

УДК 621.396

А.Ю. Абраменко

Полифазная реализация полиномиального интерполяционного фильтра

Обсуждается применение полифазного разложения в решении задачи повышения частоты дискретизации с рациональным множителем. Приведена многофазовая реализация второго порядка полиномиального интерполяционного фильтра. Представлены результаты моделирования реализованной системы.

Ключевые слова: многоскоростная обработка сигналов, полифазное разложение, цифровая обработка сигналов, изменение частоты дискретизации, интерполяция сигнала.

Постановка задачи. В последнее время анализ и формирование широкополосных сигналов является одним из приоритетных направлений в радиотехнике. Во многом это обусловлено появлением доступных высокочастотных цифроаналоговых и аналого-цифровых преобразователей с частотами дискретизации до нескольких гигагерц. Обработать возрастающий поток данных стандартными средствами не представляется возможным. Одним из решений является применение многофазовой обработки сигналов. Суть её заключается в представлении последовательности как суперпозиции M подпоследовательностей, каждая из которых состоит из всех M -х значений подходящим образом сдвинутой версии самой последовательности [1]. Подпоследовательности описываются формулой

$$x_k[n] = x[Mn - k], \quad (1)$$

где n – порядковый номер члена числовой последовательности; M – порядок полифазного разложения; k – номер подпоследовательности.

Применение полифазного разложения к задачам фильтрации, изменения частоты дискретизации в целое число раз достаточно полно описаны в книге [1]. Но применение полифазного разложения к сложным системам может быть невозможно или с практической точки зрения нецелесообразно. В статье рассматривается применение полифазного разложения в решении задачи повышения частоты дискретизации (интерполяции) с рациональным множителем.

Методы интерполяции сигналов с рациональным множителем основаны либо на комбинации избыточной интерполяции с последующей децимацией [1], либо на использовании алгоритмов полиномиальной интерполяции [2, 3]. Последние являются наиболее гибкими с точки зрения выбора множителя интерполяции и требований к аппаратным ресурсам. Универсальная система повышения частоты дискретизации с использованием полиномиальных алгоритмов [2, 4] (рис. 1) позволяет провести интерполяцию сигнала в два раза и более.

На рис. 1 обозначено: ФНЧ – фильтр нижних частот; Д – делитель частоты; ГД – генератор частоты дискретизации; ГМ – генератор последовательности моментов времени; ИФ – интерполяционный фильтр; ФС – формирователь цифровых сигналов; $F_{ц}$ – частота дискретизации системы; Р – расширитель частоты дискретизации. Основную функцию выполняет ИФ (рис. 2), представляющий собой фильтр с конечной импульсной характеристикой (КИХ), импульсная характеристика (ИХ) которого зависит от входных данных.

В основе ИФ лежит представление сигнала в виде полинома [формула (2)] с последующим нахождением решения в заданные моменты времени $t[m]$. Выбор последовательности моментов времени определяет множитель интерполяции, а сама последовательность задается ГМ.

$$z[m] = \sum_{n=0}^{N-1} a_n[m] \cdot t^n[m], \quad (2)$$

где N – порядок полинома; $a_n[m]$ – последовательность коэффициентов полинома; $t[m]$ – последовательность моментов времени.

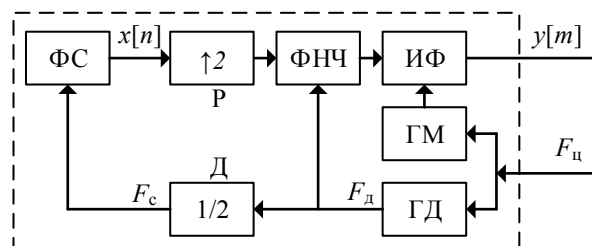


Рис. 1. Функциональная схема системы интерполяции сигнала

Порядок полинома и способ расчета его коэффициентов определяются используемым алгоритмом интерполяции. Существует множество алгоритмов, к примеру Лагранжа, Эрмита и т.д., в статье используется алгоритм «оптимальной» интерполяции [3].

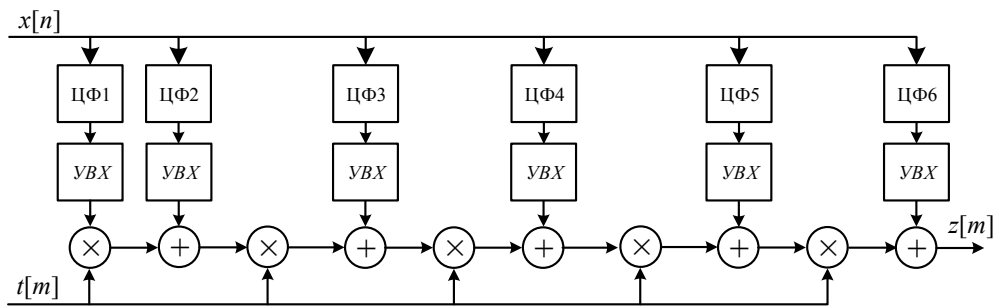


Рис. 2. Структурная схема интерполяционного фильтра: ЦФ1...ЦФ6 – цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой, формирующие коэффициенты полинома $a_n[m]$ в формуле (2); УВХ – устройство выборки хранения

В системе интерполяции сигнала (см. рис. 1) применяется избыточная дискретизация исходного сигнала в два раза, позволяющая уменьшить погрешность интерполяции (отношение уровня сигнала к уровню шума составляет более 100 дБ). Избыточность дискретизации реализуется за счет применения расширителя частоты дискретизации с последующим подавлением лишних копий сигнала ФНЧ с полосой среза $\pi/2$ (см. рис. 1). При этом частота дискретизации сигнала $x[n]$ ограничена значением $F_u/2$. Повышение частоты дискретизации сигнала $x[n]$ в два раза потребует повышения частоты дискретизации остальных блоков (ФНЧ, ИФ и ГМ) также в два раза, что приводит к необходимости увеличения скорости выполнения каждой операции (умножения, суммирования и т.д.), что не всегда возможно. Применение полифазного разложения к ФНЧ, ИФ и ГМ позволит увеличить скорость обработки данных, не увеличивая скорости выполнения отдельных операций. Рассмотрим полифазное разложение второго порядка каждой подсистемы в отдельности.

Полифазное разложение ИФ. На цифровые фильтры (ЦФ1 – ЦФ6, см. рис. 2) подаются сигналы $x_0[n]$ и $x_1[n]$, являющиеся полифазным разложением последовательности $x[n]$ в соответствии с формулой (1):

$$x_0[n] = x[2n], \quad (3)$$

$$x_1[n] = x[2n-1]. \quad (4)$$

Импульсные характеристики фильтров раскладываются по формулам

$$h_0[n] = h[2n], \quad (5)$$

$$h_1[n] = h[2n+1]. \quad (6)$$

Тогда полифазное разложение ЦФ можно представить в виде системы (рис. 3). Проверим правильность реализации полифазного разложения (рис. 3) путем нахождения решения $y_0[n]$ и $y_1[n]$:

$$y_0[n] = x_0[n] \times h_0[n] + x_1[n] \times h_1[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[2k] \cdot x[2n-2k] + \sum_{k=0}^{N-1} h[2k+1] \cdot x[2n-2k-1] = \sum_{l=0}^{2N-1} h[l] \cdot x[2n-l], \quad (7)$$

$$y_1[n] = x_0[n-1] \times h_1[n] + x_1[n] \times h_0[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[2k+1] \cdot x[2n-2k-2] + \sum_{k=0}^{N-1} h[2k] \cdot x[2n-2k-1] = \sum_{l=0}^{2N-1} h[l] \cdot x[2n-l-1], \quad (8)$$

где $2N$ – число коэффициентов ИХ ЦФ.

Из формул (7) и (8) видно, что $y_0[n]$ и $y_1[n]$ являются свёртками по всем коэффициентам ЦФ прямой и сдвинутой на один такт последовательности $x[n]$ соответственно. После восстановления исходной последовательности (обратное полифазное разложение) получим

$$y[n] = \sum_{l=0}^{2N-1} h[l] \cdot x[n-l] = h[n] * x[n]. \quad (9)$$

На рис. 2 УВХ реализует прямое изменение частоты дискретизации сигнала с частоты F_d на частоты F_u (см. рис. 1). Сигналы на выходе ЦФ являются полифазным разложением $y[n]$, поэтому при реализации в модели применяем прямое изменение частоты дискретизации с предварительным восстановлением исходного сигнала $y[n]$ и последующим полифазным разложением результата. В

аппаратной же реализации, к примеру на программируемой логике, довольно легко реализовать УВХ без восстановления сигнала путём прямого изменения частоты дискретизации.

Последовательность $z[m]$ после применения полифазного разложения находится как

$$z_0[m] = \sum_{k=0}^{N-1} y_{0,k}[m] \cdot t_0^k[m], \tag{10}$$

$$z_1[m] = \sum_{k=0}^{N-1} y_{1,k}[m] \cdot t_1^k[m], \tag{11}$$

где $t_0[m]$ и $t_1[m]$ – последовательности моментов времени, формируемые ГМ; $y_{0,k}[m]$ и $y_{1,k}[m]$ – полифазное разложение сигнала на выходе k -го ЦФ (см. рис. 2).

Полифазное разложение блока интерполирующего сигнала в два раза. ФНЧ на рис. 1 может быть разложен так же, как и любой КИХ фильтр (рис. 3). В последовательности сигнала на выходе расширителя частоты дискретизации каждый второй отсчёт равен нулю. Поэтому возможно применение тождества повышающей дискретизации [1] к полифазному разложению, позволяющее использовать реализацию системы, представленную на рис. 4.

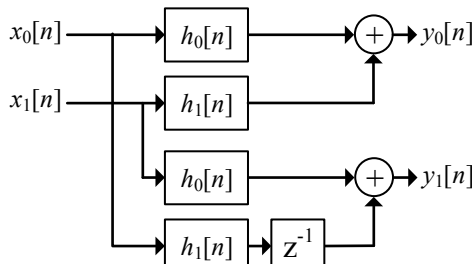


Рис. 3. Реализация полифазного разложения цифрового фильтра

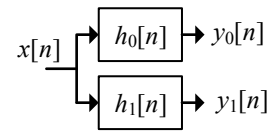


Рис. 4. Реализация полифазного разложения интерполирующего фильтра в два раза

Моделирование работы системы и анализ результатов. На основе полифазного разложения отдельных блоков приведём реализацию полифазного разложения всей системы (рис. 5).

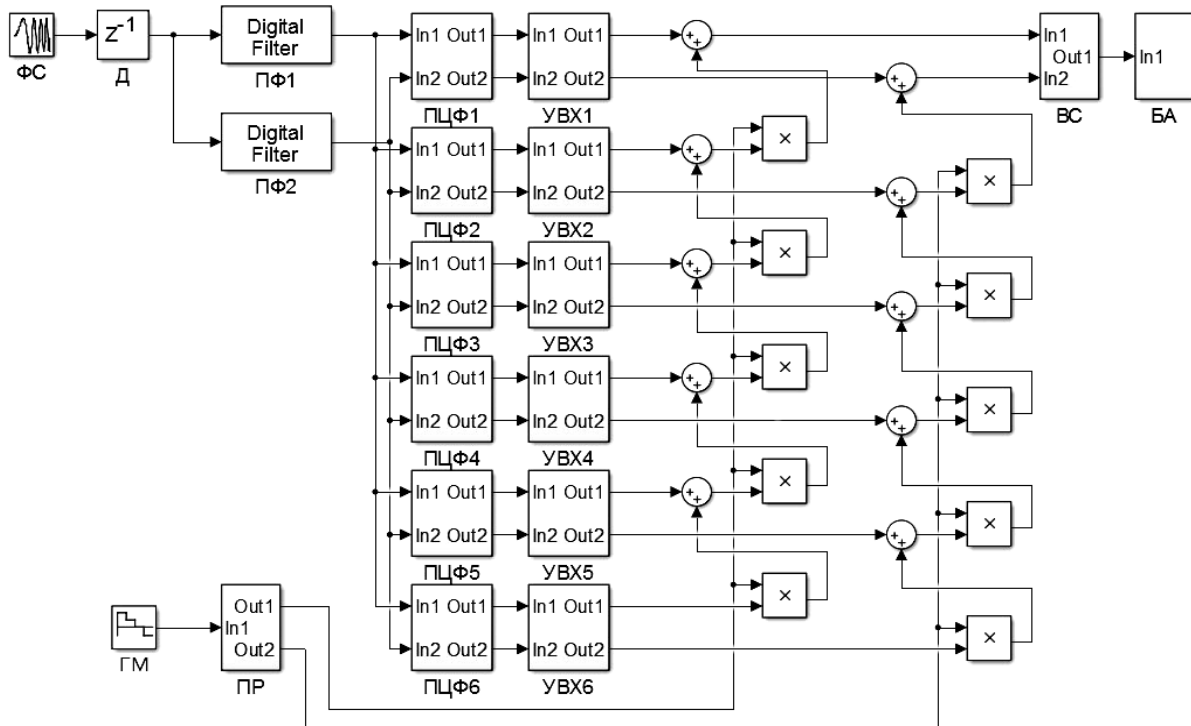


Рис. 5. Реализация полифазного разложения системы полиномиальной интерполяции

На рис. 5: ПФ1 и ПФ2 – полифазная реализация ФНЧ (см. рис. 1), выполненная в соответствии с рис. 4; ПЦФ1...ПЦФ6 – полифазная реализация ЦФ в ИФ, выполненная в соответствии с рис. 3;

ПР – блок полифазного разложения последовательности, заданной ГМ; ВС – блок восстановления последовательности сигнала; БА – блок анализа сигнала; Д – дискретизатор сигнала. После полифазного разложения коэффициент передачи системы интерполяции сигнала не изменился (рис. 6, а, б), погрешность осталась на низком уровне, что говорит о правильности проведенного разложения.

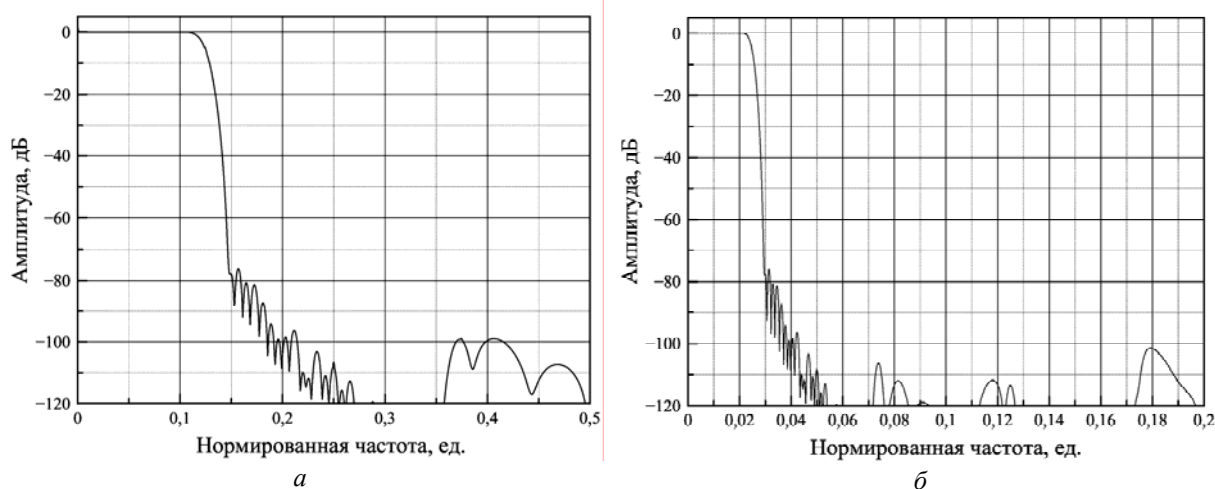


Рис. 6. Модуль коэффициента передачи системы интерполяции сигнала с множителем, равным четырём (а) и двадцати (б)

Заключение. В работе продемонстрирован пример практического применения полифазного разложения к системе повышения частоты дискретизации с рациональным множителем. Использование полифазного разложения позволило увеличить максимальную частоту дискретизации сигнала в два раза без увеличения скорости выполнения отдельных операций. Характеристики системы остались на высоком уровне (отношение уровня сигнала к уровню шума составляет более 80 дБ).

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации по договору № 02.G25.31.0091.

Литература

1. Оппенгейм А. Цифровая обработка сигналов. – 3-е изд., испр. / А. Оппенгейм, Р. Шафер. – М.: Техносфера, 2012. – 1048 с.
2. Абраменко А.Ю. Исследование алгоритма оптимальной интерполяции и его аппаратно-программная реализация на ПЛИС // Электронные средства и системы управления: матер. докл. Междунар. науч.-техн. конф. (8–10 ноября 2012 г.): в 2 ч. – Ч. 1. – Томск: В-Спектр, 2012. – С. 9–14.
3. Niemitalo O. Polynomial Interpolators for High-Quality Resampling of Oversampled Audio [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://yehar.com/blog/wp-content/uploads/2009/08/deip.pdf>, свободный (дата обращения: 30.08.2013).
4. Абраменко А.Ю. Структура универсального генератора сигналов / А.Ю. Абраменко, Г.Г. Гошин // Доклады ТУСУРа. – 2013. – № 3 (29). – С. 5–9.

Абраменко Александр Юрьевич

Аспирант каф. сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники,
мл. науч. сотрудник НИИ средств электросвязи ТУСУРа
Тел.: 8-960-979-13-42
Эл. почта: abramenkoay@gmail.com

Abramenko A.Yu.

Polyphase realization of a polynomial interpolation filter

The article discusses the usage of polyphase decomposition in solution of polynomial interpolation. Polyphase realization of the second order polynomial interpolating filter is described.

Keywords: multirate signal processing, polyphase decomposition, interpolation, digital signal processing.