

УДК 621.2

В.А. Жмудь, В.М. Семибаламут

Проектирование полных многоканальных ПД-регуляторов методом численной оптимизации при моделировании

Проектирование многоканальных регуляторов аналитическими методами затруднительно, если математическая модель объекта сложна. Методы численной оптимизации коэффициентов регулятора при моделировании системы позволяют упростить решение этой задачи даже для многоканальных объектов. В статье исследуется эффективность использования ранее предложенного детектора роста ошибки для снижения перерегулирования в многоканальных системах. Этот детектор основан на интегрировании положительной части произведения ошибки регулирования на ее производную по времени. Моделированием на трех примерах продемонстрировано, что для многоканальных объектов предложенный метод позволяет улучшить результат проектирования регулятора в сравнении с другими подобными методами, основанными на численной оптимизации, а именно удается снизить перерегулирование в системе.

Ключевые слова: автоматика, регулятор, многоканальные системы, запаздывание, численная оптимизация, математическое моделирование, целевая функция, стоимостная функция.

Управление в контуре с отрицательной обратной связью широко применяется в науке, технике и в высокоточных технологиях [1–10]. Необходимый расчет регуляторов может выполняться аналитическими или численными методами. Для сложных объектов аналитические методы неприменимы, поэтому в этом случае более успешно регулятор рассчитывается путем численной оптимизации, коэффициентов регулятора, структура которого задана разработчиком. Оптимизация осуществляется при симуляции с использованием моделей объекта и регулятора [1–10]. Мы ранее предложили детально разработанное описание методов оптимизации многоканальных объектов. Результат разработки состоит в рекомендациях в отношении входных сигналов, целевых функций и процедуры оптимизации [1–10].

Среди предложенных технических решений было введение в стоимостную функцию слагаемого, существенно возрастающего в случае наличия участков переходного процесса, на которых ошибка возрастает (даже в случае сохранения возмущения на постоянном уровне). Такое слагаемое позволяет предотвратить в получаемой системе большое перерегулирование и уменьшить колебания в переходном процессе [9, 10]. Вычисление этого слагаемого осуществляется специальной структурой – детектором роста ошибки. Эффективность применения такого детектора (и соответствующего слагаемого в стоимостной функции) при управлении многоканальными объектами не была ранее исследована. В настоящей статье исследуется результат использования многоканального детектора неправильных движений с целью проектирования регуляторов для многоканальных объектов. А именно: а) рекомендуется программное обеспечение для математического моделирования и оптимизации; б) предлагается выбор тестовых воздействий; в) выбирается класс регуляторов; г) предлагается и обосновывается стоимостная функция; д) приводятся и анализируются результаты численной оптимизации регуляторов.

Постановка задачи. Предлагается использовать для оптимизации программу *VisSim*, поскольку она реализует все необходимые функции [11]. Исследование осуществляем на примере объектов размерностью 2×2 (т.е. объектов с двумя входами и двумя выходами).

Основная сложность задачи управления многоканальными объектами порождается перекрестными связями в объекте. В таких объектах сигнал на каждом входе влияет на каждую выходную величину, такое влияние описывается соответствующей передаточной функцией $w_{ij}(s)$, т.е. передаточной функцией по Лапласу от i -го входа на j -й выход. Наиболее распространено описание объекта в виде матричной передаточной функции.

Требуется рассчитать регулятор, обеспечивающий автономное астатическое управление, т.е. равенство вектора установившегося выходного значения вектору предписанных значений $V(t)$.

Наиболее эффективны для этого случая регуляторы с пропорциональным, интегрирующим и дифференцирующим трактами (ПИД-регуляторы) матричная передаточная функция которых имеет вид

$$W_R(s) = \left[K_{(P)ij} + \frac{K_{(I)ij}}{s} + sK_{(D)ij} \right]. \quad (1)$$

Требуемый результат управления во временной области обычно записывают так:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = V(t). \quad (2)$$

Здесь $V(t)$ – вектор предписанных значений; $Y(t)$ – вектор выходных сигналов объекта. В одноканальном случае, как правило, пропорциональный канал обеспечивает достаточное быстродействие, дифференцирующий канал обеспечивает устойчивость, а интегрирующий канал обеспечивает нулевую статическую ошибку.

Для оптимизации требуется задать положительную стоимостную функцию. Можно так организовать работу программы, чтобы она отыскивала значения коэффициентов регулятора, которые обеспечивают минимум этой функции [9, 10].

Расчет регулятора методом оптимизации при моделировании. Стоимостной функцией должна быть функция, которая зависит от вычисляемых с помощью численной оптимизации коэффициентов. Поскольку коэффициенты регулятора влияют на ошибку в системе, то стоимостная функция может быть вычислена по ошибке в системе. Минимум стоимостной функции должен обязательно достигаться лишь в том случае, когда обеспечивается выполнение условия (2). Например, стоимостная функция может быть задана как интеграл от суммы модулей ошибки управления:

$$F_1(T) = \int_0^T \sum_{i=1}^n |e_i(t)| dt. \quad (3)$$

Здесь $e_i(t) = v_i(t) - y_i(t)$ – ошибка управления по i -му входу; T – время моделирования переходного процесса. В ряде работ предлагается использовать сумму квадратов ошибки, однако такая стоимостная функция приводит к чрезмерно большому перерегулированию в системе.

Также можно ввести под интеграл (3) в качестве множителя время с начала переходного процесса [9, 10]:

$$F_2(T) = \int_0^T \sum_{i=1}^n |e_i(t)| \cdot t dt. \quad (4)$$

Это обеспечит лучшее отыскание коэффициентов интегральных трактов, поскольку даже малая остаточная ошибка в конце переходного процесса будет давать большой вклад в соотношение (4), поэтому программа будет отыскивать такие коэффициенты регулятора, которые обеспечивают малую ошибку в конце переходного процесса, что требует достаточного значения коэффициентов при интеграторах.

Суть детектора роста ошибки состоит в том, что если ошибка в системе растет, то на выходе этого детектора должен порождаться большой положительный сигнал, если же ошибка уменьшается или остается постоянной, то на выходе этого детектора сигнал должен быть нулевым [9, 10]. Сигнал на выходе детектора роста ошибки может формироваться, например, по следующему соотношению:

$$F_3(T) = \int_0^T \sum_{i=1}^n \max \left\{ 0, e_i(t) \frac{de_i(t)}{dt} \right\} dt. \quad (5)$$

Обозначение $\max \{0, f\}$ означает функцию, равную максимальному значению из величин в фигурных скобках. Устройство, вычисляющее соответствующий сигнал, – это ограничитель с нулевым нижним порогом. Он формирует на своем выходе сигнал, равный входному сигналу f , когда $f \geq 0$, или нулевой сигнал, когда $f < 0$. Поскольку выходов в многомерных объектах несколько, в соотношениях (3)–(5) берется суммирование по всем выходам i от 1 до n . Процедура оптимизации обеспечивает отыскание таких коэффициентов регулятора, которые содержат минимум одной из составных стоимостной функции вида

$$F_4(T) = F_1(T) + \alpha F_3(T), \quad F_5(T) = F_2(T) + \alpha F_3(T). \quad (6)$$

При решении поставленной задачи управления многоканальным объектом требуется независимость управления по отдельным каналам. Поэтому тестовые сигналы на всех входах должны отличаться друг от друга. Например, предлагается для случая двухканальной системы на первый вход подавать ступенчатый скачок с нулевой задержкой, а на второй канал подавать ступенчатый скачок с задержкой, равной половине времени интегрирования: $\Delta T_1 = 0, \Delta T_2 = T / 2$.

Результаты расчета регулятора

Пример 1. Пусть объект управления описывается следующей передаточной функцией:

$$W_2(s) = \begin{bmatrix} 5 \frac{\exp(-s)}{(2s^2 + 2s + 1)s} & \frac{\exp(-2s)}{(s^2 + s + 1)s} \\ \frac{\exp(-1,6s)}{(s^2 + 2s + 1)s} & 2 \frac{\exp(-1,2s)}{(2s^2 + 4s + 1)s} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Поскольку объект содержит интегратор (присутствует множитель s в каждом знаменателе), то интегратор в регуляторе не требуется. Поэтому регулятор отыскивается в следующем виде:

$$W_R(s) = [K(P)_{ij} + sK(D)_{ij}] = \begin{bmatrix} K_{P1} + sK_{D1} & K_{P3} + sK_{D3} \\ K_{P4} + sK_{D4} & K_{P2} + sK_{D2} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Самым простым регулятором является диагональный регулятор. Если положить в (8) все элементы, кроме элементов главной диагонали, равными нулю. Моделирование показало, что с таким регулятором можно осуществить успешное управление объектом, но при этом перерегулирование может достигать 60%.

Ниже рассмотрены результаты оптимизации более сложной структуры регулятора, а именно: используем в элементах вне главной диагонали регулятора пропорциональные звенья. Также целесообразно использование полной структуры регулятора и сравнение результатов. На рис. 1 показана структура объекта в программе VisSim для моделирования. На этом рисунке и далее: блоки с метками u1, u2, y1 и y2 – метки шин входных и выходных сигналов объекта (программа интерпретирует все шины с одинаковыми метками как соединенные между точки); блоки с метками 1/S – интеграторы; блоки с метками экспонент – звенья чистого запаздывания, блоки без входов с метками в виде чисел – генераторы констант; блоки с дробными метками – передаточные функции отдельных элементов.

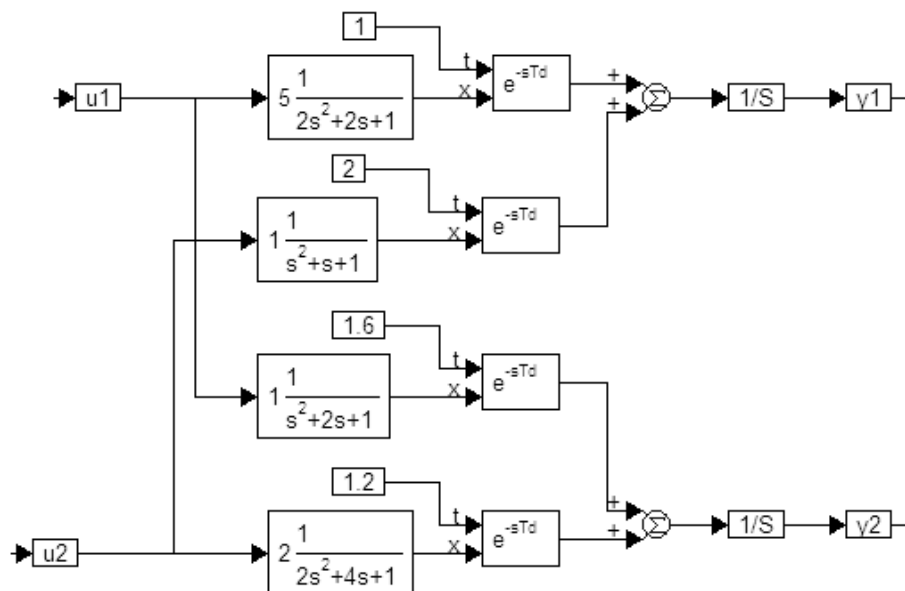


Рис. 1. Структурная схема объекта управления в программе VisSim 6.0

На рис. 2 показана структура регулятора для моделирования и оптимизации при пропорциональных регуляторах вне основной диагонали. На этом рисунке блоки с метками u1, u2, y1 и y2 – метки шин входных и выходных сигналов объекта, которые соединены с одноименными метками на рис. 1; блоки с меткой в виде ступеньки – генераторы единичного ступенчатого скачка; блоки с метками e1 и e2 – метки шин, на которых вычисляются ошибки управления, эти сигналы используются далее для вычисления стоимостной функции; блоки с надписью «derivative» – вычислители произ-

водной сигнала по времени; пятиугольные блоки с метками p1, p2, p3, p4, d1, d2 – блоки, умножающие входные сигналы на коэффициенты, равные величинам, записанным в них.

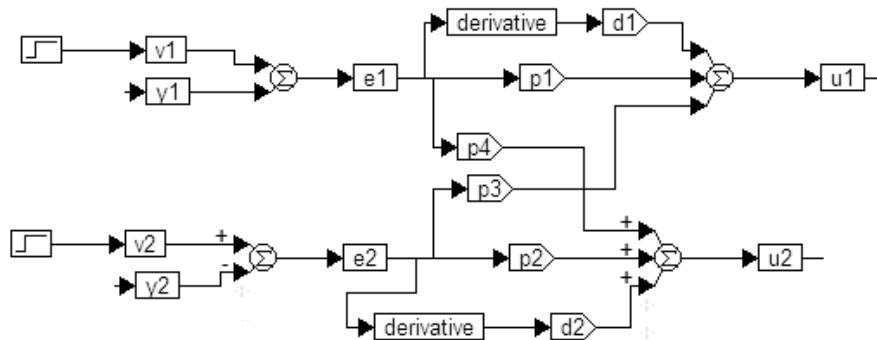


Рис. 2. Неполный регулятор (по диагональным связям отсутствует дифференцирование)

На рис. 3 показана структура всей схемы моделирования, где объект и регулятор включены в составные блоки. На этом рисунке блоки с метками OBJECT и REGULATOR – блоки, показанные на рис. 1 и 2, соответственно; блоки со знаком «√» – нелинейный ограничитель, пропускающий только положительную часть сигнала; блоки с метками abs – вычислители абсолютной величины; блоки со звездочкой – умножители сигналов; пятиугольные блоки – умножители на коэффициент, вписанный в них; блоки без выходов с метками в виде чисел – индикаторы вычисляемых значений, блоки с метками parameterUnknown – блоки, совместно вычисляющие оптимальные значения аргументов в режиме «выполнить оптимизацию»; блок с меткой cost – вход для введения в него стоимостной функции, необходимый для работы блоков parameterUnknown.

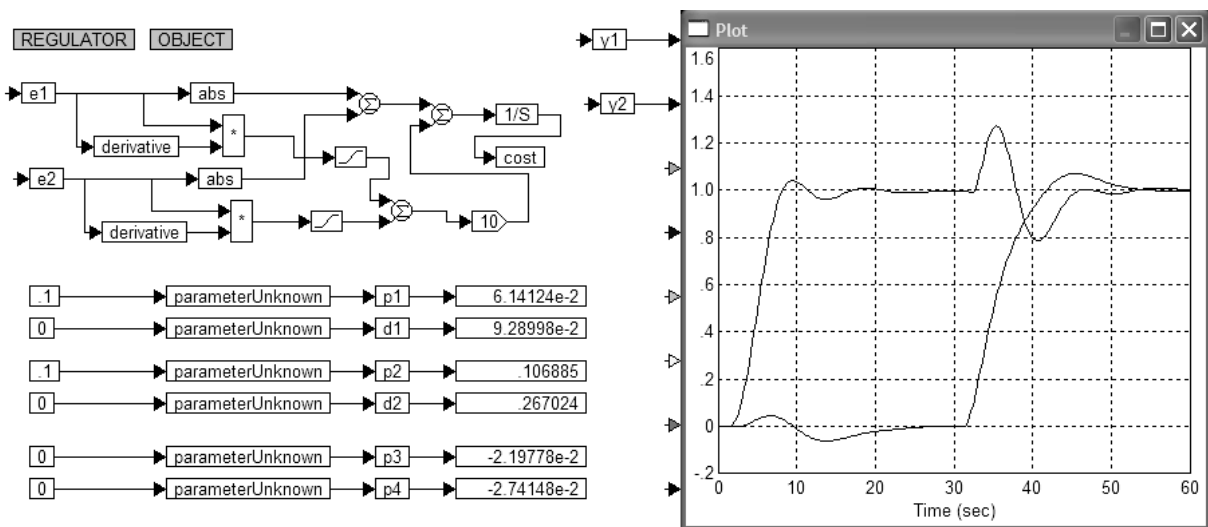


Рис. 3. Структура для численной оптимизации регулятора в программе VisSim, а также вид осциллографа с переходным процессом и индикаторы с коэффициентами, полученными в результате оптимизации регулятора (1)

В структуре содержатся вычислители стоимостной функции, при этом $\alpha = 10$. Также в схеме имеются осциллографы для отображения переходных процессов и индикаторы окончательных значений коэффициентов регулятора.

Как следует из графиков на рис. 3, перерегулирование в системе составляет менее 30% по первому каналу при скачке на втором канале, перерегулирование во всех остальных случаях не превышает 5%, длительность переходного процесса в каждом канале составляет около 20 с.

Уравнение полученного регулятора имеет вид

$$W_{R3}(s) = \begin{bmatrix} 0,00614 + 0,093s & -0,022 \\ -0,027 & 0,107 + 0,27s \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Для дальнейшего уменьшения перерегулирования следует усилить работу второго слагаемого в стоимостной функции. С этой целью увеличим в 5 раз весовой коэффициент и зададим $\alpha = 50$.

Перерегулирование в этом случае снизилось до величины 10% или менее для обоих каналов.

Уравнение регулятора для этого случая имеет вид

$$W_{R4}(s) = \begin{bmatrix} 0,00592 + 0,09s & -0,0203 \\ -0,028 & 0,0975 + 0,139s \end{bmatrix}. \quad (10)$$

При изменении весовой функции от 10 до 50 перерегулирование в первом канале снижается до 8%. Уравнение регулятора в этом случае имеет вид

$$W_{R4}(s) = \begin{bmatrix} 0,0592 + 0,090s & -0,02025 \\ -0,0279 & 0,0975 + 0,139s \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Пример 2. Для объекта (7) необходимо рассчитать регулятор с полной передаточной функцией. Перерегулирование в этом случае остается лишь в первом канале при скачке во втором канале, оно составляет около 6%, во всех остальных трех случаях перерегулирование нулевое или пренебрежимо малое. Уравнение регулятора для этого случая имеет вид

$$W_{R5}(s) = \begin{bmatrix} 0,0058 + 0,105s & -0,021 - 0,086s \\ -0,0325 - 0,08s & 0,1 + 0,355s \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Пример 3. Целесообразно рассмотреть усложненную модель объекта. Новая передаточная функция задана соотношением:

$$W_2(s) = \begin{bmatrix} 5 \frac{\exp(-s)}{(2s^2 + 2s + 1)s} & 5 \frac{\exp(-2s)}{(s^2 + 2s + 1)s} \\ \frac{\exp(-2s)}{(s^2 + 2s + 1)s} & 2 \frac{\exp(-s)}{(2s^2 + 4s + 1)s} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Сложность объекта заключается в том, что коэффициент передачи от первого выхода на второй вход в 2.5 раза больше, чем прямой коэффициент передачи от второго входа на второй выход. Также быстродействие этих нежелательных связей, т.е. элементов вне главной диагонали, не считая запаздывания, в обоих случаях выше, чем быстродействие основных каналов, поскольку полиномы в знаменателях в побочных каналах имеют меньшие значения коэффициентов.

Результат оптимизации дает следующий регулятор:

$$W_{R6}(s) = \begin{bmatrix} 0,072 + 0,033s & -0,20 - 0,23s \\ -0,052 - 0,097s & 0,26 + 0,85s \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Перерегулирование каждого канала при скачках в другом канале во всех случаях менее 20%, перерегулирование при скачке в собственном канале пренебрежимо мало (около 1%), участки с неправильным ходом переходного процесса минимальны по протяженности и по величине отклонения от требуемого значения, длительность переходного процесса не более 25 с.

Заключение. Моделированием на трех примерах выявлено, что для многоканальных объектов ввод в целевую функцию детектора роста ошибки позволяет улучшить результат оптимизации, но при этом могут получаться чрезмерно большие значения перерегулирования. Применение полного регулятора, т.е. содержащего ненулевые элементы во всех элементах матрицы, позволяет существенно повысить качество управления, т.е. снизить перерегулирование. Все же при нежелательном сочетании параметров объекта (что проявляется в том, что вне главной диагонали его матричной передаточной функции содержится больше элементов, чем в главной диагонали) хотя управление при использовании полного регулятора может быть успешным, но перерегулирование при этом возрастает.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России по государственному заданию №2014/138, тема проекта «Новые структуры, модели и алгоритмы для прорывных методов управления техническими системами на основе наукоемких результатов интеллектуальной деятельности».

Литература

1. Chekhonadskikh A.V. Reducing the Stabilizing Control Order for a Double Inverted Pendulum / A.V. Chekhonadskikh, A.N. Koryukin, A.A. Voevoda // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2012. – Vol. 48, № 6. – P. 593–604.
2. Zhmud V.A. The Use of the Feedback Control Systems in Laser Physics Researching Experiments // Proceedings of RFBR and DST Sponsored «The 2-nd Russian-Indian Joint Workshop on Computational Intelligence and Modern Heuristics in Automation and Robotics», 10–13 September, 2011, Additional Vol. – Novosibirsk: NGTU, 2011. – P. 40–43.

3. Воевода А.А. Синтез регулятора системы «Перевернутый маятник – тележка» / А.А. Воевода, В.В. Вороной, Е.В. Шоба // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 4 (49). – С. 161–165.
4. Poloshchuk A. Modern key technologies in automatics: Structures and numerical optimization of regulators / A. Poloshchuk, O. Yadrishnikov, A. Zavorin, V. Zhmud // Proc. of the 7th International Forum on Strategic Technology «IFOST – 2012». Tomsk. Russia. – Tomsk: TPU, 2012. – P. 600–603.
5. Liapidevskiy A.V. The design of the feedback systems by means of the modeling and optimization in the program vissim 5.0/6 / A.V. Liapidevskiy, E.V. Prokhorenko, V.A. Zhmud // Proc. of the IASTED International Conference on Modelling, Identification and Control. – Calgary, Canada: Publishing of IASTED Secretariat, 2010. – P. 27–32.
6. Yadrishnikov O. Numerical optimization of PID-regulators using the improper moving detector in cost function / O. Yadrishnikov, V. Zhmud. – Proceedings of the 8-th International Forum on Strategic Technology 2013 (IFOST–2013). Vol. II, 28 June – 1 July. Mongolian University of Science and Technology, Ulaanbaator, Mongolia. IEEE organized. – 2013. – P. 265–270 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.must.edu.mn/IFOST2013/> свободный, (дата обращения: 07.10.2014).
7. Воевода А.А. Модальный синтез многоканального регулятора пониженного порядка с использованием «обратной» производной / А.А. Воевода, В.В. Вороной, Е.В. Шоба // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 1 (46). – С. 15–22.
8. Zavorin A.N. Metodi di ottimizzazione del controllo numerico su una modelli troncati / A.N. Zavorin, V.A. Zhmud // Italian Science Review. 2014; 4(13). P. 686–689 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ias-journal.org/archive/2014/april/Zhmud.pdf>; <http://www.ias-journal.org/archives/april-2014> свободный (дата обращения: 07.10.2014).
9. Жмудь В.А. О недостаточности полных многоканальных ПИД-регуляторов для качественного управления многоканальными объектами с запаздыванием / В.А. Жмудь, В.М. Семибаламут // Автоматика и программная инженерия (НГТУ, Новосибирск). – 2014. – № 3 (9). – С. 9–19 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.jurnal.nips.ru/sites/default/files/АИПИ-3-2014-1.pdf>, свободный (дата обращения: 07.10.2014).
10. Жмудь В.А. Энергосберегающие регуляторы для многоканальных объектов без интегратора / В.А. Жмудь, В.М. Семибаламут // Автоматика и программная инженерия (НГТУ, Новосибирск). – 2014. – № 3 (9). – С. 20–26 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.jurnal.nips.ru/sites/default/files/АИПИ-3-2014-2.pdf>, свободный (дата обращения: 07.10.2014).
11. Дьяконов В. VisSim + Mathcad + MATLAB. Визуальное математическое моделирование. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 384 с.

Жмудь Вадим Аркадьевич

Д-р техн. наук, доцент, зав. каф. автоматике Новосибирского государственного университета
Тел.: 8 (383) 346-11-19
Эл. почта: oao_nips@bk.ru

Семибаламут Владимир Михайлович

Канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, нач. Сибирской опытно-методологической лазерной экспедиции
Геофизической службы СО РАН
Тел.: 8 (383) 346-11-19
Эл. почта: wladim28@yandex.ru

Zhmud V.A., Semibalamut V.M.

Design of complete multi-channel PD-regulators by numerical optimization with simulation

Design of multi-channel regulators by analytical methods is difficult if the mathematical model of the object is complex. Numerical optimization methods with the help of simulation can simplify the solution of this problem even for multi-channel objects. The paper studies the effectiveness of the use of earlier proposed error increasing detector. This detector is based on the integrating of the product of the loop error at its derivative. Simulation of three examples demonstrates that for multichannel objects allows improving of the results comparatively with the other similar methods. Namely, it is possible to decrease the overshooting in the system.

Keywords: automation, control, multi-channel systems, delay link, numerical optimization, modeling, objective function, the cost function.