boldsymbol{\gamma}^r\cdot\mathbf{r}\right), \tag{11}$$

с волновым вектором $\boldsymbol{\gamma}^r=\gamma\{\sin\varphi,0,-\cos\varphi\}$, причём амплитуды отражённых волн q_1^r, q_2^r связаны с величинами q_1 и q_2 посредством коэффициентов отражения

$$q_1^r=R_{11}q_1+R_{12}q_2\,,\ q_2^r=R_{21}q_1+R_{22}q_2\,. \tag{12}$$

Прошедшие волны (верхний индекс «t») записываются аналогично (8) и (9):

$$\mathbf{q}_1^t(x,z)=\{-i\cos\varphi,1,i\sin\varphi\}q_1^t\exp\left(i\gamma^t\cdot\mathbf{r}\right), \tag{13}$$

$$\mathbf{q}_2^t(x,z)=\{i\cos\varphi,1,-i\sin\varphi\}q_2^t\exp\left(i\gamma^t\cdot\mathbf{r}\right), \tag{14}$$

вводятся коэффициенты прохождения согласно формулам

$$q_1^t=Q_{11}q_1+Q_{12}q_2\,,\ q_2^t=Q_{21}q_1+Q_{22}q_2\,. \tag{15}$$

Таким образом, отражённые поля характеризуются двухрядной матрицей отражения $\mathbf{R}=\begin{pmatrix}R_{11} & R_{12}\\ R_{21} & R_{22}\end{pmatrix}$, а прошедшие поля – двухрядной матрицей прохождения $\mathbf{Q}=\begin{pmatrix}Q_{11} & Q_{12}\\ Q_{21} & Q_{22}\end{pmatrix}$.

На поверхности $z=0$ должны выполняться граничные условия непрерывности касательных составляющих напряжённостей электрического и магнитного полей

$$e_x^i+e_x^r=e_x^t\,,\ e_y^i+e_y^r=e_y^t\,;\ h_x^i+h_x^r=h_x^t\,,\ h_y^i+h_y^r=h_y^t\,, \tag{16}$$

где для области $z<0$ следует применять формулы (3), а для области $z>0$ в них следует заменить T величиной T^*. В результате учёта формул (12) и (15) отсюда следует система четырёх алгебраических уравнений:

$$\left[(1+R_{11}-Q_{11})-i\left(TR_{21}-T^*Q_{21}\right)\right]q_1+\left[(R_{12}-Q_{12})-i\left(T+TR_{22}-T^*Q_{22}\right)\right]q_2=0\,, \tag{17}$$

$$\left[(R_{21}-Q_{21})-i\left(T+TR_{11}-T^*Q_{11}\right)\right]q_1+\left[(1+R_{22}-Q_{22})-i\left(TR_{12}-T^*Q_{12}\right)\right]q_2=0\,, \tag{18}$$

$$\left[(1-R_{11}-Q_{11})-i\left(TR_{21}+T^*Q_{21}\right)\right]q_1-\left[(R_{12}+Q_{12})-i\left(T-TR_{22}-T^*Q_{22}\right)\right]q_2=0\,, \tag{19}$$

$$\left[(R_{21}+Q_{21})-i\left(T-TR_{11}-T^*Q_{11}\right)\right]q_1-\left[(1-R_{22}-Q_{22})-i\left(TR_{12}+T^*Q_{12}\right)\right]q_2=0\,. \tag{20}$$

Первичные падающие волны Бельтрами (8) и (9) могут возбуждаться раздельно. Полагая в уравнениях (17)–(20) сначала $q_2=0$, а затем $q_1=0$, получим две системы уравнений для отыскания всех коэффициентов отражения, прохождения и трансформации волн. В первом случае находим, что

$$R_{11}=0\,,\ R_{21}=-\sin\theta\,,\ Q_{11}=T\cos\theta\,,\ Q_{21}=0\,. \tag{21}$$

Во втором случае соответственно имеем

$$R_{12}=\sin\theta\,,\ R_{22}=0\,,\ Q_{12}=0\,,\ Q_{22}=T\cos\theta\,. \tag{22}$$

Коэффициенты отражения для ортогонально поляризованных волн Бельтрами равны по абсолютной величине, но имеют противоположные знаки. Для полученных коэффициентов выполняются энергетические соотношения:

$$|Q_{11}|^2+|R_{21}|^2=1\,,\ |Q_{22}|^2+|R_{12}|^2=1\,. \tag{23}$$

Таким образом, прохождение какой-либо (левой или правой) плоской волны Бельтрами через поверхность раздела сред происходит без изменения направления распространения, но сопровождается возбуждением в отражённом поле сопутствующей ортогонально поляризованной волны Бельтрами (соответственно, правой или левой).

Доля отражённой энергии является фактически мерой невзаимности, она не зависит от угла падения, начинается с нуля и нарастает с увеличением магнитоэлектрической связи. Полное отражение достигается при значении параметра невзаимности $|\alpha|=\pi/\sqrt{\varepsilon\mu}$. В этом случае поверхность раздела сред ведёт себя подобно идеально отражающему экрану. Действительно, если поверхностный импеданс отражающего экрана равен нулю, что соответствует электрической стенке, то отражение происходит с коэффициентом $R_{12}=iT$ [6], т.е. коэффициенты R_{12} являются унимодулярными и различаются только по фазе для критического значения $|\alpha|=\pi/\sqrt{\varepsilon\mu}$.

Заключение. Невзаимность биизотропной среды Теллегена обнаруживается при прохождении собственных волн этой среды через плоскую поверхность раздела между двумя геометрически зеркально сопряжёнными средами Теллегена. При ненулевом значении параметра невзаимности часть энергии подводимой к поверхности раздела сред волны не проходит в сопряжённую среду, а отражается посредством сопутствующей волны Бельтрами, которая характеризуется не только ортогональной поляризацией, но и иным волновым импедансом.

Литература

1. Tellegen D.B.F. The gyrator: a new electric network element // Philips res. rept. – 1948. – Vol. 3, № 2. – P. 81–101.
2. Ghosh A. Voltage-controllable magnetic composite based on multifunctional polyethylene microparticles / A. Ghosh, N.K. Sheridon, P. Fischer // Small. – 2008. –Vol. 4, № 11. – P. 1956–1958.
3. Barron L.D. Chirality and life // Space Science Reviews. – 2008. – Vol. 135, № 1–4. – P. 187–201.
4. Фисанов В.В. Проявления невзаимности в биизотропной среде Теллегена // Доклады ТУСУРа. – 2012. – № 2(26), ч. 1. – С. 96–99.
5. Sihvola A. Handedness in plasmonics: electrical engineers perspective / A. Sihvola, S. Zouhdi // Metamaterials and plasmonics: fundamentals, modeling, applications (S. Zouhdi, A. Sihvola, A.P. Vinogradov, eds.). – Dordrecht: Springer, 2009. – P. 3–20.
6. Фисанов В.В. Отражение плоских волн от импедансной границы в невзаимной биизотропной среде Теллегена // Изв. вузов. Физика. – 2013. – Т. 56, № 5. – С. 69–74.
7. Lakhtakia A. What happens to plane waves at the planar interfaces of mirror-conjugated chiral media / A. Lakhtakia, V.V. Varadan, V.K. Varadan // J. opt. soc. Am. A. – 1989. –Vol. 6, № 1. – P. 23–26.
8. Фисанов В.В. Отражение и преломление плоских волн на границе зеркально сопряжённых киральных сред // Изв. вузов. Радиофизика. – 2005. – Т. 48, № 6. – С. 537–543.
9. Lakhtakia A. The Tellegen medium is “a Boojum, you see” // International j. of infrared and millimeter waves. – 1994. – Vol. 15, № 10. – P. 1625–1630.
10. Фисанов В.В. Об электродинамическом описании биизотропной среды Теллегена // Изв. вузов. Физика. – 2013. – Т. 56, № 8/2. – С. 5–7.
11. Bohren C.F. Light scattering by an optically active sphere // Chem. phys. lett. – 1974. – Vol. 21, № 3. – P. 458–462.

Фисанов Василий Васильевич
Д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник СФТИ при НИТГУ, профессор каф. радиофизики
Национального исследовательского Томского государственного университета
Тел.: (382-2) 41-20-78
Эл. почта: fisanov@public.tsu.ru

Fisanov V.V.
Plane-wave transmission through an interface between conjugated Tellegen media

Interaction phenomena with plane interface of conjugated bi-isotropic Tellegen media are considered for plane circularly polarized eigenwaves (electromagnetic Beltrami waves). Transmission of a plane Beltrami wave through an interface takes place without inclination from the angle of incidence and accompanies the excitation of the orthogonally polarized plane Beltrami wave in the reflected field.
Keywords: conjugate bi-isotropic Tellegen media, dielectric permittivity, magnetic permeability, nonreciprocity parameter, electromagnetic Beltrami fields, wave impedances, wave number, homogeneous plane waves.