

УДК 519.633.6

И.Г. Боровской, Е.А. Шельмина

## Численный расчет перетекания невязкого газа через диафрагму методом дробной размерности

В работе [1] для численного исследования течения невязкой среды на основе гиперболической системы уравнений в каналах сложной формы предложен квазимногомерный подход, основная идея которого заключается в том, что для расчета параметров течения предлагается использовать комбинированный метод, имеющий, с одной стороны, высокую разрешающую способность многомерного подхода, а с другой – обладающий достаточной эффективностью одномерного.

**Ключевые слова:** гиперболическая система уравнений, пространственные течения.

В работе [1] автором сформулирована физико-математическая постановка и сконструирована конечно-разностная схема для решения задачи определения параметров течения невязкой среды в каналах сложной формы. В работе [2] представлены результаты численного решения на участке поворота потока, а в данной работе рассматривается перетекание газа через диафрагму.

Следует заметить, что математически строго обоснованное, алгоритмическое нахождение количественной оценки точности численного решения не представляется возможным [3–5]. Поэтому для выяснения степени отклонения численного решения от истинного привлекается ряд косвенных приемов, в числе которых в настоящей работе применяются следующие: 1) использование экспериментальных данных для тарировки методики, что является наиболее объективным способом оценки достоверности результатов расчета; 2) сравнение результатов, полученных различными способами, укладываемыми в рамках одного подхода, либо полученных различными методами. При этом рассматриваются следующие численные решения:

- 1) квазимногомерный способ, реализованный на основе схемы (5) работы [1];
- 2) дву- и трехмерный расчет невязкого газа по схеме (5) работы [1];
- 3) одномерное решение задачи при замене уравнения импульсов на участках геометрических особенностей соотношением, связывающим через коэффициент местного сопротивления потери полного давления со скоростным напором газового потока. Этот подход далее именуется « $\xi$ -методикой».

Рассматривается течение идеального и вязкого газа в прямом канале с диаметром  $D$ , который разделен на два участка кольцевой диафрагмой, имеющей внутренний диаметр  $d$ . Расчеты «невязкого» течения проведены на прямоугольной неравномерной сетке  $60 \times 12$ , а для решения двумерных уравнений Навье–Стокса использовалась неравномерная сетка  $60 \times 40$  со сгущением у стенки точного канала.

Перетекание газа через диафрагму относится к классу течений с отрывной зоной, когда в пристеночной области канала возникает зона возвратного течения. Причем в окрестности стенки канала отмечается существенное расхождение полей скоростей, полученных опытным и расчетным путем с привлечением модели идеального газа. Так, длина зоны рециркуляции  $l_p$  по экспериментальным данным работы [6] составляет  $l_p \approx 10h$ , где  $h = (D - d)/2$  – ширина непроницаемой части диафрагмы, тогда как в расчете зона возвратного течения в канале длиной  $l = 30h$  (остальные исходные данные соответствуют используемым в работе [2]) достигает выходного сечения канала (рис. 1). Аналогично случаю течения газа за обратным уступом следует отметить отсутствие выравнивания расчетного профиля скорости, а к отличительным деталям в картине течения можно отнести следующее.

На начальном участке распространения дозвуковой струи для ядра потока характерен вогнутый профиль скорости (на рис. 1 точками отмечены экспериментальные данные работы [6]). Причем в опыте максимум скорости, равный  $1,23 u_n$ , где  $u_n$  – осевая скорость в плоскости диафрагмы, достигается на расстоянии  $0,9$  радиуса отверстия, в расчете – соответственно  $1,16 u_n$  и  $0,85(d/2)$ . Кроме того, на начальном участке наблюдается ускорение газового потока не только в рециркуляционной зоне, но и на оси канала.

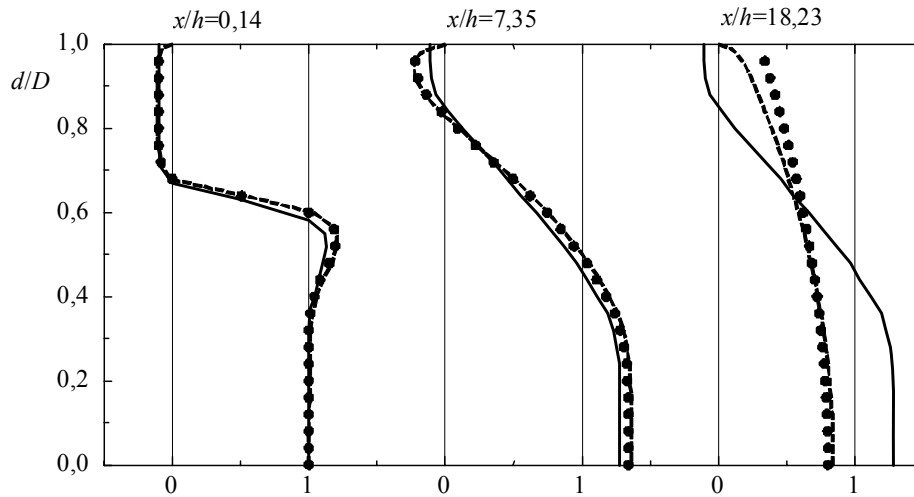


Рис. 1. Сопоставление профилей скорости при перетекании газа через кольцевую диафрагму: • – опытные данные работы [6], — – решение уравнений Эйлера, - - - решение уравнений Навье–Стокса

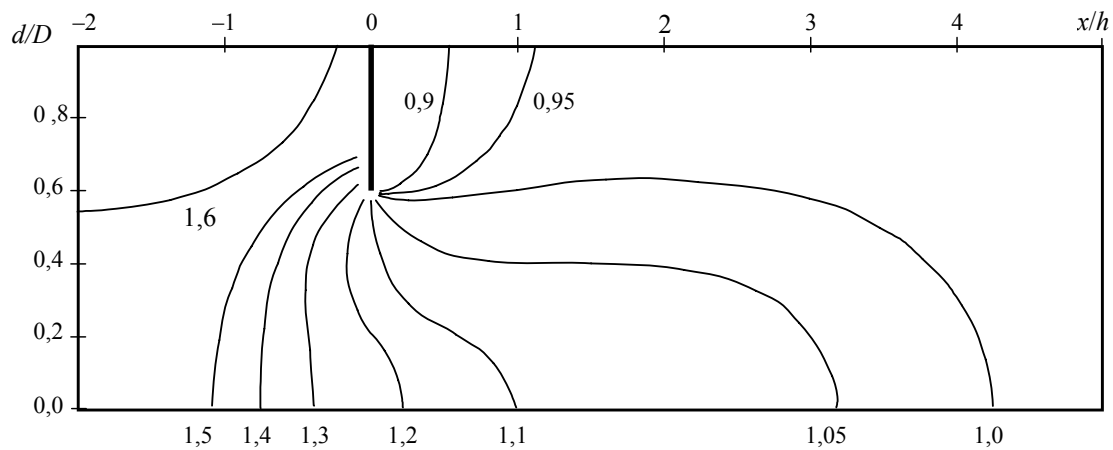


Рис. 2. Поле статического давления при дозвуковом течении идеального газа за кольцевой диафрагмой

Рисунок 2 дает представление о характере изменения статического давления по каналу с диафрагмой  $d/D = 0,6$ . Приводимые на графике данные получены на той же расчетной сетке при массопоступлении  $G_0 = 2$  кг/с, показателе адиабаты  $\gamma = 1,2$ , давлении на правой границе канала  $p_e = 1,2$  МПа и отнесены к величине  $p_e$ .

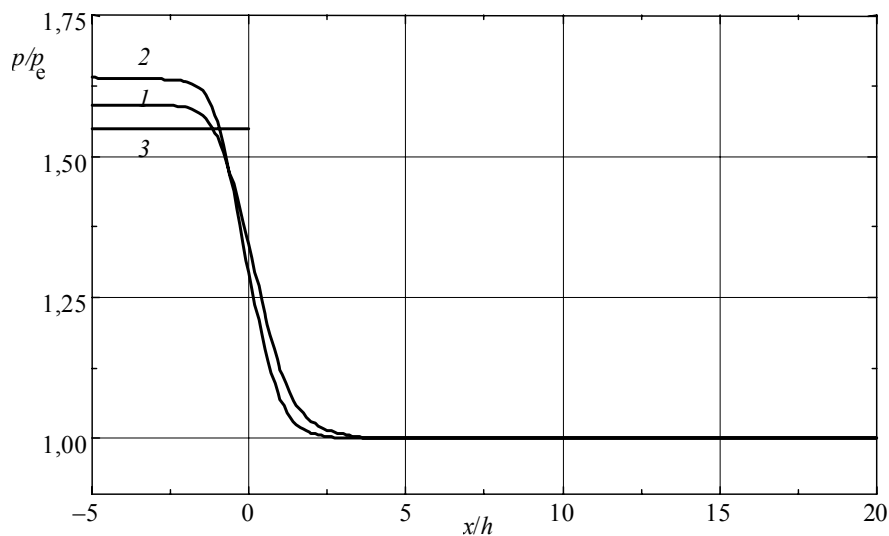


Рис. 3. Сопоставление результатов расчета распределения статического давления в канале с диафрагмой: 1 – двухмерный расчет; 2 – квазидвухмерный подход; 3 –  $\xi$ -методика

Сопоставление распределений средних значений давления и числа Маха, полученных при тех же данных по квази-, двухмерной и  $\xi$ -методикам, представлено на рис. 3 и 4, а на рис. 5 сравниваются расчетные (обозначены точками) и экспериментальные [7] значения коэффициента падения полного давления при различном уровне загромождения площади поперечного сечения канала  $n = (d/D)^2$ . Проведенные сравнения демонстрируют удовлетворительное согласование численных результатов как между собой, так и с опытными данными, причем отмеченное согласование с экспериментом по коэффициенту потерь  $\xi$  тем лучше, чем выше значение параметра  $n$ .

Представленные результаты позволяют сделать вывод, что для метода дробной размерности отмечается превышение получаемых данных относительно результатов многомерных расчетов, а также в сравнении с имеющейся экспериментальной информацией. И если в последнем случае указанное различие можно отчасти объяснить влиянием сжимаемости среды, поскольку опытные значения коэффициентов местных сопротивлений в основном соответствуют стабилизированному течению жидкости, то относительно многомерных результатов погрешности «квазимногомера» носят, по-видимому, методический характер. Следовательно, результаты квазимногомерного расчета можно трактовать как верхнюю оценку тех распределений газодинамических параметров, которые наблюдаются в реальных течениях.

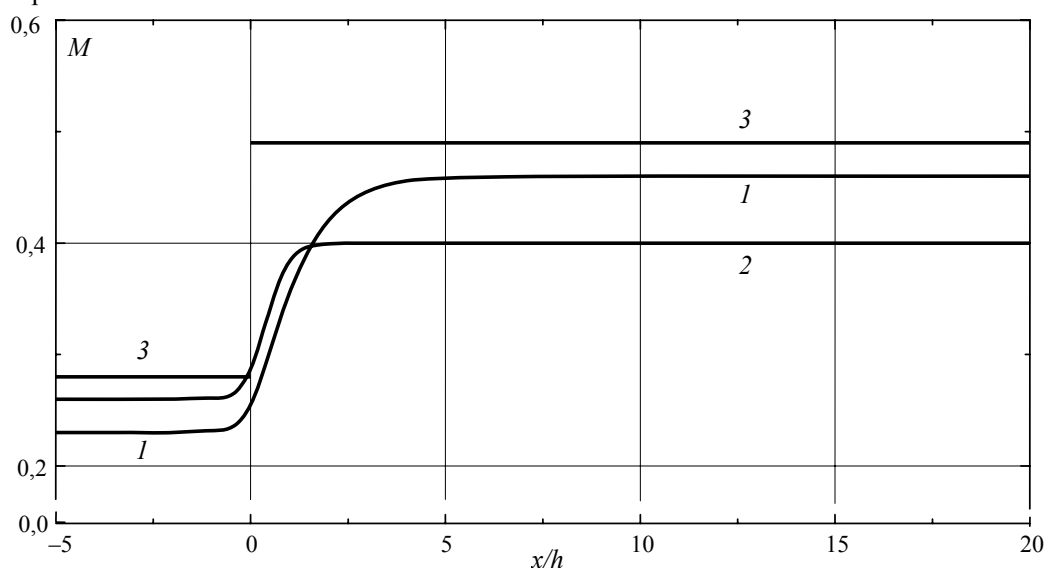


Рис. 4. Сопоставление результатов расчета распределения числа Маха в канале с диафрагмой: 1 – двухмерный расчет; 2 – квазидвухмерный подход; 3 –  $\xi$ -методика

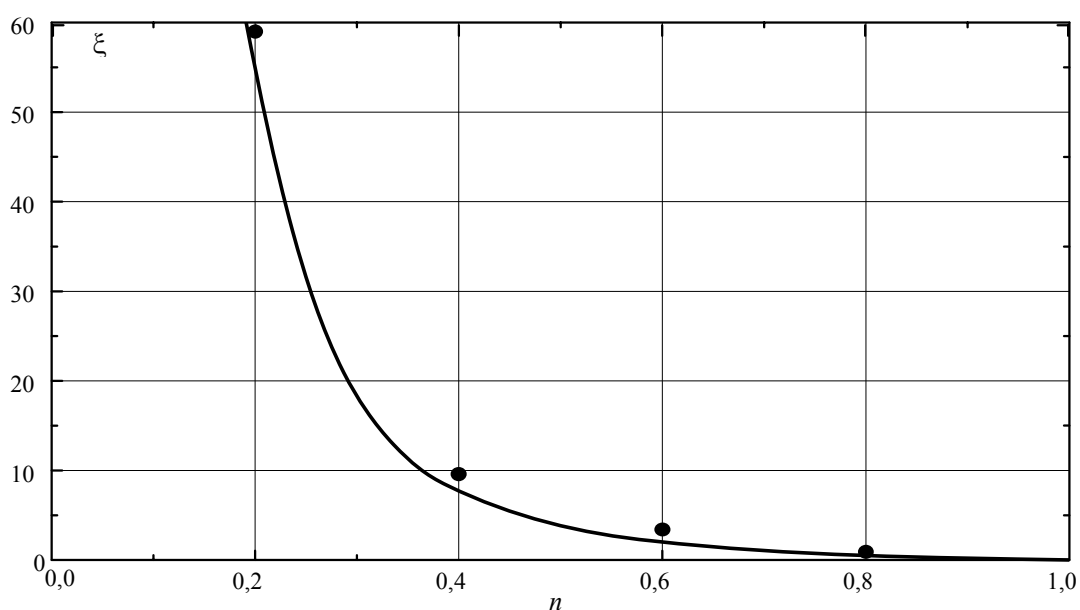


Рис. 5. Зависимость коэффициента потерь от относительной площади проходного сечения канала: — — опытные данные [7], •• — расчет

Использование метода дробной размерности не позволяет, конечно, выявить все тонкие детали в структуре течения – он обладает лишь некоторой долей информативности, присущей многомерным методам, однако на основе квазимногомерного способа описания процессов течения возможно проведение исследований, цель которых заключается в изучении особенностей распределения газодинамических параметров в геометрически сложных областях, когда эффекты неоднородности газового потока учитываются интегрально. Очевидно, что одномерное решение данной задачи не обладает отмеченной способностью. Таким образом, квазимногомерный подход занимает промежуточное положение между одномерным и многомерным методами как по точности, так и по объему затрат ресурсов компьютера, а задачи, решаемые на его основе, можно отнести к классу задач дробной размерности.

#### *Литература*

1. Боровской И.Г. Моделирование пространственных невязких течений на основе метода дробной размерности // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2011. – № 2(24), ч. 3. – С. 171–176.
2. Боровской И.Г. Область применимости метода дробной размерности для численного расчета невязких течений // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2011. – № 2(24), ч. 3. – С. 177–180.
3. Рождественский Б.Л. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике / Б.Л. Рождественский, Н.Н. Яненко. – М.: Наука, 1978. – 668 с.
4. Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов задач математической физики / под ред. К.И. Бабенко. – М.: Наука, 1979. – 296 с.
5. Численное решение многомерных задач газовой динамики / под ред. С.К. Годунова. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
6. Кталхерман М.Г. Исследование распространения струи в канале / М.Г. Кталхерман, Я.И. Харитоновна // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. – 1969. – № 8, вып. 2. – С. 36–44.
7. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1975. – 559 с.

---

#### **Боровской Игорь Георгиевич**

Д-р физ.-мат. наук, зав. каф. экономической математики информатики и статистики ТУСУРа  
Тел.: 8 (382-2) 90-01-87  
Эл. почта: igdoca@mail.ru

#### **Шельмина Елена Александровна**

Доцент каф. экономической математики информатики и статистики ТУСУРа  
Тел.: 8 (382-2) 90-01-87  
Эл. почта: eashelmina@mail.ru

Borovskoy I.G., Shelmina E.A.

#### **The numerical calculation of inviscid flow through the diaphragm using method of fractional dimension**

In the paper [1] we offer a new quasimultivariate approach for numerical investigation of inviscid flow in shaped channels. The main idea is to use the method which combines the detailing of three-dimensional approach and the efficiency of one-dimensional approach for description of gas flows.

**Keywords:** hyperbolic partial differential equations, three-dimensional channels.