

УДК 62-533.65

И.А. Лебедев, А.П. Пономарёв

Модель термообработки металлических изделий в вакуумных электрических печах сопротивления

Приводятся результаты исследований процессов нагрева металлических труб в вакуумных электропечах сопротивления, проводимых с помощью программного обеспечения, написанного на языках C++, Matlab и реализованного на базе персонального компьютера. Суть предложенной модели заключается в представлении всего печного пространства в виде массива точек с некоторыми физическими и оптическими свойствами, связанных между собой путем лучистого обмена и теплопроводности. Оптические свойства принимаются независимыми от длины волны, а отражение чисто диффузионным. В качестве модели теплопроводности используется механизм передачи тепла через однородную плоскую стенку при стационарных условиях.

Численные исследования полученной модели показывают различия в нагреве трубы, в зависимости от их количества и положения. Исследуется неравномерность нагрева вдоль отжигаемого изделия, и предлагаются способы его уменьшения.

Ключевые слова: моделирование, ПИД-управление, тепломассоперенос, теплопроводность, угловой коэффициент, излучение, электрическая печь сопротивления, управление.

doi: 10.21293/1818-0442-2016-19-1-83-89

Вакуумные печные агрегаты (рис. 1) нашли широкое применение для проведения термических отжигаемых металлических изделий различного назначения. Одним из важнейших преимуществ электронагрева в вакууме является возможность безокислительного нагрева металлов.

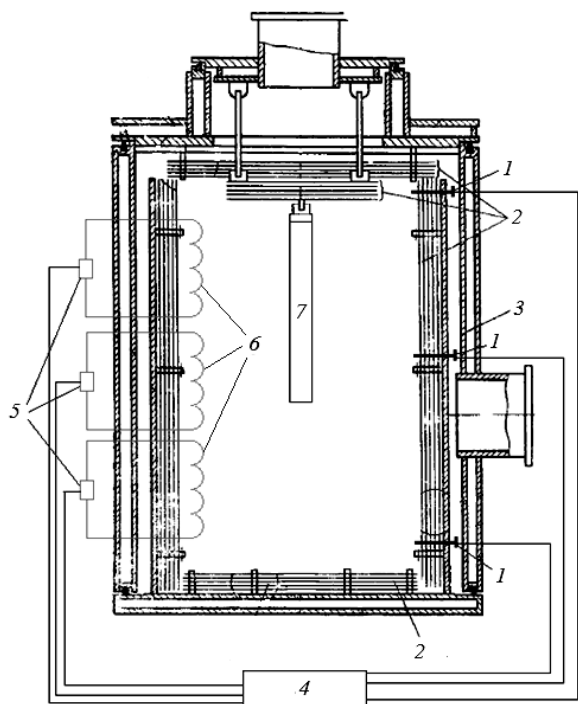


Рис. 1. Типичная схема устройства вакуумного печного агрегата: 1 – датчики температуры; 2 – экраны из молибдена; 3 – цилиндр из нержавеющей стали (вспомогательный кожух); 4 – контроллер; 5 – преобразователи напряжения; 6 – нагреватели; 7 – отжигаемое изделие

На предприятиях для термообработки металлических изделий (например, труб) часто используются вакуумные печные агрегаты. Особенностью данных агрегатов является большая потребляемая мощ-

ность и значительное время работы в динамических режимах, что усложняет расчет оптимального управления и ведет к значительным энергетическим потерям. Подавляющее большинство существующих алгоритмов управления не учитывают большую аккумулялирующую способность печных агрегатов (запаздывание) и неточность задания начальных условий. Теоретические исследования показывают, что в случае оптимального управления нагревом можно сэкономить порядка 10–30% электроэнергии [1].

Контроль равномерности температуры рабочего пространства печи обеспечивает стабильность параметров качества (микроструктуры, механических свойств) термически обработанных труб [2]. К тому же более корректное управление позволяет продлить срок эксплуатации печного агрегата. Одним из главных сдерживающих факторов повсеместного внедрения оптимального энергосберегающего управления является отсутствие наглядной и универсальной модели распределения тепловых потоков внутри печных агрегатов, вследствие чего на производстве нет точной информации о происходящих внутри рабочего объема тепловых процессах, например степени нагрева изделий, наличия градиента температуры вдоль изделия и т.д.

Чаще всего режим работы нагревателей обеспечивается системой автоматического регулирования (САР) на базе многоконтурного ПИД-регулирования. САР в общем случае многомерная, в структуре таких систем всегда присутствуют перекрёстные связи. Функционирование таких связей приводит к изменению температурного поля в рабочем объеме. Другими словами, управляющее воздействие на любой из контуров влияет на параметры управления двух других контуров.

Для подстройки коэффициентов ПИД-управления существует в данный момент процедура, называемая тарировкой: вместо труб (правильнее вместе с трубами) в печном пространстве равномерно раз-

мешают термодатчики (ТД). По отклонениям измеренной величины температуры от температуры технологического режима (уставки) находятся поправки для коэффициентов.

Существующие системы управления не учитывают распространение энергии излучением, в том числе свойство поверхности (коэффициенты отражения) и положение изделия относительно нагревателей.

Следует отметить, что прямой контроль температуры непосредственно вдоль изделия практически невозможен в техпроцессе. В качестве решения предлагается использовать компьютерную модель изменения величины локального нагрева и вычислить неравномерность нагрева изделий; использовать результаты расчета для динамической адаптации САУ раздельно для каждой зоны нагрева.

Строгое математическое описание процессов лучистого теплообмена возможно на базе интегральных уравнений Фредгольма второго рода, составленных для плотности потока излучения. Точное решение указанных интегральных уравнений даже для системы просто геометрической формы представляет собой сложную задачу, которая многократно усложняется для промышленных агрегатов. В отличие от остальных процессов теплопереноса, при которых обмен энергии происходит лишь локально, при радиационном теплообмене каждая точка среды находится в непосредственном взаимодействии со всем пространством, и решение интегро-дифференциальных уравнений, описывающих этот процесс, очень трудоемко. Разработке точных методов расчета препятствует также сложный характер излучаемого спектра участвующих в теплообмене тел. В связи с этим широкое распространение получила разработка приближенных методов решения задач сложного теплообмена, но стоит отметить, что ни один из них нельзя считать достаточно универсальным и подходящим для любых ситуаций.

Проведенный обзор [3] показал, что «существует большое количество различных методов решения задач радиационного теплопереноса. Основные подходы к решению уравнения радиационного теплопереноса по способу его аппроксимации можно условно разделить на несколько групп:

- P_n -приближения метода сферических гармоник;
- методы Монте-Карло;
- зональные методы;
- методы дискретных направлений;
- метод дискретного переноса.

Первая группа методов [4–7] основана на представлении исходного интегродифференциального уравнения переноса излучения в форме дифференциальных уравнений второго порядка – P_n -приближения метода сферических гармоник. Наиболее простое и распространенное из них – это P_1 -приближение (диффузионное приближение), которое может быть получено в том числе прямым интегрированием уравнения переноса излучения по всему

телесному углу. Для улучшения точности P_n -метода существует его модификация, «основанная на использовании самостоятельных разложений [8] в каждой из полусфер в одномерном случае и в каждой из четверти сферы – в двумерном.

В качестве второй группы методов решения уравнения радиационного переноса можно выделить методы Монте-Карло. В общем случае метод Монте-Карло – это численный метод решения математических задач при помощи моделирования случайных величин. При использовании методов Монте-Карло применительно к решению задач переноса лучистой энергии распространение излучения представляется в виде случайной марковской цепи столкновений фотонов или дискретных порций энергии с веществом, приводящих либо к его поглощению, либо к рассеянию [9].

Третья группа – это зональные методы. Основы прикладного зонального метода расчета радиационного и сложного теплообмена были заложены в работах Г.Л. Поляка, Ю.А. Суринова, А.С. Невского, В.Н. Адрианова, Х. Хоттеля. Дальнейшее развитие методы расчета топок получили в работах В.М. Седлкина, В.Г. Лисиенко, Ю.А. Журавлева и др. В основе зональных методов лежит деление излучающей объемной среды и ограничивающих поверхностей на ряд зон, теплофизические параметры в пределах каждой из которых считаются постоянными. Каждая из зон связана с другими через обобщенные угловые коэффициенты излучения, показывающие, какая доля энергии, излученной в одной зоне, достигает другой зоны и поглощается ею. Для нахождения обобщенных угловых коэффициентов излучения в геометрически сложных объектах может использоваться метод Монте-Карло [10].

Четвертая группа – методы дискретных направлений, в которых проводится дискретизация не только пространственная, но и угловая. В этих методах все угловое пространство разбивается на ряд дискретных телесных углов, внутри которых интенсивность излучения постоянна. К данной группе примыкают потоковые, дискретно-ординатные (ДОМ – впервые был предложен Чандрасекхаром [11] как обобщение метода Шустера–Шварцшильда) и конечно-объемные методы (КОМ).

Отдельно можно выделить метод, разработанный Локвудом и Шахом [12]. Метод дискретного переноса является гибридным подходом, обладающим многими чертами потоковых и Монте-Карло методов.

Для решения поставленной задачи поиска оптимального управления нагревом вакуумных электрических печных агрегатов необходимо разработать простую, но достаточно точную модель процессов теплопереноса, позволяющую в конечном итоге перейти к удобной для управления форме Коши. В качестве основы ПО предложена модифицированная математическая модель процесса нагрева изделий в вакууме на основе зонального метода расчета.

Разработанное программное обеспечение позволяет оценивать величину неравномерности нагрева в зависимости от начальных условий, конструктивных особенностей и технологических режимов (мощности, количества нагревательных элементов, скорости нагрева и т.д.).

Постановка задачи

Задача состоит в том, чтобы разработать модель распределения тепловых потоков внутри печного пространства с учетом поступающей на нагреватели энергии. В этом случае электрическая мощность будет выступать в роли управления. Задача будет состоять в том, что бы найти такое управление, которое начиная с момента времени t_1 будет уменьшать неравномерность распределения температуры вдоль изделия до заданного ε за конечный промежуток времени $[t_1, t_2]$ и выдерживать её в течение заданного промежутка времени $[t_2, t_3]$.

$$|z_i^* - z_i(t)| < \varepsilon, i = \overline{1, n}, t_2 < t < t_3,$$

где $z_i(t)$ – температура точек изделия; z_i^* – требуемое значение температуры; n – количество точек изделия; ε – заданное число, выбираемое исходя из технологических требований.

При выполнении условия обеспечивается равномерный нагрев изделия по длине.

Математическая модель распределения тепловых потоков

Рассмотрим произвольную замкнутую систему из N серых тел (элементарных ячеек) с заданным полем распределения температуры и оптических свойств. Каждая i -я ячейка системы имеет k_i количество излучающих поверхностей и s_i связей по теплопроводности (находясь в составе сложного тела). В течение промежутка времени Δt система считается стационарной, тогда уравнение теплового баланса i -й ячейки на конец периода дискретности можно записать:

$$c_i m_i \Delta T_i = (Q_i^W + Q_i^S + Q_i^A) \Delta t \quad \text{или} \quad \frac{\Delta T}{\Delta t} = \beta_i \cdot (Q_i^W + Q_i^S + Q_i^A), \quad \beta_i = \frac{1}{c_i m_i}, \quad (1)$$

где Q_i^W – электрическая составляющая или мощность электрического нагрева; Q_i^A – составляющая лучистого обмена; Q_i^S – составляющая теплопроводности; c_i – теплоёмкость; m_i – масса; ΔT_i – изменение температуры за период дискретности Δt .

Расчет составляющей лучистого обмена

Результирующий поток лучистой энергии i -й ячейки есть сумма результирующих потоков каждой её поверхности [13–18]:

$$Q_i^A = \sum_{j=1}^{k_i} Q_{i,j}^A \\ Q_{i,j}^A = (\varepsilon_{i,j} \cdot E_{i,j}^{\text{пад}} - E_{i,j}^{\text{соб}}) \cdot F_{i,j}$$

где $\varepsilon_{i,j}$ – степень черноты; $E_{i,j}^{\text{пад}}$ – плотность потока падающего излучения; $E_{i,j}^{\text{соб}}$ – плотность потока собственного излучения; $F_{i,j}$ – площадь.

Плотность потока падающего излучения зависит от расположения излучающей поверхности относительно остальной системы:

$$E_{i,j}^{\text{пад}} = \sum_{p=1}^N \sum_{r=1}^{k_p} E_{p,r}^{\text{соб}} \cdot \Phi_{(i,j),(p,r)}$$

Согласно закону Стефана–Больцмана собственное излучение пропорционально четвертой степени температуры, тогда

$$E_{i,j}^{\text{соб}} = \varepsilon_{i,j} \sigma T_{i,j}^4,$$

$$Q_{i,j}^A = (\varepsilon_{i,j} \cdot \sum_{p=1}^N \sum_{r=1}^{k_p} \varepsilon_{p,r} \sigma T_{p,r}^4 \Phi_{(i,j),(p,r)} - \varepsilon_{i,j} \sigma T_{i,j}^4) F_{i,j},$$

$$Q_{i,j}^A = \varepsilon_{i,j} \cdot F_{i,j} \cdot \sigma \left(\sum_{p=1}^N \sum_{r=1}^{k_p} \varepsilon_{p,r} T_{p,r}^4 \Phi_{(i,j),(p,r)} - T_{i,j}^4 \right),$$

$$Q_i^A = \sum_{j=1}^{k_i} (\varepsilon_{i,j} \cdot F_{i,j} \cdot \sigma \left(\sum_{p=1}^N \sum_{r=1}^{k_p} \varepsilon_{p,r} T_{p,r}^4 \Phi_{(i,j),(p,r)} - T_{i,j}^4 \right)).$$

Принимаем температуры поверхностей одной ячейки равными $T_{i,j} = T_i$, тогда

$$Q_i^A = \sigma \sum_{j=1}^{k_i} (\varepsilon_{i,j} \cdot F_{i,j} \cdot \left(\sum_{p=1}^N T_p^4 \Phi_{(i,j),p} - T_i^4 \right)),$$

$$\Phi_{(i,j),p} = \sum_{r=1}^{k_p} \varepsilon_{p,r} \Phi_{(i,j),(p,r)},$$

где σ – постоянная равная $5,670400 \cdot 10^{-8} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$; $\Phi_{i,j}$ – суммарный разрешающий угловой коэффициент излучения с учетом многократных отражений.

После математических преобразований получаем

$$Q_i^A = \sigma \sum_{p=1}^N T_p^4 \sum_{j=1}^{k_i} \varepsilon_{i,j} \cdot F_{i,j} \cdot \Phi_{(i,j),p} - \sigma T_i^4 \sum_{j=1}^{k_i} \varepsilon_{i,j} \cdot F_{i,j},$$

$$Q_i^A = \sigma \sum_{p=1}^N T_p^4 \cdot \Phi_{i,p} - \sigma T_i^4 \varepsilon_i, \quad (2)$$

$$\Phi_{i,p} = \sum_{j=1}^{k_i} \varepsilon_{i,j} \cdot F_{i,j} \cdot \Phi_{(i,j),p}, \quad \varepsilon_i = \sum_{j=1}^{k_i} \varepsilon_{i,j} \cdot F_{i,j}.$$

Суммарный разрешающий угловой коэффициент излучения с учетом многократных отражений есть сумма ряда

$$\Phi_{(i,j),(p,r)} = \Phi_{(i,j),(p,r)} + \sum_{f=1}^c \Phi_{(i,j),(p,r),f},$$

где $\Phi_{(i,j),(p,r)}$ – элементарный угловой коэффициент излучения, характеризующий часть потока излучения, которая попадает с r -й площадки p -й ячейки системы на j -ю площадку i -й ячейки [22]; $\Phi_{(i,j),(p,r),f}$ – элементарный угловой коэффициент

излучения с учетом f -й глубины отражения; c – учитываемая степень отражения.

$$\begin{aligned} \Phi_{(i,j),(p,r)1} &= \sum_{m_1=1}^N \sum_{n_1=1}^{k_{m_1}} R_{(m_1,n_1)} \Phi_{(i,j),(m_1,n_1)} \Phi_{(m_1,n_1),(p,r)}; \\ \Phi_{(i,j),(p,r)2} &= \sum_{m_2=1}^N \sum_{n_2=1}^{k_{m_2}} R_{(m_2,n_2)} \Phi_{(m_2,n_2),(p,r)} \times \\ &\times \sum_{m_1=1}^N \sum_{n_1=1}^{k_{m_1}} R_{(m_1,n_1)} \Phi_{(i,j),(m_1,n_1)} \Phi_{(m_1,n_1),(m_2,n_2)}; \\ &\dots\dots\dots, \end{aligned}$$

где $R_{(m_f,n_f)}$ – отражательная способность n -й площадки m -й промежуточной точки системы. После выделения повторяющегося участка формула нахождения элементарного углового коэффициента излучения с учетом f -й глубины отражения вырождается в рекурсивную:

$$\begin{aligned} J_{(i,j),(p,r)f} &= \sum_{m_f=1}^N \sum_{n_f=1}^{k_{m_f}} R_{(m_f,n_f)} J_{(i,j),(m_f,n_f)f-1} J_{(m_f,n_f),(p,r)}, \\ \Phi_{(i,j),(p,r)0} &= \Phi_{(i,j),(p,r)}, \end{aligned}$$

Элементарный угловой коэффициент излучения находится из взаимного расположения излучающих площадок:

$$\Phi_{(i,j),(p,r)} = \frac{\cos \Psi_{(i,j)} \cdot \cos \Psi_{(p,r)}}{\pi L_{i,p}^2} F_{p,r},$$

где $\Psi_{(i,j)}, \Psi_{(p,r)}$ – углы между нормальными площадок и прямой, соединяющей соответствующие им элементарные ячейки; $L_{i,p}$ – расстояние между ячейками; $F_{p,r}$ – площадь излучающей поверхности.

Принимаем, что каждая ячейка имеет набор выпуклых излучающих поверхностей, следовательно, $\Phi_{(i,j),(i,r)} = 0$.

Расчет составляющей теплопроводности

В качестве модели теплопроводности используется механизм передачи тепла через однородную плоскую стенку при стационарных условиях. Каждая i -я ячейка помимо излучающих поверхностей, находясь в составе физического объекта, имеет s_i связей другими ячейками посредством теплопроводности [16, 17]. Полный поток энергии тогда будет находиться как

$$Q_i^S = \sum_{j=1}^{s_i} Q_{i,j}^S, \quad Q_{i,j}^S = S_{i,j} \frac{\lambda_{i,j}}{h_{i,j}} \Delta T_{i,j}, \quad (3)$$

где $S_{i,j}$ – площадь стенки; $h_{i,j}$ – ширина стенки; $\lambda_{i,j}$ – коэффициент передачи; $\Delta T_{i,j}$ – разность температур $\Delta T_{i,j} = T_j - T_i$.

Следует учесть, что применительно к данной модели под параметрами стенки (толщина и площадь в (3)) подразумеваются параметры связи по теплопроводности. Удобнее применить здесь терми-

ны «длина связи» и «площадь связи». Например, для ячеек трубы длина связи – это расстояние между соседними ячейками по горизонтали и вертикали, площадь связи принимается как площадь среза стенки трубы на стыке двух ячеек. Преобразуем (2) и получаем

$$Q_i^S = \sum_{j=1}^{s_i} S_{i,j} \frac{\lambda_{i,j}}{h_{i,j}} (T_j - T_i) = \sum_{j=1}^{s_i} S_{i,j} \frac{\lambda_{i,j}}{h_{i,j}} T_j - \sum_{j=1}^{s_i} S_{i,j} \frac{\lambda_{i,j}}{h_{i,j}} T_i, \quad (4)$$

$$Q_i^S = \sum_{j=1}^{s_i} S_{i,j}^\lambda T_j - T_i \sum_{j=1}^{s_i} S_{i,j}^\lambda, \quad S_{i,j}^\lambda = S_{i,j} \frac{\lambda_{i,j}}{h_{i,j}}, \quad S_{i,i}^\lambda = 0.$$

Матричная форма распределения тепловых потоков внутри печного пространства

Для удобства моделирования и дальнейшего расчета оптимального управления нагревом представим формулы (2), (4) в матричном виде. Для этого приведем (1) к виду

$$\frac{T_\Delta}{\Delta t} = Q^W + Q^S + Q^A,$$

где T_Δ – матрица изменения температур; Q^W – матрица изменения температуры за счет электрического нагрева; Q^A – матрица изменения температуры за счет лучистого нагрева; Q^S – матрица изменения температуры за счет теплопроводности.

$$\begin{aligned} T_\Delta &= \begin{bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \\ \dots \\ \Delta T_N \end{bmatrix}, \quad Q^W = \begin{bmatrix} \beta_1 \cdot Q_1^W \\ \beta_2 \cdot Q_2^W \\ \dots \\ \beta_N \cdot Q_N^W \end{bmatrix}, \\ Q^A &= \begin{bmatrix} \beta_1 \cdot Q_1^A \\ \beta_2 \cdot Q_2^A \\ \dots \\ \beta_N \cdot Q_N^A \end{bmatrix}, \quad Q^S = \begin{bmatrix} \beta_1 \cdot Q_1^S \\ \beta_2 \cdot Q_2^S \\ \dots \\ \beta_N \cdot Q_N^S \end{bmatrix}. \quad (5) \end{aligned}$$

Матрицу изменения температуры за счет лучистого обмена найдем из (2):

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \begin{cases} \varepsilon_i, p=i, \\ 0, p \neq i, \end{cases} \\ Q_i^A &= \sigma \sum_{p=1}^N T_p^4 \cdot \Phi_{i,p} - \sigma T_i^4 \varepsilon_i = \sigma \left(\sum_{p=1}^N T_p^4 \cdot (\Phi_{i,p} - \varepsilon_i) \right), \\ Q^A &= \begin{bmatrix} \sigma \beta_1 (\Phi_{1,1} - \varepsilon_1) & \sigma \beta_1 \Phi_{1,2} & \dots & \sigma \beta_1 \Phi_{1,N} \\ \sigma \beta_2 \Phi_{2,1} & \sigma \beta_2 (\Phi_{2,2} - \varepsilon_2) & \dots & \sigma \beta_2 \Phi_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma \beta_N \Phi_{N,1} & \sigma \beta_N \Phi_{N,2} & \dots & \sigma \beta_N (\Phi_{N,N} - \varepsilon_N) \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} T_1^4 \\ T_2^4 \\ \dots \\ T_N^4 \end{bmatrix}. \quad (6) \end{aligned}$$

Матрицу изменения температуры за счет теплопроводности найдем из (4). Будем считать, что $s_i = N$,

а если связи между ячейками i и j нет, то $S_{i,j}^\lambda = 0$,

тогда

$$Q_i^S = \sum_{j=1}^N S_{i,j}^\lambda T_j - T_i \sum_{j=1}^N S_{i,j}^\lambda,$$

$$Q_i^S = T_1 \cdot S_{i,1}^\lambda + T_2 \cdot S_{i,2}^\lambda + \dots - T_i \cdot \sum_{j=1}^N S_{i,j}^\lambda + \dots + T_N \cdot S_{i,N}^\lambda,$$

$$Q^S = \begin{bmatrix} -\beta_1 \cdot \sum_{j=1}^N S_{1,j}^\lambda & \beta_1 \cdot S_{1,2}^\lambda & \dots & \beta_1 \cdot S_{1,N}^\lambda \\ \beta_2 \cdot S_{2,1}^\lambda & -\beta_2 \cdot \sum_{j=1}^N S_{2,j}^\lambda & \dots & \beta_2 \cdot S_{2,N}^\lambda \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_N \cdot S_{N,1}^\lambda & \beta_N \cdot S_{N,2}^\lambda & \dots & -\beta_N \cdot \sum_{j=1}^N S_{N,j}^\lambda \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \dots \\ T_N \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Матрица изменения температуры за счет электрического нагрева представляет собой столбец, в котором каждый элемент пропорционален электрической мощности, выделяемой на ячейке. Однако следует учесть, что соответствующая величина есть только у ячеек нагревателей и у большинства ячеек отсутствует. Предположим, что в печи существует k независимых нагревателей с мощностью W_1, W_2, \dots, W_k и т.д. Каждый из нагревателей состоит из g_i ячеек, где i – номер нагревателя ($i = \overline{1, k}$). Для всех ячеек

нагревателя справедливо равенство $W_i = \sum_{i=1}^{q_1} Q_i^W$,

$W_2 = \sum_{i=q_1+1}^{q_1+q_2} Q_i^W$ и т.д., где Q_i – электрическая мощность

ячеек нагревателя. Допустим, что мощность внутри одного нагревателя распределяется равномерно, т.е. для p -го нагревателя справедливо равенство

$$Q_i^W = Q_j^W = \frac{W_p}{u_p} = U_p \quad (p = \overline{1, k}, \quad i = \overline{1, g_p}, \quad j = \overline{1, g_p}),$$

где U_p – элементарная мощность p -го нагревателя, к которому принадлежат ячейки с номерами i и j . Составим матрицу $\mathbf{B}[N \times k]$ таким образом, что каждая строка отражает номер нагревателя, к которому относится данная ячейка (и относится ли вообще), в виде единицы в соответствующем столбце, и матрицу-столбец U , каждый элемент которой соответствует элементарной мощности на ячейках соответствующего нагревателя. Дополним матрицу \mathbf{B} пропорциональными коэффициентами β_i и получим

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \beta_N \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{B}_E.$$

Тогда матрица изменения температуры за счет электрического нагрева в (5) примет вид

$$Q^W = \mathbf{B} \times U.$$

Переобозначим матрицы в (6), (7) и получим конечную матричную формулу для расчета изменения температуры системы:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{A} \times \mathbf{T}_q + \mathbf{S} \times \mathbf{T} + \mathbf{B} \times U. \quad (8)$$

Формула (8) позволяет, основываясь на физических и оптических свойствах трехмерной модели, заданных начальных условиях и конкретном управлении, проводить численное моделирование процессов теплообмена и определять расчетным путем температуру различных точек изделия в любой момент времени. Данная форма наиболее близка к применяемым в теории автоматического управления (например, форме Коши).

Численные исследования модели

Расчет матриц $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{S}, U$ проводится в программе, написанной в среде Visual Studio 2012 на языке C++ [19, 20]. Моделирование и вывод графиков проводилось в среде Matlab (функция ode23 для численного интегрирования дифференциальных уравнений). В качестве модели принята купольная вертикальная вакуумная электрическая печь сопротивления с водяным охлаждением кожуха и тремя зонами нагрева для отжига труб. Габариты рабочего пространства печи: диаметр $\sim 0,65$ м, высота 6 м.

Для начала промоделируем ситуацию расположения одной трубы длиной 2,5 м, подвешенной на центральной оси сверху печного пространства. Диаметр трубы 10 см, толщина стенки – 1 см. Теплопроводность принята 50 Вт/(м·К), плотность – 7200 кг/м³, удельная теплоемкость – 500 Дж/(кг·К). Степень черноты – 0,3 [21]. Дискретность по окружности составляет 20 участков, по длине – 30. Труба комнатной температура, принятой 23 °С, погружается в нагретую до 400 °С печь. Печь-прототип имеет две печные зоны, холодную и горячую. Пока во второй откачивается вакуум, первая нагревается до некоторой стартовой температуры. Положение трубы (сверху зоны нагрева) и температуры характерны для данной печи в промышленной эксплуатации.

На рис. 2 приведено трехмерное изображение трубы с установившимися температурами в цветовой палитре. Четко виден градиент температур, направленный от холодного сверху вниз и достигающий 70 град. Если бы труба располагалась не вверху, а в центре печи, то градиент был бы близок к нулю.

В промышленности чаще всего в печь погружают несколько изделий, например связку труб.

Промоделируем эту ситуацию, используя те же данные, что и при предыдущем опыте, для 9 труб, расположенных как показано на рис. 3.

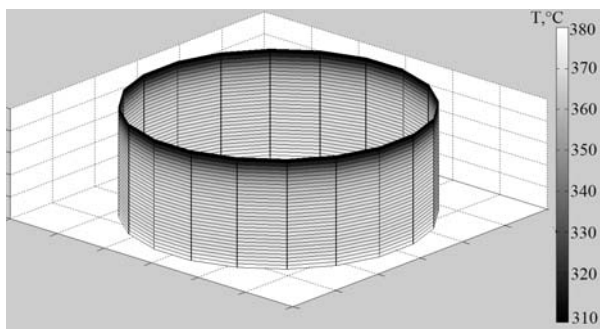


Рис. 2. Моделирование процесса нагрева трубы в центре печи

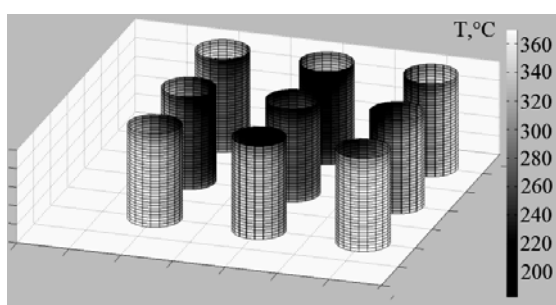


Рис. 3. Моделирование связки труб. Общий вид

На приведенном изображении видны слабо прогретые участки труб, попадающие в тень от соседних труб. Разница между температурами различных труб может достигать 150 град. А температура центральной трубы на 60–90 °С ниже температур соседних труб, как и аналогично расположенной трубы при отсутствии препятствий излучению (см. рис. 2). Но при этом центральная труба нагрета значительно более равномерно, поскольку расположена в центре и нагревается в основном за счет переизлучения соседних труб.

При более подробном анализе центральной трубы видно, что температурный градиент примерно такой же, как и в ситуации отсутствия препятствий излучению, но температуры значительно меньше и распределены более равномерно вдоль трубы. Также заметны ярко выраженные теневые участки на поверхности трубы и участки, на которые все же попадает излучение с нагревателей.

Для определения влияния на градиент температур коэффициента теплопроводности промоделируем уже изученную ситуацию со связкой труб для еще трех различных коэффициентов теплопроводности: 100 Вт/(м·К), 200 Вт/(м·К), 400 Вт/(м·К).

Из полученных результатов следует вывод, что с увеличением коэффициента теплопроводности градиент температур падает, разогрев становится более равномерным, сглаживается разница между теневыми и освещаемыми участками трубы, на последнем рисунке она уже практически отсутствует. Численно, градиент падает с 70–80 °С при

$\lambda = 50$ Вт/(м·К) до 25–30 °С при $\lambda = 400$ Вт/(м·К)). Однако следует учесть, что модель не учитывает зависимость физических и оптических свойств от температуры.

Заключение

Предложена модель (математическое выражение модели – уравнение (8)) на основе зонального метода со следующими модификациями:

- Система разбивается так, чтобы все элементы имели заранее выпуклый набор излучающих поверхностей (отсутствует прямая видимость между поверхностями одного элемента),

- Уравнение теплового баланса приводится к матричному виду таким образом, что элементы делятся на два типа: источники тепловой энергии (преобразователи электрической энергии в тепловую – нагреватели) и переизлучатели тепловой энергии (все остальные элементы системы – изделия, защитные экраны и т.д.).

Данная модель распределения тепловых потоков внутри вакуумных электрических печей сопротивления позволяет проводить моделирование и расчет температур для различных конструкций печей и режимов отжига любых изделий.

Разработано программное обеспечение на основе предложенной модели. Применение данного ПО предоставляет возможность инженерам-технологам оценить температурные градиенты на изделиях в зависимости от его формы и расположения, проверить различные технические решения для подавления этих градиентов. Моделирование этих процессов в конечном счете позволяет экономить материальные ресурсы.

Матричное уравнение (8) позволяет предложить различные алгоритмы оптимального управления (простейшая линеаризация приведет её к форме Коши) для расчета многомерного регулятора и в конечном счете оптимизировать процесс отжига изделий.

Полученные графики показывают различия в отжиге изделий в зависимости от их количества и расположения, влияние затенения одного изделия другим.

Расчетные данные, полученные на основании предложенной модели, подтверждаются совокупностью экспериментальных результатов многолетних измерений.

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. При любой конфигурации изделий внутри объема печных агрегатов всегда возникает неравномерность температуры. Вследствие этого изделия проявляют анизотропные физические свойства.

2. Стандартное ПИД-регулирование таких систем не позволяет исключить в полном объеме возникновение данных процессов.

3. Необходимо разработать на основе полученной нелинейной модели адаптивную систему управления для постоянной настройки оптимального управления нагревом при произвольной конфигурации печного пространства и изделий.

Литература

1. Кабанов А.А. Анализ и оперативный синтез оптимального управления тепловыми аппаратами с электронгревом: дис. ... канд. техн. наук (05.13.06) / А.А. Кабанов. – Тамбов: ФГУП «НИХИ», 2003. – 145 с.
2. Берштейн М.Л. Термомеханическая обработка металлов и сплавов: в 2 т. – М.: Металлургия, 1968. – 1172 с.
3. Литвинцев К.Ю. Совершенствование методов моделирования лучистого обмена и оптических свойств среды применительно к высокотемпературным технологическим процессам и пожарам: автореф. дис. ... канд. техн. наук (01.14.14) / К.Ю. Литвинцев // ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет». – Новосибирск, 2012. – 24 с.
4. Siegel R. Thermal Radiation Heat Transfer / R. Siegel, J.R. Howel. – Washington D.C.: Hemisphere Publishing Corporation, 1992. – 1072 p.
5. Wells W.H. Computational Techniques for Radiative Transfer by Spherical Harmonics / W.H. Wells, J.J. Sidorowich // Journal Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1985. – № 33. – P. 347–363.
6. Takeuchi Y. Use of Spherical Harmonics in the Solution of the Radiative Transfer Problem / Y. Takeuchi // Journal Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1988. – № 39. – P. 237–245.
7. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа / Б.Н. Четверушкин. – М.: Наука, 1988. – 304 с.
8. Кейз К. Линейная теория переноса / К. Кейз, П.М. Цвайфель. – М.: Мир, 1972. – 384 с.
9. Марчук Г.И. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике / Г.И. Марчук, Г.А. Михайлов и др. – Новосибирск: Наука. Сибирское отд., 1976. – 279 с.
10. Кулешов О.Ю. Совершенствование методов расчета, режимов работы и конструкций промышленных печей на основе моделирования зонального и локального сопряженного теплообмена: автореф. дис. ... док. техн. наук (05.14.04) / О.Ю. Кулешов // ФГАОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина». – Саратов, 2012. – 38 с.
11. Chandrasekhar S. Radiative Transfer. – New York: Dover, 1960. – 393 p.
12. Lockwood F.C. A new radiation solution method for incorporation in general combustion prediction procedures / F.C. Lockwood, N.G. Shah // 18th Symp. (Int.) Combust. The Combustion Institute. – Pittsburgh, 1981. – P. 1405–1414.
13. Невский А.С. Лучистый теплообмен в печах и топках. – 2-е изд. – М.: Металлургия, 1971. – 440 с.
14. Спэрроу Э.М. Теплообмен излучением / Э.М. Спэрроу, Р.Д. Сесс. – Л.: Энергия, 1971. – 296 с.
15. Зигель Р. Теплообмен излучением / Р. Зигель, Дж. Хауэлл. – М.: Мир, 1975. – 936 с.
16. Юдаев Б.Н. Теплопередача. – М.: Высшая школа, 1973. – 360 с.
17. Исаченко В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – М.: Энергия, 1975. – 480 с.
18. Суринов Ю.А. Об итерационно-зональном методе исследования и расчета локальных характеристик лучи-

стого теплообмена // Теплофизика высоких температур. – 1972. – Т. 10, № 4. – С. 844–852.

19. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2014613896. Программа расчета матриц для моделирования тепловых процессов в вакуумных печных агрегатах / И.А. Лебедев. – Заявка №2014611140. Дата поступления 14 февраля 2014 г. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 9 апр. 2014 г.

20. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2015619364. Программа расчета угловых коэффициентов излучения графическим способом / И.А. Лебедев. – Заявка №2015616352. Дата поступления 7 июля 2015 г. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 1 сентября 2015 г.

21. Григорьев И.С. Физические величины: справочник / И.С. Григорьев, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1234 с.

Лебедев Илья Алексеевич

Соискатель ученой степени канд. техн. наук, лаб. № 7 «Адаптивные и робастные системы» им. Я.З. Цыпкина Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Электросталь, Московская область
Тел.: +7-915-185-72-49
Эл. почта: LebedevMSZ@gmail.com

Пономарёв Александр Петрович

Канд. техн. наук, гл. специалист по средствам аналитического контроля ПАО «Машиностроительный завод», г. Электросталь
Тел.: 8-926-877-41-53
Эл. почта: ponkip@lenta.ru

Lebedev I.A., Ponomarev A.P.

Model for heat treatment of metal products in a vacuum electric resistance furnaces

The article presents the results of research made on the heating processes of metal pipes in the vacuum electric resistance furnace. The study is carried out using software written in C++, Matlab and implemented on the basis of a personal computer. The essence of the proposed model is to represent the entire furnace chamber as an array of points with specific physical and optical properties. Optical properties are considered as independent from the wavelength, and reflection as being diffusional. A mechanism of heat transfer through a homogeneous flat wall is used as a model of thermal conductivity. Numerical investigations of the resulting model show the difference in pipe's heating, depending on their number and position. The study of the uneven heating along the annealed products is presented, and suggestions are made to reduce it.

Keywords: modeling, PID control, heat and mass transfer, heat conduction, slope of radiation, electric resistance furnace, control, radiative transfer.