

УДК 621.314.26

И.А. Баховцев

Анализ выходного напряжения многофазных четырехуровневых инверторов напряжения с ШИМ

Выведены обобщенные аналитические выражения для действующего значения и коэффициента гармоник линейного напряжения многофазного четырехуровневого инвертора напряжения с ШИМ. Выражения позволяют с общих позиций проанализировать данный преобразователь независимо от числа фаз и способов ШИМ. Приведены диаграммы, описывающие процедуру вывода, и графики, иллюстрирующие полученные характеристики.

Ключевые слова: многофазный четырехуровневый инвертор напряжения, способы ШИМ, глубина модуляции, действующее значение, коэффициент гармоник.

В электроприводах и системах генерирования электроэнергии переменного тока широкое распространение получили многоуровневые автономные инверторы напряжения с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ). Посвященные им публикации в основном рассматривают вопросы топологии и реализации способов управления [1, 2]. Существует ряд работ, в которых исследуются выходные спектральные [3] и энергетические характеристики [4]. Последние чаще всего рассматриваются с использованием компьютерного моделирования и численных методов. Работ, посвященных теоретическому анализу выходных характеристик с выводом выражений в замкнутом виде, заметно меньше. Данная статья является попыткой восполнить указанный пробел. В ней представлены результаты обобщенного анализа выходного напряжения многофазного четырехуровневого АИН с фиксированной нейтральной точкой (*neutral point clamped* – NPC).

Постановка задачи. Для управления многоуровневыми АИН используются те же способы ШИМ, что и для двухуровневых: синусоидальная (СШИМ), синусоидальная с веденными гармониками нулевой последовательности и векторная, которую также можно представить как СШИМ с введенным треугольным сигналом третьей гармоники [2, 3]. В способах управления многоуровневая специфика выражается в том, что фазные модулирующие сигналы сравниваются с несколькими опорными (чаще треугольными) сигналами, смещенными по уровню или по фазе [5]. Остановимся на варианте с опорными сигналами, сдвинутыми по уровню и находящимися в фазе по отношению друг к другу (*phase disposition* – PD), т.к. он обеспечивает лучшее качество выходного напряжения [5].

При выводе сделаем допущения: источник питания и ключи инвертора идеальные, коммутация ключей происходит мгновенно, напряжения в звене постоянного тока сбалансированы, кратность K_p (отношение) частоты опорного сигнала к частоте модулирующего сигнала стремится к бесконечности, величина амплитуды 1-й гармоники выходного напряжения соответствует линейной области ее регулирования.

Задачей исследования является получение в замкнутом виде выражений для действующего значения и коэффициента гармоник выходного напряжения многофазного четырехуровневого инвертора напряжения (4У-АИН). При анализе рассмотрим выходное линейное напряжение преобразователя, имеющее, по сравнению с фазным напряжением, более простую и однородную форму.

Методика анализа. На рис. 1 для кратности частот $K_p=18$ и разных значений амплитуды модулирующего сигнала представлено линейное напряжение 4У-АИН с СШИМ, обозначенное U_{ab} . Оно выражено в относительных величинах – в долях от напряжения источника питания. Это позволило совместить кривые напряжения с эпюрами опорных сигналов системы управления V_{c1} , V_{c2} , V_{c3} . Их амплитуда равна $1/3$, а суммарная амплитуда в рамках полуплоскости одного знака равна единице.

Рассмотрение данных кривых позволяет сделать следующие выводы. На полупериоде кривой линейного напряжения присутствуют однополярные, модулированные по длительности импульсы амплитудой $1/3$, которые в зависимости от величины модулирующего сигнала располагаются на нулевом уровне напряжения в течение всего полупериода (двухуровневая форма кривой напряжения – см. рис. 1, а) или только на его краях. В последнем случае в центральной части полупериода однополярные импульсы располагаются на уровне постоянного напряжения амплитудой или только $1/3$ (трехуровневая форма – см. рис. 1, б) или, по мере приближения к центру полуволны, последова-

тельно на уровнях амплитудой 1/3 и 2/3 напряжения источника питания (четырёхуровневая форма – см. рис. 1, в).

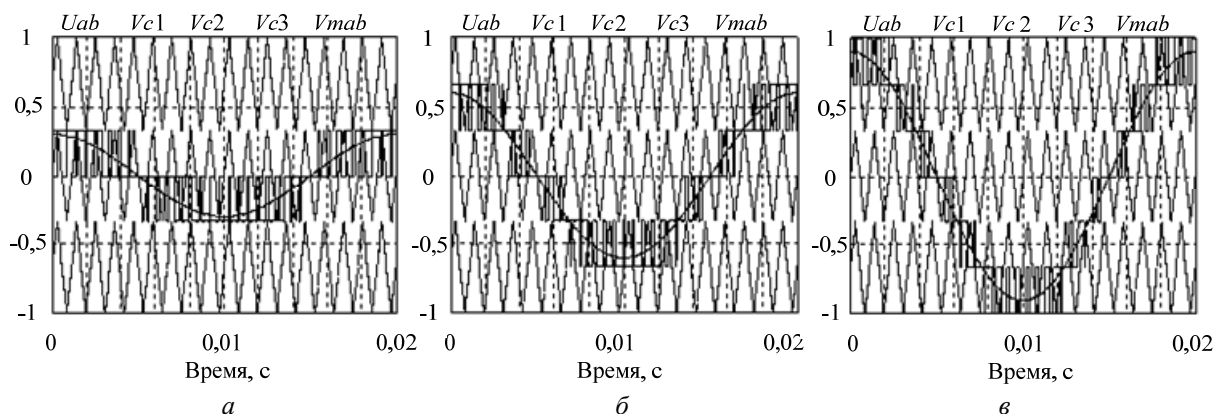


Рис. 1. Линейное напряжение и сигналы системы управления: а – $M = 0,3$; б – $M = 0,6$; в – $M = 0,9$

Высокая кратность частот и однополярная форма позволяют представить закон модуляции длительностей этих импульсов в виде непрерывной функции, равной на каждом такте среднему значению текущей длительности. Как показано при анализе линейного напряжения двух- и трехуровневых АИН [6, 7], в этом случае удобно использовать понятие **линейный модулирующий сигнал** (ЛМС) $v_{мл}$. Он задает закон изменения длительностей однополярных на полуволне импульсов линейного напряжения и определяется как полуразность фазных модулирующих сигналов (ФМС) соседних стоек инвертора. Деление на два необходимо для обеспечения функционирования ЛМС в рамках тех же самых опорных сигналов. Таким образом, выражение для ЛМС имеет вид

$$v_{мл} = (v_{мфj} - v_{мф(j+1)})/2, \quad (1)$$

где j – кольцевая последовательность индексов фаз A, B, C .

Поскольку закон изменения длительностей известен, то при известной амплитуде импульсов и соответствующих пьедесталов можно в аналитической форме записать выражение для мгновенного значения линейного напряжения 4У-АИН и путем интегрирования его квадрата под знаком корня получить выражение для действующего значения. Зная зависимость 1-й гармоники линейного напряжения от глубины модуляции, можно вывести соотношение и для коэффициента гармоник.

Также при выводе удобно воспользоваться принципом подобия способов управления (ППС), сформулированным ранее автором [6]. Этот принцип, в частности, говорит, что при анализе выходного напряжения АИН можно вывести соотношения только для одного способа ШИМ. Выражения для других способов определяются подстановкой в полученных соотношениях перед символом глубины модуляции соответствующих коэффициентов. Поэтому в дальнейшем анализ линейного напряжения 4У-АИН будем производить для СШИМ.

Анализ линейного напряжения четырехуровневого АИН. Вывод выражения выполним для произвольного угла сдвига между синусоидальными фазными модулирующими сигналами соседних стоек 4У-АИН. Следовательно, для ЛМС можно записать:

$$v_{мл}(\vartheta) = [M \sin \vartheta - M \sin(\vartheta - \varphi)]/2 = M \sin(\varphi/2) \cos(\vartheta - \varphi/2), \quad (2)$$

где M – глубина модуляции (отношение амплитуды фазного модулирующего сигнала к суммарной амплитуде опорных сигналов в пределах полуплоскости одного знака); ϑ – безразмерное время, выраженный в радианах; φ – угол сдвига между первыми гармониками указанных напряжений. Причем $\varphi = 2\pi/n$, где n – число фаз (стоек) преобразователя.

Из выражения (2) видно, что для СШИМ при $M = 1,0$ ЛМС имеет единичную амплитуду и обеспечивает максимальный выход 1-й гармоники при $\varphi = \pi$ ($n = 2$). Кроме того, в данном случае ЛМС и ФМС совпадают. При большем числе фаз амплитуда ЛМС и выход 1-й гармоники становятся меньше. На рис. 1 помимо кривой линейного напряжения и опорных сигналов также приведен соответствующий линейный модулирующий сигнал V_{mab} для случая $n = 2$.

Для вывода искомого соотношения выберем начало координат в экстремуме положительной полуволны ЛМС. Тогда окончательное выражение для ЛМС будет иметь вид

$$v_{мл}(\vartheta) = M \sin(\pi/n) \cos \vartheta. \quad (3)$$

Форма линейного напряжения и выражение для его мгновенного значения, как было сказано выше, зависят от амплитуды модулирующего сигнала. Поскольку амплитуда опорных сигналов равна $1/3$, то можно показать, что 3-й и 4-й уровни в линейном напряжении 4У-АИН появляются при амплитуде ЛМС, равной соответственно $1/3$ и $2/3$ (см. также рис. 1). При этих значениях коэффициент заполнения $\gamma(\vartheta)$ центральных на полувольтне широтно-модулированных импульсов равен единице, и эти импульсы сливаются. В случае дальнейшего увеличения ЛМС на месте данного слияния в кривой напряжения происходит формирование импульсов следующего, более высокого уровня. Опишем аналитически переход с двухуровневой формы на трехуровневую («2У-3У»).

Поскольку это происходит при амплитуде ЛМС (т.е. для выбранного начала координат при $\vartheta = 0$), равной $1/3$, то с учетом (3) можно записать равенство:

$$M \sin(\pi/n) = 1/3. \quad (4)$$

На основании (4) определим значение глубины модуляции (обозначим ее индексом «1»), начиная с которой в кривой линейного напряжения появляется третий уровень напряжения

$$M_1 = \frac{1}{3 \sin(\pi/n)}, \quad (5)$$

а также, с учетом (3), – общее выражение для коэффициента заполнения при двухуровневой форме:

$$\gamma(\vartheta) = 3M \sin(\pi/n) \cos \vartheta. \quad (6)$$

Параметр M_1 в свою очередь зависит от числа фаз преобразователя n . Определим начальное значение числа фаз, начиная с которого, в линейном напряжении в принципе возможно появление третьего уровня. Очевидно, что этому значению соответствует глубина модуляции $M = 1,0$. С учетом этого, а также того, что с увеличением n амплитуда ЛМС падает, из уравнения (5) получаем

$$n_1 < \pi / \arcsin(1/3). \quad (7)$$

В дальнейшем будем считать, что условие (7) всегда выполняется.

Из выражения (6) и равенства коэффициента заполнения единице можно получить в общем случае соотношение для момента перехода «2У-3У» в зависимости от M и n

$$\vartheta_1 = \arccos \frac{1}{3M \sin(\pi/n)}. \quad (8)$$

Когда амплитуда ЛМС ($\vartheta = 0$) становится больше $2/3$, в центральной части полупериода линейного напряжения появляется дополнительный уровень с полной амплитудой, равной 1 (четырёхуровневая форма, см. рис. 1, в). В соответствии с этим аналогично вышеизложенному можно получить параметры второй точки перехода – перехода «3У-4У»:

$$n_2 < \pi / \arcsin(2/3), \quad M_2 = \frac{2}{3 \sin(\pi/n)}, \quad \vartheta_2 = \arccos \frac{2}{3M \sin(\pi/n)}. \quad (9)$$

Выведем выражение для действующего значения линейного напряжения 4У-АИН для четырехуровневой формы, соответствующей условию $M > M_2$ (см. рис. 1, в). Для данного случая на рис. 2 изображены кривые линейного модулирующего сигнала $v_{\text{мл}}$ и квадрата линейного напряжения Uab^2 . Из рисунков видно, что четверть периода линейного напряжения можно разбить на три интервала. Составим уравнения для мгновенных значений линейного напряжения для каждого из них.

$\vartheta_1 \leq \vartheta \leq \pi/2$ – интервал двухуровневой формы

На данном интервале (обозначим его нулевым) функция $\gamma_0(\vartheta)$, как было показано выше, описывается уравнением (6). Тогда для мгновенного значения линейного напряжения, представляющего собой в относительных единицах однополярные импульсы с амплитудой $A = 1/3$, можно записать:

$$u(\vartheta) = A\gamma_0(\vartheta) = \frac{1}{3} 3M \sin(\pi/n) \cos \vartheta.$$

При возведении мгновенного значения линейного напряжения в квадрат длительности импульсов сохраняются (см. рис. 2, б), меняется только их амплитуда. Следовательно:

$$u^2(\vartheta) = A^2 \gamma_0^2(\vartheta) = \frac{1}{9} 3M \sin(\pi/n) \cos \vartheta = \frac{M}{3} \sin(\pi/n) \cos \vartheta. \quad (10)$$

На других интервалах (см. рис. 2, а) функции $\gamma_1(\vartheta)$ и $\gamma_2(\vartheta)$ будут определяться ЛМС за вычетом соответственно уровня $1/3$ и $2/3$. Исходя из этого, получим следующие выражения для квадрата линейного напряжения.

$\vartheta_2 \leq \vartheta \leq \vartheta_1$ – интервал трехуровневой формы

$$u^2(\vartheta) = M \sin(\pi/n) \cos \vartheta - 2/9. \quad (11)$$

$0 \leq \vartheta \leq \vartheta_3$ – интервал четырехуровневой формы

$$u^2(\vartheta) = \frac{5}{3} M \sin(\pi/n) \cos \vartheta - \frac{2}{3}. \quad (12)$$

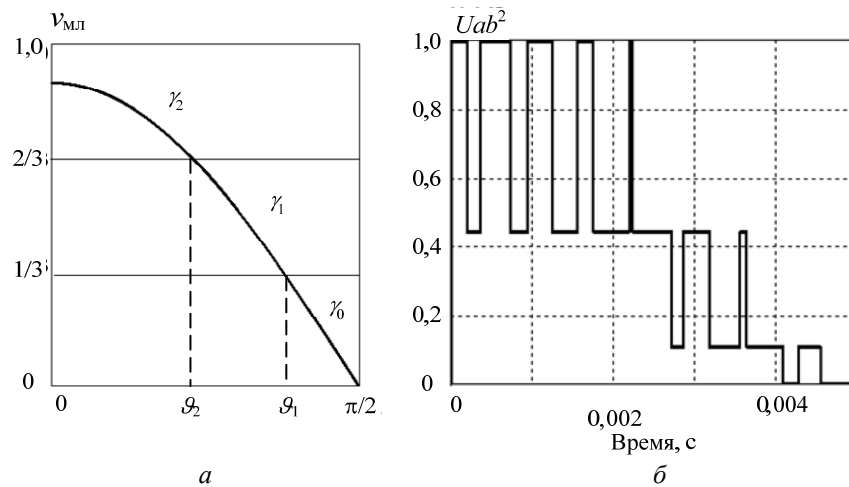


Рис. 2. Линейный модулирующий сигнал – а; б – кривая квадрата линейного напряжения

Полученное выше выражение (10) также справедливо для всего интервала $0 - \pi/2$, когда глубина модуляции $0 \leq M \leq M_1$. Обозначим этот диапазон глубины модуляции также нулевым. Тогда для него, с учетом симметрии IV рода можно вывести следующее выражение:

$$U_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} u_{ab}^2(\vartheta) d\vartheta} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{M}{3} \sin(\pi/n) \cos \vartheta d\vartheta} = \dots = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{M}{3} \sin(\pi/n)}. \quad (13)$$

Для диапазона глубины модуляции $M_1 \leq M \leq M_2$ (по аналогии с предыдущим – диапазон 1) имеет место трехуровневая форма напряжения. Интегрируя выражения (11) и (10) соответственно на интервалах $0 - \vartheta_1$ и $\vartheta_1 - \pi/2$, суммируя результаты, получим следующее выражение для действующего значения линейного напряжения:

$$U_1 = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{M \sin(\pi/n)}{3} (1 + 2 \sin \vartheta_1) - \frac{4}{9} \frac{\vartheta_1}{\pi}}. \quad (14)$$

Для диапазона глубины модуляции $M_2 \leq M \leq 1$ (диапазон 2) имеет место четырехуровневая форма напряжения. Интегрируя выражения (12), (11) и (10) соответственно на интервалах $0 - \vartheta_2$, $\vartheta_2 - \vartheta_1$ и $\vartheta_1 - \pi/2$, суммируя результаты, получим следующее выражение:

$$U_2 = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{M \sin(\pi/n)}{3} (1 + 2 \sin \vartheta_1 + 2 \sin \vartheta_2) - \frac{4}{9\pi} (\vartheta_1 + 2\vartheta_2)}. \quad (15)$$

Учитывая, что действующее значение 1-й гармоники линейного напряжения многофазного АИН с СШИМ равно

$$U_{(1)} = \frac{M \sin(\pi/n)}{\sqrt{2}},$$

можно вывести соответствующие выражения и для коэффициентов гармоник:

$$0 \leq M \leq M_1: \quad K_{r0} = \sqrt{\frac{4}{3\pi M \sin(\pi/n)} - 1}; \quad (16)$$

$$M_1 \leq M \leq M_2: \quad K_{r1} = \sqrt{\frac{4}{3\pi M \sin(\pi/n)} (1 + 2 \sin \vartheta_1) - \frac{8\vartheta_1}{9\pi [M \sin(\pi/n)]^2} - 1}; \quad (17)$$

$$M_2 \leq M \leq 1: \quad K_{r2} = \sqrt{\frac{4}{3\pi M \sin(\pi/n)} (1 + 2 \sin \vartheta_1 + 2 \sin \vartheta_2) - \frac{8}{9\pi [M \sin(\pi/n)]^2} (\vartheta_1 + 2\vartheta_2) - 1}. \quad (18)$$

Полученные соотношения были проверены на модели трехфазного 4У-АИН с СШИМ в программе моделирования PSIM-9.1. Экспериментальные и теоретические кривые совпали.

Выражения (13)–(18) соответствуют способу СШИМ. Как было показано на примере двух- и трехуровневых АИН [6, 7], они будут справедливы и для способов управления СШИМ с вводом гармоник нулевой последовательности. Чтобы отразить особенность этих способов, необходимо только учесть коэффициент расширения (K_n) диапазона регулирования 1-й гармоники по глубине модуляции ΔM . Эти коэффициенты и амплитуды вводимых гармоник для разного числа фаз преобразователя приведены в [8]. Таким образом, для способов управления с гармониками нулевой последовательности меняется лишь линейный диапазон, который будет равен $\Delta M = 0 - K_n$.

Полученные выше формулы для каждого конкретного сочетания n и способа управления будут иметь свой вид и/или диапазон изменения глубины модуляции. По ним можно построить соответствующие графики, которые будут иметь одинаковый характер, но отличаться количественно. В то же время все упомянутые выше сочетания, согласно ППС, можно изобразить на плоскости в виде одних и тех же кривых, зависящих только от M . Формально эти кривые строятся для базового случая – 2-фазного 4У-АИН с СШИМ. При этом формулы (13)–(18) упрощаются, т.к. $\sin(\pi/2) = 1,0$. Данный вариант включает в себя все возможные другие сочетания. Глубину модуляции, которая для 2-фазного 4У-АИН меняется от нуля до единицы, здесь нужно рассматривать как обобщенную глубину модуляции [7] – отношение амплитуды 1-й гармоники выходного напряжения n -фазного 4У-АИН с произвольным способом управления к напряжению источника питания.

Причем от базового варианта все другие сочетания фаз 4У-АИН и способов управления отличаются только величиной линейного диапазона изменения глубины модуляции ΔM , которая в общем случае определяется произведением $K_n \sin(\pi/n)$. Так, например, для трехфазного АИН $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$. А коэффициент расширения линейного диапазона для СШИМ с добавлением 3-й гармоники (СШИМ+3), а также для векторной ШИМ (и ее модификаций) $K_n = 2/\sqrt{3}$. В результате взаимного уничтожения данных коэффициентов получается, что для этих способов управления все выражения и графики вплоть до диапазона изменения глубины модуляции будут совпадать с таковыми для базового 2-фазного четырехуровневого АИН. Такая интерпретация представлена графически на рис. 3. В таблице для некоторых конфигураций 4У-АИН и способов управления представлены коэффициенты, позволяющие оценить линейный диапазон глубины модуляции.

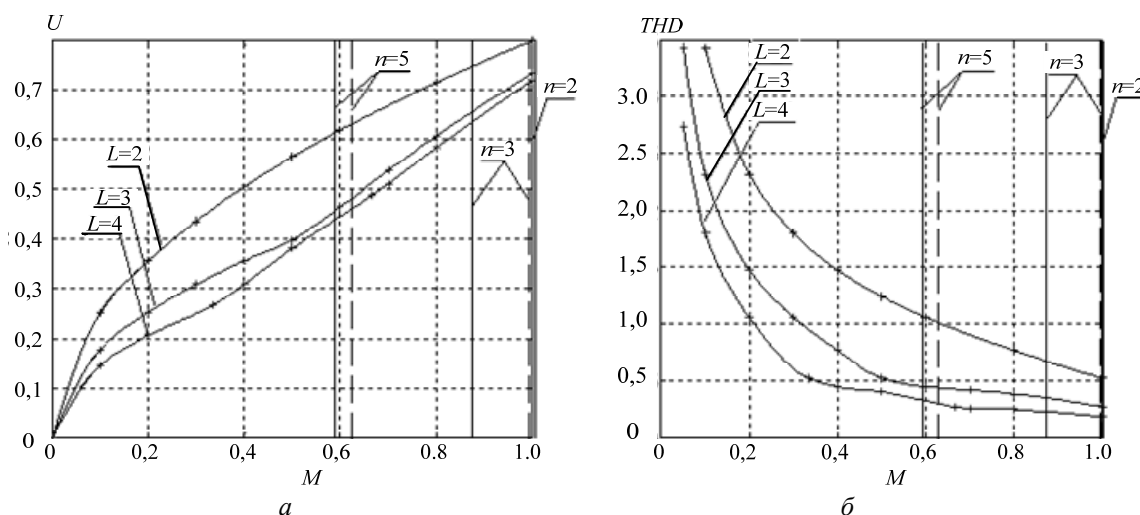


Рис. 3. Обобщенные зависимости выходных характеристик 4У-АИН с ШИМ от глубины модуляции

Параметры линейного диапазона регулирования

| Параметр | Число фаз преобразователя | | | | | | |
|---------------|---------------------------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|
| | $n=2$ | $n=3$ | | $n=5$ | | $n=7$ | |
| $\sin(\pi/n)$ | 1 | 0,866 | | 0,588 | | 0,434 | |
| K_n [8] | | | 1,15 | | 1,0515 | | 1,026 |
| ΔM | 0–1,0 | 0–0,866 | 0–1,0 | 0–0,588 | 0–0,618 | 0–0,434 | 0–0,445 |
| | СШИМ | СШИМ | СШИМ+3 | СШИМ | СШИМ+5 | СШИМ | СШИМ+7 |

На рис. 3 приведены обобщенные кривые для действующего значения U в относительных единицах (рис. 3, а) и коэффициента гармоник THD (рис. 3, б) линейного напряжения 4У-АИН с числом уровней $L = 2, 3$ [6, 7] и $L = 4$. Линейные области существования данных зависимостей для

4У-АИН с разным числом фаз ($n = 2, 3, 5$) и разными способами управления: СШИМ и СШИМ с добавлением гармоник нулевой последовательности – ограничиваются вертикальными линиями. Сплошная линия соответствует способам СШИМ, пунктирная линия – способам СШИМ с гармониками нулевой последовательности. Большие значения обобщенной глубины модуляции будут уже соответствовать зоне перемодуляции, и кривые будут иметь другой вид.

Заключение. В результате проведенных исследований выполнено следующее:

- получены обобщенные аналитические выражения для действующего значения и коэффициента гармоник линейного напряжения многофазного четырехуровневого инвертора напряжения с фиксирующими диодами и распространенными способами ШИМ;
- все сочетания фаз 4У-АИН и рассмотренных способов управления можно представить одним набором формул, соответствующих двухфазному 4У-АИН с синусоидальной ШИМ;
- при этом отличие остальных сочетаний числа фаз и способов управления будет заключаться только в величине линейного диапазона регулирования 1-й гармоники преобразователя;
- полученные результаты были проверены в среде имитационного моделирования PSIM-9.1 и получили свое подтверждение.

Литература

1. Многоуровневые автономные инверторы для электропривода и электроэнергетики / Н. Донской, А. Иванов, В. Матисон, И. Ушаков // Силовая электроника. – 2008. – № 1. – С. 43–46.
2. Recent advances and industrial applications of multilevel converters / S. Kouro, M. Malinowski, K. Gopakumar and others // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2010. – Vol. 57, №8. – P. 2553–2580.
3. McGrath B.P. An analytical technique for the determination of spectral components of multilevel carrier-based PWM methods / B.P. McGrath, D.G. Holmes // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2002. – Vol. 49, №4. – P. 847–857.
4. Дыбко М.А. Анализ энергетических показателей четырехуровневого инвертора напряжения / М.А. Дыбко, С.В. Брованов // Технічна електродинаміка. Тематический выпуск. (Київ). – 2009. – Ч. 3. – С. 27–32.
5. McGrath B.P. Multilevel PWM strategies for multilevel inverters / B.P. McGrath, D.G. Holmes // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2002. – Vol. 49, №4. – P. 858–867.
6. Баховцев И.А. Сравнительный анализ способов управления двухуровневым АИН с ШИМ // Актуал. проблемы электрон. приборостроения (АПЭП-2008): тр. IX Междунар. научн.-техн. конф.: в 7 т. – Т. 7: Силовая электроника и механотроника. Устройства автоматики и системы управления. – Новосибирск: НГТУ, 2008. – С. 30–34.
7. Баховцев И.А. Анализ выходных характеристик трехуровневого инвертора напряжения с ШИМ // Радиопромышленность. – 2012. – Вып. 1. – С. 124–133.
8. Generalised sinusoidal PWM with harmonic injection for multi-phase VSIs / A. Iqbal, E. Levi, M. Jones, S.N. Vukosavic // Proc. IEEE Power Elec. Spec. Conf. PESC, Jeju, Korea. – 2006. – P. 2871–2877.

Баховцев Игорь Анатольевич

Канд. техн. наук, доцент каф. электроники и электротехники
Новосибирского государственного технического университета
Тел.: 8 (383) 346-08-66
Эл. почта: igor_55@ngs.ru

Bakhovtsev I.A.

Output voltage analysis of multi-phase four-level PWM voltage source inverters

In the research paper we derived the analytical relations describing effective value and total harmonic distortion of line-to-line voltage of multi-phase four-level PWM VSI. The relations allow analyze these converters with general viewpoint and without reference to phase number and PWM methods. The diagrams of reception procedure and graphs of received characteristics are presented.

Keywords: multi-phase four-level voltage source inverter, PWM methods, modulation index, root-mean-square, total harmonic distortion.